

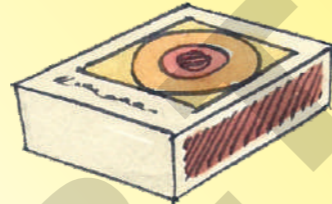
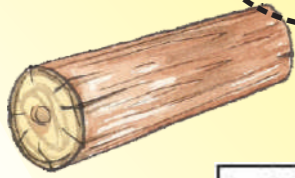
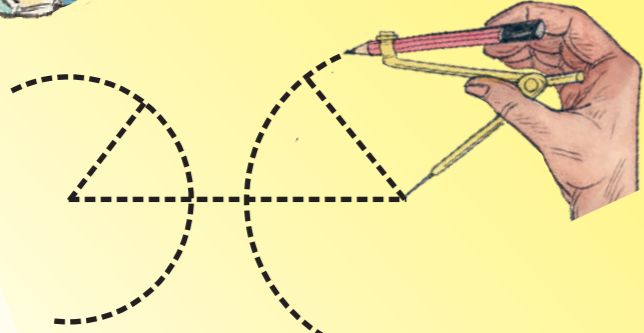
ریاضی

FREE

MATHEMATICS



جماعت ہفتم CLASS VII
Part-1 (حصہ-1)

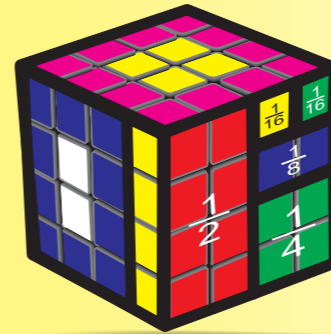
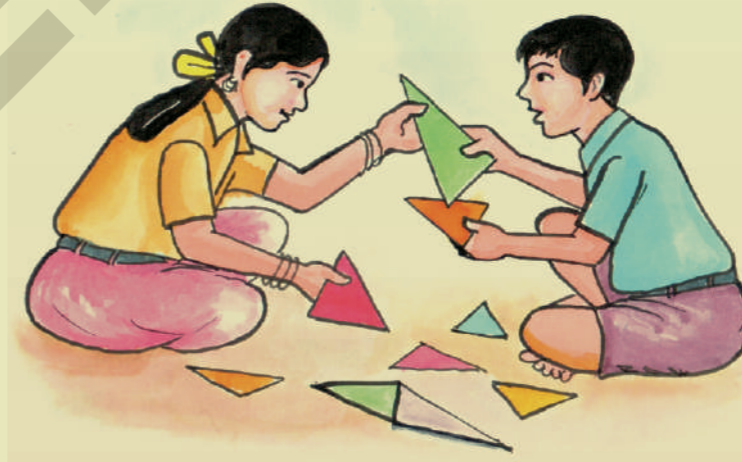


ناشر حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

Published by : The Government of Telangana, Hyderabad.

ریاضی MATHEMATICS
حصہ-1 PART-1
جماعت ہفتم CLASS VII

$$a(b+c)=ab+ac$$



ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، تلنگانہ، حیدرآباد
State Council of Educational Research and Training,
Telangana, Hyderabad.

Government of Telangana
Department of Women Development & Child Welfare - Childline Foundation

When abused in or out of school.

When the children are denied school and compelled to work.

CHILD LINE 1098
NIGHT & DAY
24 HOUR NATIONAL HELPLINE

To save the children from dangers and problems.

When the family members or relatives misbehave.

1098 (Ten...Nine...Eight) dial to free service facility.

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔

Free Distribution by T.S. Government

متوقع اکتسابی نتائج

ریاضی
MATHEMATICS

جماعت 7


متعلم.....

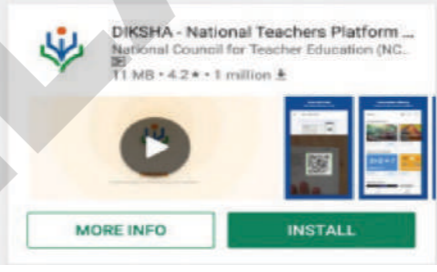



- چار بنیادی اعمال کے ذریعہ صحیح اعداد کے مسئلے کو حل کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی سے وابستہ کسور ناطق اعداد اور اعشاریاتی مسئلے کو حل کرتا ہے۔
- مسئلے کو مختصر کرنے کے لیے اعداد کی قوت نما شکل کو استعمال کرتا ہے۔ بڑے اعداد کی تقسیم اور ضرب کو شامل کرتے ہوئے۔
- فیصد اور نسبت کے ذریعہ روزمرہ زندگی سے متعلق مسئلے نفع، نقصان، سود حل کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی کے مسئلے کو حل کرتا ہے جسے ایک متغیر میں خطی مساواتیں
- دو قاطع خطوط سے بننے والے مختلف قسم کے زاویوں کی تشریح کرتا ہے۔
- مثلث کے اندرون اور بیرون بننے والے زاویوں کی تشریح کرتا ہے۔
- بہم پہنچائی گئی اطلاعات کے مطابق مثلثات کے مماثلت کو سمجھتا ہے جیسے (SSS، SAS، ASA، RHS)
- دی گئی پیمائش کی مدد سے رولر اور پرکار کو استعمال کرتے ہوئے مثلثات کو بناتا ہے۔
- متوازی الاضلاع، مثلث اور معین کا رقبہ معلوم کرتا ہے۔ A کی قدر کو محسوس کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی کے ڈیٹا کا اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ محسوس کرتا ہے۔
- حقیقی زندگی میں 3D اشکال کی شناخت کرتا ہے جیسے کڑھ، مکعب، مکعب نما، استوانہ اور مخروط اور انکی اشکالی جال تیار کرتا ہے۔
- نقطہ تشاکل، گھماؤ تشاکل اور خط تشاکل کی تشریح کرتا ہے۔

Energized Text Books facilitate the students in understanding the concepts clearly, accurately and effectively. Content in the QR Codes can be read with the help of any smart phone or can as well be presented on the Screen with LCD projector/K-Yan projector. The content in the QR Codes is mostly in the form of videos, animations and slides, and is an additional information to what is already there in the text books.

This additional content will help the students understand the concepts clearly and will also help the teachers in making their interaction with the students more meaningful. At the end of each chapter, questions are provided in a separate QR Code which can assess the level of learning outcomes achieved by the students. We expect the students and the teachers to use the content available in the QR Codes optimally and make their class room interaction more enjoyable and educative.

Let us know how to use QR codes

In this textbook, you will see many printed QR (Quick Response) codes, such as . Use your mobile phone or tablet or computer to see interesting lessons, videos, documents, etc. linked to the QR code.

| Step | Description |
|-----------|---|
| A. | Use Android mobile phone or tablet to view content linked to QR Code: |
| 1. | Click on Play Store on your mobile/ tablet. |
| 2. | In the search bar type DIKSHA . |
| 3. |  will appear on your screen. |
| 4. | Click Install |
| 5. | After successful download and installation, Click Open |
| 6. | Choose your preferred Language - Click English |
| 7. | Click Continue |
| 8. | Select Student/ Teacher (as the case may be) and Click on Continue |
| 9. | On the top right, click on the QR code scanner icon  and scan a QR code  printed in your book |
| | OR |
| | Click on the search icon  and type the code printed below the QR code, in the search bar (Q) |
| 10. | A list of linked topics is displayed |
| 11. | Click on any link to view the desired content |
| B. | Use Computer to view content linked to QR code: |
| 1. | Go to https://diksha.gov.in/telegana |
| 2. | Click on Explore DIKSHA-TELANGANA |
| 3. | Enter the code printed below the QR code in the browser search bar (Q) |
| 4. | A list of linked topics is displayed |
| 5. | Click on any link to view the desired content |



పాఠశాల విద్యా శాఖ,
తెలంగాణ ప్రభుత్వం



एन सी ई आर टी
NCERT

Mathematics

Class VII (Part-1)

TEXTBOOK DEVELOPMENT & PUBLISHING COMMITTEE

Chief Production Officer : **Smt.B. Seshu Kumari**
Director, SCERT, Hyderabad.

Executive Chief Organiser : **Sri. B. Sudhakar,**
Director, Govt. Text Book Press, Hyderabad.

Organising Incharge : **Dr. Nannuru Upendar Reddy**
Prof. Curriculum & Text Book Department,
SCERT, Hyderabad.

Asst. Organising Incharge : **Sri. K. Yadagiri**
Lecturer, SCERT, Hyderabad.

QR CODE TEAM



Published by:

The Government of Telangana, Hyderabad

Respect the Law
Get the Rights

Grow by Education
Behave Humbly

ریاضی
جماعت ہفتم (حصہ-1)

کمیٹی برائے فروغ و اشاعت درسی کتاب

- چیف ایگزیکٹو آفیسر : شریتمتی۔ بی۔ شیشو کماری
ڈائریکٹر ریاستی دارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت آندھرا پردیش، حیدرآباد۔
- چیف ایگزیکٹو آفیسر آرگنائزر : شری۔ بی۔ سدھا کر
ڈائریکٹر گورنمنٹ نلکسٹ بک پریس، حیدرآباد۔
- آرگنائزرنگ انچارج : ڈاکٹر این۔ اوپیندر ریڈی
پروفیسر شعبہ نصاب و درسی کتب
ریاستی دارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، تلنگانہ، حیدرآباد۔
- اسسٹنٹ آرگنائزرنگ انچارج : شری۔ کے۔ یاداگری
لکچرر ریاستی دارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، حیدرآباد۔



ناشر:

حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

تعلیم کے ذریعے آگے پڑھیں
صبر و تحمل سے پیش آئیں

قانون کا احترام کریں
اپنے حقوق حاصل کریں



© Government of Telangana, Hyderabad.

First Published 2012

New Impressions 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے
Free Distribution by T.S. Government - 2022-23

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

— o —

Textbook Development Committee

Members

Dr. P. Ramesh, Lecturer, Govt. IASE, Nellore
Sri. M. Ramanjaneyulu, Lecturer, DIET, Vikarabad, Ranga Reddy
Sri. T.V. Rama Kumar, HM, ZPPHS, Mulumudi, Nellore
Sri. P. Ashok, HM, ZPHS, Kumari, Adilabad
Sri. P. Anthony Reddy, HM, St. Peter's High School, R.N.Peta, Nellore
Sri. S. Prasada Babu, PGT, APTWR School, Chandrashekarapuram, Nellore
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda
Sri. G. V. B. Suryanarayana Raju, SA, Municipal High School, Kaspas, Vizianagaram
Sri. S. Narasimha Murthy, SA, ZPHS, Mudivarthipalem, Nellore
Sri. P. Suresh Kumar, SA, GHS, Vijayanagar Colony, Hyderabad
Sri. K.V. Sunder Reddy, SA, ZPHS, Thakkasila, Alampur Mdl., Mababoobnagar
Sri. G. Venkateshwarlu, SA, ZPHS, Vemulakota, Prakasham
Sri. Ch. Ramesh, SA, UPS, Nagaram (M), Guntur.
Sri. P.D.L. Ganapathi Sharma, SA, GHS, Jamisthanpur, Manikeshwar Nagar, Hyderabad

Co-ordinators

Sri. K. Bramhaiah, Professor, SCERT, Hyderabad
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda

Editors

Smt. B. Seshu Kumari, Director, SCERT, Hyderabad.
Sri. K. Bramhaiah, Professor, SCERT, Hyderabad
Sri. P. Adinarayana, Retd., Lecturer, New Science College, Ameerpet, Hyderabad

Chairperson for Position Paper and

Mathematics Curriculum and Textbook Development

Professor V. Kannan, Dept. of Mathematics and Statistics, University of Hyderabad

Chief Advisor

Dr. H. K. Dewan, Education Advisor, Vidya Bhavan Society, Udaipur, Rajasthan.

Academic Support Group Members

Smt. Namrita Batra, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Inder Mohan Singh, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Yashwanth Kumar Dave, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Smt. Padma Priya Sherali, Community Mathematics Centre, Rishi Vally School, Chittoor
Kumari. M. Archana, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Sharan Gopal, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. P. Chiranjeevi, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Abbaraju Kishore, Teacher, MPUPS, Chemallamudi, Guntur

Illustration & Design Team

Sri. Prashanth Soni, Artist, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Shakir Ahammed, Operator, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. R. Madhusudhana Rao, Computer Operator, SCERT, A.P., Hyderabad

COVER PAGE DESIGNING

Sri. K. Sudhakara Chary, HM, UPS Neelikurthy, Mdl. Maripeda, Dist. Warangal

کمیٹی برائے تشکیل درسی کتاب

اراکین

| | |
|--|--|
| شری ایم۔ راماچینیو، لکچرر DIET وقار آباد رنکار ریڈی | شری۔ ڈاکٹر پی۔ رمیش، لکچرر گورنمنٹ IASE، نیلور |
| شری پی۔ اشوک، ہیڈ ماسٹر ZPHS کماری عادل آباد | شری ٹی۔ وی۔ راماکمار، ہیڈ ماسٹر ZPHS ملومودی، نیلور |
| شری ایس۔ پرساد بابو، APTWR، PGT اسکول چندرا شیکھر پورم، نیلور | شری پی۔ انھونی ریڈی، ہیڈ ماسٹر سینٹ پیٹریس ہائی اسکول آر۔ این۔ پینا، نیلور |
| شری ایس۔ نرسہما مورتی، ایس۔ اے۔ ZPHS مدیور تی پالم، نیلور | شری جی۔ وی۔ بی سوریانارائاراجو، اسکول اسٹنٹ، میونیل ہائی اسکول کاسپا، وجیا نگر |
| شری کے۔ وی۔ سندھو ریڈی، ایس۔ اے۔ ZPHS تکشا شلہ عالم پور، محبوب نگر | شری پی۔ شریش کمار، ایس۔ اے۔ GHS، وجیا نگر کالونی، حیدرآباد |
| شری سی ایچ۔ رامیش، ایس۔ اے۔ UPS، ناگار منڈل، گنور | شری جی۔ وی۔ تینکیشور لو، ایس۔ اے۔ ZPHS، وہولا |
| | شری پی۔ ڈی۔ ایل گنتی شرم، ایس۔ اے۔ GHS، زمستان پور، حیدرآباد۔ |

مترجمین

| | |
|--|--|
| جناب عبدالرؤف، ایس۔ اے۔ ZPHS گوداوری کھنی ضلع کریم نگر | جناب ابوطاہر ایم۔ اے۔ شکور، ایس۔ اے۔ GBHS ملک پیٹ حیدرآباد |
| جناب محمد تقی الدین، ایس۔ اے۔ GHS معظم شاہی حیدرآباد | جناب محمد خواجہ مجتہد الدین، ایس۔ اے۔ ZPHS (U) جنگاؤں، ضلع ورنگل |
| جناب احمد علی طیب، ایس۔ اے۔ GHS، SMHM، لنگر حوض، حیدرآباد | جناب محمد عبدالعلیم، ایس۔ اے۔ GHS معظم شاہی حیدرآباد |
| جناب سید نوید اختر، ایس۔ اے۔ GHS کالی کمان حیدرآباد۔ | جناب محمد علیم الدین، ایس۔ اے۔ ZPHS (U) چلوڑ ضلع رنکار ریڈی |
| جناب محمد اظہار کبر، ایس۔ اے۔ ZPHS (U) مانا کنڈو، ضلع کریم نگر | جناب شیخ حبیب الرحمن، ایس۔ اے۔ GHS مکرم پور، ضلع کریم نگر |
| محمد طالب محی الدین، ڈسٹرکٹ ریورس پرن، ضلع ورنگل۔ | |

ایڈیٹرز (اردو)

| | |
|---|---|
| جناب محمد عبدالمناف، لکچرر CTE، محبوب نگر | جناب خواجہ عظیم الدین، لکچرر IASE، انصاحب ٹینک، حیدرآباد۔ |
| جناب میر سجاد حسین، موظف پرنسپل اسلامیہ بوائز ہائی اسکول سکندر آباد | |

کوآرڈینیٹرز (اردو)

| |
|---|
| جناب این۔ ایوب حسین، اسٹیٹ مانتار بی ٹی کوآرڈینیٹرز (اردو) راجیو ویاشن آنڈر اپرڈیشن حیدرآباد۔ |
| جناب محمد افتخار الدین، کوآرڈینیٹرز (اردو) ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت تلنگانہ، حیدرآباد۔ |
| چیر پرسن برائے پوزیشن پیپر، نصاب ریاضی و درسی کتاب کی تشکیل |
| پروفیسر وی۔ کھنن، ڈیپارٹمنٹ آف میٹھا میٹکس اینڈ اسٹاٹسٹکس یونیورسٹی آف حیدرآباد |

چیف اڈویزر

ڈاکٹر ایچ۔ کے۔ دیوان، ایجوکیشن اڈویزر، ویڈیا بھوان سوسائٹی، اڈیپور، راجستھان

ڈی۔ ٹی۔ پی۔ اینڈ اے آؤٹ ڈیزائننگ

| |
|--|
| ٹی۔ محمد مصطفیٰ، حبیب کپیوٹرز اینڈ ڈی ڈی ٹی پی آپریٹرز، بھولکپور، مشیر آباد، حیدرآباد۔ |
| محمد ایوب احمد ناصر، ایس۔ اے، ضلع پریشد ہائی اسکول (اردو) آتما کور، ضلع وپر تی۔ |

FOREWORD

State Curriculum Frame Work (SCF-2011) recommends that childrens' life at schools must be linked to their life outside the school. The Right To Education Act (RTE-2009) perceives that every child who enters the school should acquire the necessary skills prescribed at each level upto the age of 14 years. Academic standards were developed in each subject area accordingly to maintain the quality in education. The syllabi and text books developed on the basis of National Curriculum Frame work 2005 and SCF-2011 signify an attempt to implement this basic idea.

Children after completion of Primary Education enter into the Upper Primary stage. This stage is a crucial link for the children to continue their secondary education. We recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by exploring the information passed on to them by the adults. Inculcating creativity and initiating enquiry is possible if we perceive and treat children as participants in learning and not as passive receivers. The children at this stage possess characteristics like curiosity, interest, questioning, reasoning, insisting proof, accepting the challenges etc., Therefore the need for conceptualizing mathematics teaching that allows children to explore concepts as well as develop their own ways of solving problems in a joyful way.

We have begun the process of developing a programme which helps children understand the abstract nature of mathematics while developing in them the ability to construct own concepts. The concepts from the major areas of Mathematics like Number System, Arithmetic, Algebra, Geometry, Mensuration and Statistics are provided at the upper primary stage. Teaching of the topics related to these areas will develop the skills prescribed in academic standards such as problem solving, logical thinking, expressing the facts in mathematical language, representing data in various forms, using mathematics in daily life situations.

The textbooks attempt to enhance this endeavor by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups and activities required for hands on experience in the form of 'Do This' , 'Try This' and 'Projects'. Teachers support is needed in setting of the situations in the classroom. We also tried to include a variety of examples and opportunities for children to set problems. The book attempts to engage the mind of a child actively and provides opportunities to use concepts and develop their own structures rather than struggling with unnecessarily complicated terms and numbers. The chapters are arranged in such a way that they help the Teachers to evaluate every area of learning to comperehend the learning progress of children and in accordance with Continuous Comprehensive Evaluation (CCE).

With an intention to help the students to improve their understanding skills in both the languages i.e. English and Urdu, the Government of Telangana has redesigned this book as bilingual textbook in two parts. Part-1 comprises 1 to 8 lessons and Part-2 comprises 9 to 15 lessons.

I wish to thank the national experts, university teachers, research scholars, NGOs, academicians, writers, graphic designers and printers who are instrumental to bring out this textbook in present form. I hope the teachers will make earnest effort to implement the syllabus in its true spirit and to achieve academic standards at the stage. The process of developing materials is a continuous one and we hope to make this book better. As an organization committed to systematic reform and continuous improvement in quality of its products, SCERT, welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

B. Seshu kumari

Place: Hyderabad
Date: 28 January 2012

DIRECTOR
SCERT, Hyderabad

پیش لفظ

ریاستی درسیاتی خاکہ- 2011 (APSCF - 2011) اس بات کی جانب اشارہ کرتا ہے کہ بچوں کی اسکولی زندگی ان کی روزمرہ زندگی سے مربوط ہو۔ قانون حق تعلیم 2009 یہ کہتا ہے کہ اسکول میں داخلہ لینے والا ہر بچہ متعلقہ سطح کی درکار مہارتوں کو حاصل کرے۔ ان سب باتوں کے پیش نظر تعلیم میں معیار کے حصول کے لئے ہر مضمون کے تحت تعلیمی معیارات ترتیب دیئے گئے ہیں۔

قومی درسیاتی خاکہ 2005 کی بنیادی مقاصد پر عمل آوری کی اہمیت کو مد نظر رکھ کر، ریاستی درسیاتی خاکہ 2011 کے مطابق ریاضی کا نصاب اور درسی کتب ترتیب دی گئی ہیں۔

بچے محتانوی تعلیم مکمل کر کے، وسطانوی سطح میں قدم رکھتے ہیں۔ یہ سطح ثانوی تعلیم کو جاری رکھنے کا اہم ذریعہ ہوتی ہے۔ بچے آزادانہ طور پر بڑے بزرگوں، اشیاء، ہم عمر ساتھیوں سے رد عمل ظاہر کرتے ہیں۔ ہم اس بات سے بھی واقف ہیں کہ بچے مختلف حالات و مناظر میں ایک دوسرے سے تعاون کا موقع حاصل ہونے پر انکشاف کے ذریعے نئی معلومات یا علم تشکیل دیتے ہیں۔ اگر ہم ایسا تصور کرتے ہیں کہ بچے خاموش سامع کی طرح معلومات حاصل کرنے والے نہیں بلکہ اکتسابی عمل میں شراکت دار ہوتے ہیں تب ان میں تخلیقی صلاحیت و دلچسپی کو فروغ دیا جانا ممکن ہو پائے گا۔ بچے اس مرحلے میں دلچسپی، سرگرمی، سوالات کرنے کا رجحان، حقائق جاننے، چیلنجز قبول کرنے جیسی خصوصیات کے حامل ہوتے ہیں۔ اسی لئے خوشگوار انداز میں بچے مختلف تصورات کے انکشاف کے لئے اپنے خود کے انداز میں مسائل کے حل میں معاون ریاضی کی تدریس کو فروغ دینے کی ضرورت آن پڑی ہے۔ مجرد تصورات کے حامل ریاضی کے تصورات سے بچے واقف ہو کر، خود سے ریاضی کے علم کی تشکیل کرنے کی صلاحیت میں معاون طریقوں کو فروغ دینے کے پروگرام کا ہم نے آغاز کیا ہے۔

ریاضی کے اہم مضامین جیسے عددی نظام، حساب، الجبرا، جیومیٹری، مساحت اور شاریات کو وسطانوی سطح کے نصاب میں شامل کیا گیا ہے۔ ان موضوعات سے متعلق تدریس کے ذریعہ مسئلہ کا حل، منطقی غور و فکر، مسئلہ حقائق کو ریاضی کی زبان میں اظہار کرنا، اکٹھا کردہ معلومات کا تجزیہ کرنا، مختلف شکلوں میں پیش کرنا، روزمرہ زندگی میں ریاضی کا استعمال جیسے متعینہ تعلیمی معیارات اور مہارتیں فروغ پاتی ہیں۔ کتاب میں شامل یہ کتبے، کوشش کیجئے، مفروضات جیسے نکات کو بہت زیادہ اہمیت دی گئی ہے، تاکہ بچوں کو یہ کتاب خود سے سیکھنے اور گروہی طور پر کوشش کرنے کا موقع فراہم ہو۔

اس کتاب میں آسان زبان و اصطلاحات استعمال کئے گئے ہیں جو بچوں کے شعور و ریاضی کے تصورات کو استعمال کرنے مابعد خود سے ریاضی کی نوعیت کو قائم کرنے کے مواقع فراہم کریں گے۔ درسی کتاب میں دی گئی مختلف مثالیں، بچوں کو خود سے مسئلے ترتیب دینے میں معاون ہوں گے۔ ان تمام کاموں کا میانی سے ہمکنار کرنے کے لئے معلم کو ضروری ہے کہ وہ کمرہ جماعت میں مناسب و موزوں حالات پیدا کرے اور درکار تعاون پیش کرے۔ جانچ کو بھی اکتسابی عمل کا ایک حصہ مان کر درسی کتاب میں ایسے ابواب شامل کئے گئے ہیں جن میں ہر ایک اکتسابی نکتے کا مسلسل جامع جانچ کے ذریعہ اندازہ لگایا جاسکتا ہے۔

اس کتاب کی ترتیب میں ماہرین مضمون، عرصہ دراز سے ریاضی کی تدریس/تحقیق اور تدریس میں مہارت رکھنے والے اساتذہ نے حصہ لیا ہے۔ ان تمام نے بچوں میں ریاضی کے تئیں خوف کو دور کرنے کی کوشش کی ہے۔ اس کتاب کی آخری صورت گری میں معاون قومی سطح کے ماہرین مضمون، یونیورسٹی پروفیسرس، ریسرچ اسکالرس، غیر سرکاری ادارے، صدر مدارس، مصنفین، طلباء اشاعتی ادارے اور کتابی ترتیب کے ماہرین کا خصوصی طور پر شکریہ ادا کرتی ہوں۔

اردو اور انگریزی دونوں زبانوں میں طلبہ کی تفہیم کی مہارتوں کو فروغ دینے کے مقصد سے حکومت تلنگانہ نے اس کتاب کو از سر نو مرتب کرتے ہوئے ذولسانی شکل دے کر دو حصوں میں شائع کیا ہے۔ حصہ-1 میں 1 تا 8 اسباق شامل کیے گئے ہیں جب کہ حصہ-2 میں 9 تا 15 اسباق شامل کیے گئے ہیں۔

میں اس بات کی امید رکھتی ہوں کہ اساتذہ اکرام اس کتاب میں شامل نکات کے ذریعہ تعلیمی معیارات کے حصول میں دل و جان سے کوشش کریں گے۔ درسی کتاب کا فروغ ایک مسلسل عمل ہے تمام کی کوششوں کے نتیجے میں یہ کتاب تیار ہوئی ہے، ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت آندھرا پردیش ایک ذمہ دار ادارے کے طور پر تنظیمی اصلاحات کے ذریعہ معیاری کتابیں فراہم کرنے کی کوشش کر رہا ہے۔ اس کے تحت ریاضی سے دلچسپی رکھنے والے افراد سے مناسب مشورے و تجاویز کا خیر مقدم کرتا ہے۔ ان تجاویز و مشوروں کو قبول کرتے ہوئے مزید معیاری کتب فراہم کرنے کی کوشش کی جائے گی۔

بی شیشوکار

تاریخ:- 28-01-2012

ڈائریکٹر، ریاستی کونسل برائے تعلیمی تحقیق و تربیت

مقام:- حیدرآباد

حیدرآباد-

OUR NATIONAL ANTHEM

- *Rabindranath Tagore*

Jana-gana-mana-adhinayaka, jaya he

Bharata-bhagya-vidhata.

Punjab-Sindh-Gujarat-Maratha

Dravida-Utkala-Banga

Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga

Uchchhala-jaladhi-taranga.

Tava shubha name jage,

Tava shubha asisa mage,

Gahe tava jaya gatha,

Jana-gana-mangala-dayaka jaya he

Bharata-bhagya-vidhata.

Jaya he! jaya he! jaya he!

Jaya jaya jaya, jaya he!!

PLEDGE

- *Pydimarri Venkata Subba Rao*

“India is my country. All Indians are my brothers and sisters.

I love my country, and I am proud of its rich and varied heritage. I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect, and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion. In their well-being and prosperity alone lies my happiness.”

قومی ترانہ

- رابندر ناتھ ٹیگور

جن گن من ادھی نایک جیا ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
پنجاب، سندھ، گجرات، مراٹھا، ڈراوڈ، اتکل، ونگا
وندھیا، ہماچل، مینا، گنگا، اُچھل چھل جل دھی ترنگا
تواشہ نامے جاگے، تواشہ آتش ماگے
گا ہے توجیا گا تھا
جن گن منگل دایک جیا ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
جیا ہے جیا ہے جیا ہے
جیا جیا جیا جیا ہے

- پٹی ڈیوٹی ویٹکٹا سبھاراؤ

عہد

ہندوستان میرا وطن ہے۔ تمام ہندوستانی میرے بھائی بہن ہیں۔ مجھے اپنے وطن سے پیار ہے اور میں اس کے عظیم اور گونا گوں ورثے پر فخر کرتا ہوں/کرتی ہوں۔ میں ہمیشہ اس ورثے کے قابل بننے کی کوشش کرتا رہوں گا/کرتی رہوں گی۔ اپنے والدین، استادوں اور بزرگوں کی عزت کروں گا/کروں گی اور ہر ایک کے ساتھ خوش اخلاقی کا برتاؤ کروں گا/کروں گی۔ میں جانوروں کے تئیں رحم دلی کا برتاؤ رکھوں گا/رکھوں گی۔ میں اپنے وطن اور ہم وطنوں کی خدمت کے لیے اپنے آپ کو وقف کرنے کا عہد کرتا ہوں/کرتی ہوں۔

PREAMBLE

THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a **SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC** and to secure to all its citizens:

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation;

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949, do
HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

بھارت کا آئین

ہم بھارت کے عوام متانت و سنجیدگی سے عزم کرتے ہیں کہ بھارت کو ایک متقدم سماج وادی، غیر مذہبی، عوامی جمہوریہ بنائیں اور اس کے تمام شہریوں کے لیے حاصل کریں۔

انصاف سماجی، معاشی اور سیاسی

آزادی خیال، اظہار عقیدہ، دین اور عبادت

مساوات بہ اعتبار حیثیت اور موقع اور ان سب میں

اخوت کو ترقی دین جس سے فرد کی عظمت اور قوم کے اتحاد اور سالمیت کا یقین ہو۔

اپنی آئین ساز اسمبلی میں آج چھبیس نومبر 1949 کو یہ آئین ذریعہ ہذا اختیار کرتے ہیں، وضع کرتے ہیں

اور اپنے آپ پر نافذ کرتے ہیں۔

Subs. by the constitution [Forty-second Amendment] Act, 1976, Sec.2, for "Sovereign Democratic Republic" (w.e.f. 3.1.1977)

Subs. by the constitution [Forty-second Amendment] Act, 1976, Sec.2, for "Unity of the Nation" (w.e.f. 3.1.1977)

MATHEMATICS**Class VII (Part-1)**

| Page No. صفحہ نمبر | Syllabus to be covered during اوقات کار | Contents عنوان/ابواب | S. No. سلسلہ نشان |
|-----------------------|--|--|-------------------------|
| 2 3 | June جون | Integers صحیح اعداد | .1 |
| 52 53 | July جولائی | Fractions, Decimals and Rational Numbers کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد | .2 |
| 122 123 | July جولائی | Simple Equations سادہ مساواتیں | .3 |
| 142 143 | August اگست | Lines and Angles خطوط اور زاویے | .4 |
| 178 179 | August اگست | Triangle and Its Properties مثلث اور ان کی خصوصیات | .5 |
| 222 223 | September ستمبر | Ratio - Applications تناسب - اطلاق | .6 |
| 286 287 | September ستمبر | Data Handling معطیات کا اظہار | .7 |
| 328 329 | October اکتوبر | Congruency of Triangles مثلثات کی متماثلت | .8 |

INTEGERS

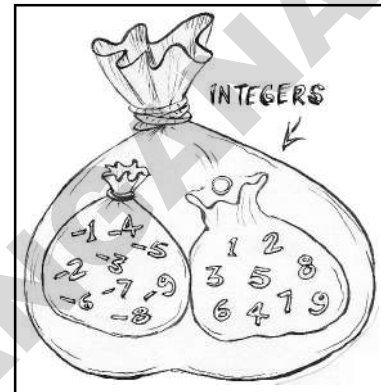
1



1.0 Introduction

We start learning numbers like 1,2,3,4.... for counting objects around us. These numbers are called counting numbers or natural numbers.

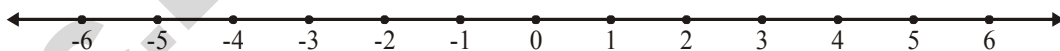
- Which is the smallest natural number?
- Write any five natural numbers between 100 and 10000.
- Can you tell the last number in the sequence of natural numbers ?
- What is the difference between any two consecutive natural numbers?



By including '0' to the collection of natural numbers, we get a new collection of numbers called whole numbers i.e., 0, 1, 2, 3, 4,

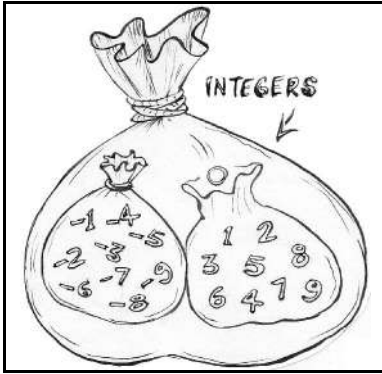
In class VI we also learnt about negative numbers. If we put whole number and negative numbers together we get a bigger collection of numbers called integers. In this chapter, we will learn more about integers, their operations and properties.

Let us observe how to represent some integers on a number line.



- Which is the biggest integer represented on the above number line?
- Which is the smallest integer represented on the above number line?
- Is 1 bigger than -3 ? Why?
- Is -6 bigger than -3 ? Why?
- Arrange 4, 6, -2 , 0 and -5 in ascending order.
- Compare the difference between $(0, 1)$ and $(0, -1)$ using the number line.

1.0 تمہید Introduction

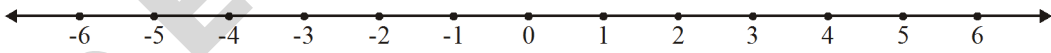


ہمارے اطراف و اکناف میں موجود اشیاء کو شمار کرنے کے لئے ہم نے اعداد 1, 2, 3, 4, کو سیکھنا شروع کیا لہذا یہ اعداد گنتی کے اعداد یا طبعی اعداد کہلاتے ہیں۔ اب ہم اس پر غور کریں گے۔

- سب سے چھوٹا طبعی عدد کونسا ہے؟
- 100 اور 10,000 کے درمیان 5 طبعی اعداد لکھئے۔
- کیا آپ بتلا سکتے ہیں کہ طبعی اعداد کا سلسلہ کہاں پر ختم ہوتا ہے؟
- کسی دو متصل طبعی اعداد کے درمیان کا فرق کیا ہے؟

طبعی اعداد کے ساتھ صفر "0" کا اضافہ کر دینے سے ایک نئے اعداد کا سٹ بنتا ہے جس کو مکمل اعداد (Whole Number) کا سیٹ کہتے ہیں۔ یعنی 0, 1, 2, 3, 4,.....

چھٹی جماعت میں ہم منفی اعداد (Negative numbers) کے بارے میں معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ مکمل اعداد اور منفی اعداد کو یکجا کر دینے سے اعداد کا ایک بڑا سٹ بنتا ہے اس کو صحیح اعداد Integers کہتے ہیں۔ ہم اس باب میں صحیح اعداد ان کے بنیادی اعمال اور خصوصیات کے بارے میں مزید معلومات حاصل کریں گے۔ آئیے اب ہم چند صحیح اعداد کو عددی خط پر ظاہر کرنے کا طریقہ دیکھتے ہیں۔

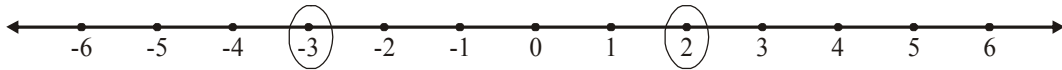


- مندرجہ بالا عددی خط پر ظاہر کردہ صحیح اعداد میں سب سے بڑا عدد کونسا ہے؟
- مندرجہ بالا عددی خط پر ظاہر کردہ صحیح اعداد میں سب سے چھوٹا عدد کونسا ہے؟
- کیا عدد 1، -3 سے بڑا ہے؟ کیوں؟
- کیا -6 بڑا ہے -3 سے؟ کیوں؟
- 0، -2، 6، 4 اور -5 کو صعودی ترتیب میں لکھئے۔
- عددی خط پر (0, 1) اور (0, -1) کے فرق کا تقابل کیجئے۔



Exercise - 1

1. Some integers are circled on the number line. Write the biggest and the smallest numbers?



2. Write all the integers between the pairs of integers given below. Also, choose the biggest and smallest integers from them.

(i) $-5, -10$ (ii) $3, -2$ (iii) $-8, 5$

3. Write the following integers in ascending order (smallest to biggest).

(i) $-5, 2, 1, -8$ (ii) $-4, -3, -5, 2$ (iii) $-10, -15, -7$

4. Write the following integers in descending order (biggest to smallest).

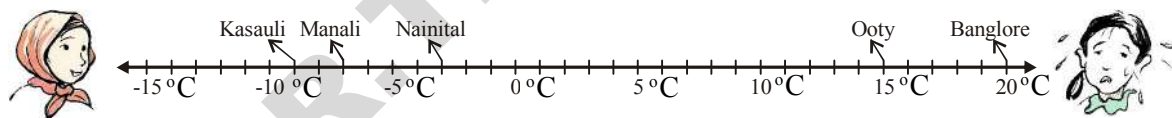
(i) $-2, -3, -5$ (ii) $-8, -2, -1$ (iii) $5, 8, -2$

5. Represent $6, -4, 0$ and 4 on a number line.

6. Fill the missing integers on the number line given below



7. The temperatures (in degrees celsius/centigrade) of 5 cities in India on a particular day are shown on the number line below.



Write the answers for the following questions based on the above number line.

- Write the temperatures of the cities marked on it?
- Which city has the highest temperature?
- Which city has the lowest temperature?
- Which cities have temperature less than 0°C ?
- Which cities have temperature more than 0°C ?

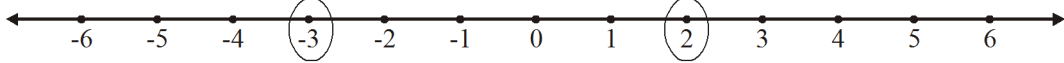
1.1 Operations of integers

We have learnt about addition and subtraction of integers in class VI. First we will review our understanding of the same and then learn about multiplication and division of integers.

مشق - 1



1. عددی خط پر چند اعداد کے اوپر نشان لگائے گئے ہیں ان میں سب سے بڑا عدد کونسا ہے؟ اور سب سے چھوٹا کونسا ہے۔



2. صحیح اعداد کے جوڑ دیئے گئے ہیں ان کے درمیان آنے والے صحیح اعداد لکھئے اور ان میں سب سے بڑا اور سب سے چھوٹا صحیح عدد کونسا ہے بتلائیے۔

(i) -5, -10 (ii) 3, -2 (iii) -8, 5

3. ذیل کے صحیح اعداد کو صعودی ترتیب میں لکھئے۔ (چھوٹے سے بڑے اعداد)

(i) -5, 2, 1, -8 (ii) -4, -3, -5, 2 (iii) -10, -15, -7

4. ذیل کے صحیح اعداد کو نزولی ترتیب میں لکھئے۔ (بڑے سے چھوٹے اعداد)

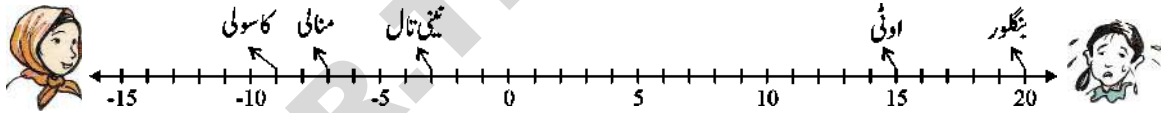
(i) -2, -3, -5 (ii) -8, -2, -1 (iii) 5, 8, -2

5. 0, -4, 6 اور 4 کو عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

6. حسب ذیل عددی خط پر غائب شدہ صحیح اعداد لکھئے۔



7. ذیل میں ہندوستان کے پانچ شہروں کے کسی خاص دن کا درجہ حرارت ایک عددی خط پر بتلایا گیا۔



مندرجہ بالا عددی خط کے ذریعے نیچے دیئے گئے سوالات کے جوابات دیں۔

(i) عددی خط پر بتلائے گئے شہروں کے درجہ حرارت لکھیے۔

(ii) کونسے شہر کا درجہ حرارت سب سے زیادہ ہے؟

(iii) کونسے شہر میں درجہ حرارت سب سے کم ہے؟

(iv) کن شہروں میں درجہ حرارت صفر $0^{\circ}C$ سے کم ہے؟

(v) ان شہروں کے نام بتلائیے جہاں درجہ حرارت صفر $0^{\circ}C$ سے زیادہ ہے۔

1.1 صحیح اعداد پر بنیادی اعمال:-

صحیح اعداد کی جمع اور تفریق ہم چھٹی جماعت میں سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم اس کا اعادہ کریں گے اور صحیح اعداد کی ضرب و تقسیم

سیکھیں گے۔

1.1.1 Addition of integers

Observe the additions given below.

$$4 + 3 = 7$$

$$4 + 2 = 6$$

$$4 + 1 = 5$$

$$4 + 0 = 4$$

$$4 + (-1) = 3$$

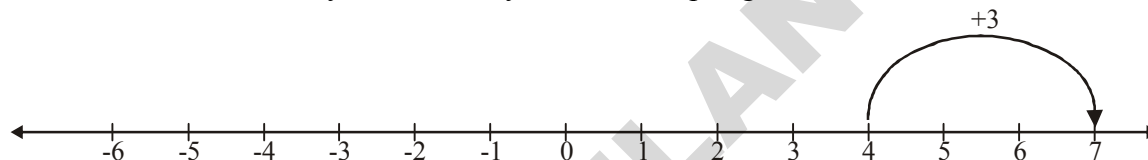
$$4 + (-2) = 2$$

$$4 + (-3) = 1$$



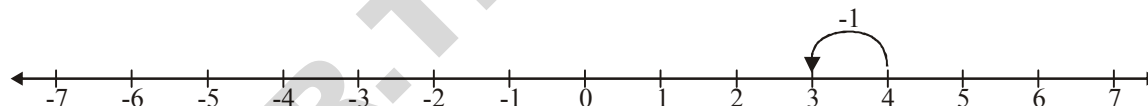
Do you find any pattern in the answers? You will find that when the number being added to 4 is decreased by one (3, 2, 1, 0, -1, -2, -3) then the value of the sum also decreases by 1.

On the number line, when you add 3 to 4 you move 3 steps right from 4 on the number line.



Similarly, what will happen if you add 2 and 1 to 4 on the number line drawn above? You will find that in each case you have moved right on the number line.

Now, let us see what is happening when we add -1 to 4. From the above pattern, $4 + (-1) = 3$. We understand that we have to move one step left on the number line.



Similarly, what will happen if you add -2 and -3 to 4 on the number line drawn above? You will find that in each case you are moving left on the number line.

Thus, each time you add a positive integer you move right on the number line. On the other hand, each time you add a negative number you move left on the number line.



Try This

1. $9 + 7 = 16$

$$9 + 6 = 15$$

$$9 + 5 =$$

$$9 + 4 =$$

$$9 + 3 =$$

$$9 + 2 =$$

$$9 + 1 =$$

$$9 + 0 =$$

$$9 + (-1) =$$

$$9 + (-2) =$$

$$9 + (-3) =$$

1.1.1 صحیح اعداد کی جمع :-

درج ذیل جمع کا مشاہدہ کیجیے۔



$$4 + 3 = 7$$

$$4 + 2 = 6$$

$$4 + 1 = 5$$

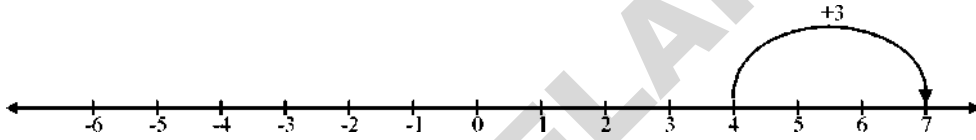
$$4 + 0 = 4$$

$$4 + (-1) = 3$$

$$4 + (-2) = 2$$

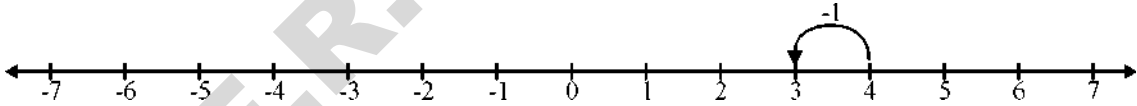
$$4 + (-3) = 1$$

کیا آپ نے ان جوابات کی ترتیب پر غور کیا؟ آپ یہ محسوس کریں گے کہ 4 میں جب جمع کئے جانے والے عدد میں 1 کی کمی ہوتی جائے (3, 2, 1, 0, -1, -2, -3) تو مجموعی قدر میں ایک 1 کی کمی واقع ہوتی جائے گی۔ عددی خط پر جب آپ عدد 4 میں 3 کا اضافہ کریں گے تب آپ دائیں جانب بڑھتے جائیں گے۔



اسی طرح 4 میں 2 اور 1 کو عددی خط پر ظاہر کریں تو کیا ہوگا؟ اوپر بتلائے گئے عددی خط پر آپ محسوس کریں گے کہ ہر مرتبہ دائیں جانب بڑھتے رہیں گے۔

اب ہم یہ دیکھیں گے کہ -1 کو 4 میں جمع کرنے پر کیا ہوگا۔ اوپر کی طرح ہم کو جواب $4 + (-1) = 3$ حاصل ہوگا۔ یعنی ہم ایک قدم بائیں جانب جائیں گے۔



اب آپ اسی طرح 2 اور -3 کا حاصل جمع 4 کے ساتھ اوپر کی طرح عددی خط پر بتلا سکتے ہیں لیکن آپ یہ محسوس کریں گے کہ ہر صورت میں آپ ایک قدم بائیں جانب ہٹ رہے ہیں۔

یعنی جب بھی ایک مثبت عدد جمع کیا جائے گا تو آپ ایک قدم دائیں جانب بڑھ جائیں گے۔ دوسری جانب جب بھی ایک منفی عدد جمع کیا جائے گا تو آپ ایک قدم بائیں جانب ہٹ جائیں گے۔

کوشش کیجیے۔

$$9 + 7 = 16$$

$$9 + 6 = 15$$

$$9 + 5 =$$

$$9 + 4 =$$

$$9 + 3 =$$

$$9 + 2 =$$

$$9 + 1 =$$

$$9 + 0 =$$

$$9 + (-1) =$$

$$9 + (-2) =$$

$$9 + (-3) =$$



- (i) Represent the additions $9 + 2$, $9 + (-1)$, $9 + (-3)$, $(-1) + 2$, $(-3) - 5$ on the number line.
 - (ii) When you add a positive integer to a number, in which direction did you move on the number line?
 - (iii) When you add a negative integer to a number, in which direction did you move on the number line?
2. Sangeetha said that each time you add two integers, the value of the sum is greater than the numbers. Do you agree with her? Give reasons for your answer.



Exercise - 2

1. Represent the following additions on a number line.
 - (i) $5 + 7$
 - (ii) $5 + 2$
 - (iii) $5 + (-2)$
 - (iv) $5 + (-7)$
2. Compute the following.
 - (i) $7 + 4$
 - (ii) $8 + (-3)$
 - (iii) $11 + 3$
 - (iv) $14 + (-6)$
 - (v) $9 + (-7)$
 - (vi) $14 + (-10)$
 - (vii) $13 + (-15)$
 - (viii) $4 + (-4)$
 - (ix) $10 + (-2)$
 - (x) $100 + (-80)$
 - (xi) $225 + (-145)$
 - (xii) $(-5) + 7$
 - (xiii) $(-15) - (1)$
 - (xiv) $(-5) + (-3)$

1.1.2 Subtraction of integers

Now let us observe the subtractions given below.

$$6 - 3 = 3$$

$$6 - 2 = 4$$

$$6 - 1 = 5$$

$$6 - 0 = 6$$

$$6 - (-1) = 7$$

$$6 - (-2) = 8$$

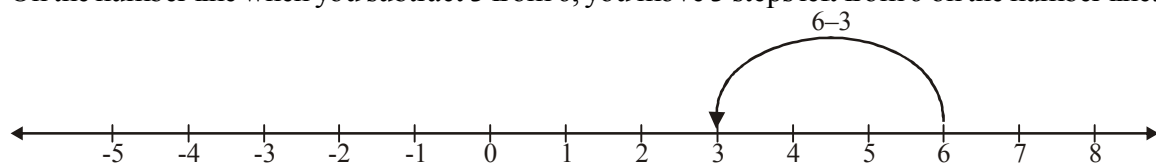
$$6 - (-3) = 9$$

$$6 - (-4) = 10$$



Do you find any pattern in the answers? You will find that when the number being subtracted from 6 is decreased by one (3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4) the value of the difference increased by 1.

On the number line when you subtract 3 from 6, you move 3 steps left from 6 on the number line.



(i) عددی خط پر 5 - (-3), (-1) + 2, 9 + (-3), 9 + (-1), 9 + 2 کو ظاہر کیجئے

(ii) جب آپ ایک مثبت عدد کو جمع کریں گے، تب آپ عددی خط پر کس جانب بڑھیں گے؟

(iii) جب آپ ایک منفی عدد کو جمع کریں گے تب آپ عددی خط پر کس جانب بڑھیں گے؟

2. ساجدہ کہتی ہے کہ ”ہر دفعہ دو صحیح اعداد کو جمع کیا جائے تو مجموعہ کی قدر اعداد سے زیادہ ہوگی“ کیا ساجدہ صحیح کہہ رہی ہے؟ اپنے جواب کی وضاحت کیجئے۔

مشق - 2



1. ذیل کی جمع کو عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

(i) $5 + 7$ (ii) $5 + 2$ (iii) $5 + (-2)$ (iv) $5 + (-7)$

2. جمع کیجئے۔

(i) $7 + 4$ (ii) $8 + (-3)$ (iii) $11 + 3$
 (iv) $14 + (-6)$ (v) $9 + (-7)$ (vi) $14 + (-10)$
 (vii) $13 + (-15)$ (viii) $4 + (-4)$ (ix) $10 + (-2)$
 (x) $100 + (-80)$ (xi) $225 + (-145)$ (xii) $(-5) + 7$
 (xiii) $(-15) - (1)$ (xiv) $(-5) + (-3)$

1.1.2 صحیح اعداد کی تفریق :-

اب صحیح اعداد کی تفریق کا مشاہدہ کیجئے۔

$$6 - 3 = 3$$

$$6 - 2 = 4$$

$$6 - 1 = 5$$

$$6 - 0 = 6$$

$$6 - (-1) = 7$$

$$6 - (-2) = 8$$

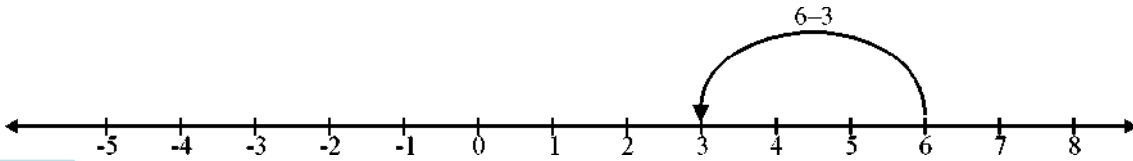
$$6 - (-3) = 9$$

$$6 - (-4) = 10$$



کیا آپ نے جوابات کی ترتیب پر غور کیا؟ جب بھی 6 سے تفریق کیے جانے والے عدد میں 1 کی کمی کی جاتی ہے تب

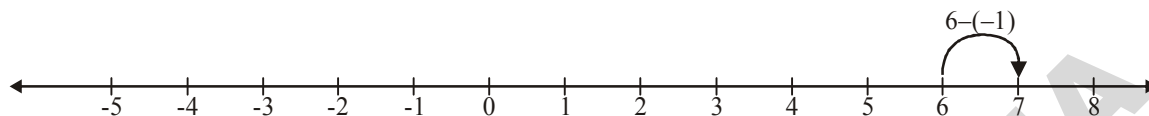
(-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3) حاصل ہونے والی فرق کی قدر میں ایک کا اضافہ ہوتا ہے۔



Similarly, if you subtract 2, 1 from 6 on the number line. You will observe that in each case you have moved left on the number line.

Now, let us see what is happening when we subtract -1 from 6. As seen from the above pattern we get $6 - (-1) = 7$.

Thus, we have moved one step right on the number line .



Similarly, what will happen if you subtract $-2, -3, -4$ from 6? You will find that in each case you are moving right on the number line.

Thus, each time you subtract a positive integer, you move left on the number line and each time you subtract a negative integer, you move right on the number line.



Try This

Complete the pattern given below.

1. $8 - 6 = 2$

$8 - 5 = 3$

$8 - 4 =$

$8 - 3 =$

$8 - 2 =$

$8 - 1 =$

$8 - 0 =$

$8 - (-1) =$

$8 - (-2) =$

$8 - (-3) =$

$8 - (-4) =$

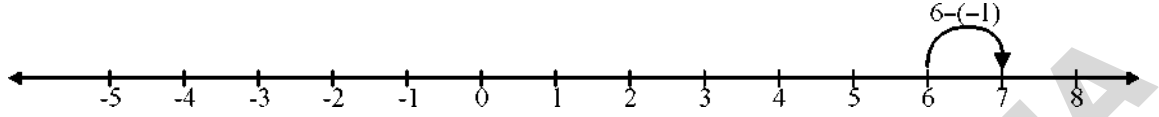
(i) Represent $8 - 6, 8 - 1, 8 - 0, 8 - (-2), 8 - (-4)$ on the number line.

(ii) When you subtract a positive integer in which direction do you move on the number line?

(iii) When you subtract a negative integer, in which direction do you move on the number line?

2. Richa felt that each time you subtract an integer from another integer, the value of the difference is less than the given two numbers. Do you agree with her? Give reasons for your answer.

اب آپ 6 میں سے 2، 1 کو تفریق کر کے عددی خط پر بتلایئے۔ آپ محسوس کریں گے کہ ہر دفعہ آپ بائیں جانب ہٹیں گے۔ اب ہم دیکھیں گے کہ -1 کو 6 میں سے تفریق کرنے پر کیا ہوتا ہے اور پر کی مثال کی طرح ہم حاصل کریں گے۔ $6 - (-1) = 7$ ۔ اسی طرح اب ہم عددی خط پر ایک قدم دائیں جانب بڑھ جائیں گے۔



اسی طرح اگر آپ -4، -3، -2 کو 6 میں سے تفریق کریں تو ہر دفعہ آپ عددی خط پر دائیں جانب بڑھیں گے۔ لہذا جب ہر دفعہ اگر آپ کسی مثبت صحیح عدد کو منفی کریں گے تو عددی خط پر بائیں جانب حرکت کریں گے۔ اور جب کبھی آپ کسی منفی صحیح عدد کو تفریق کرتے ہیں تو عددی خط پر دائیں جانب حرکت کرتے ہیں۔

کوشش کیجیے



1. دی گئی ترتیب کو مکمل کیجئے

$$8 - (-1) = \quad 8 - 6 = 2$$

$$8 - (-2) = \quad 8 - 5 = 3$$

$$8 - (-3) = \quad 8 - 4 =$$

$$8 - (-4) = \quad 8 - 3 =$$

$$8 - (-5) = \quad 8 - 2 =$$

$$8 - (-6) = \quad 8 - 1 =$$

$$8 - 0 =$$

(i) $8 - (-4)$, $8 - (-2)$, $8 - 0$, $8 - 1$, $8 - 6$, 8 کو عددی خط پر بتلایئے۔

(ii) جب آپ مثبت صحیح عدد کی تفریق کرتے ہیں تب آپ عددی خط پر کس سمت حرکت کریں گے۔

(iii) جب آپ عددی خط پر کسی منفی صحیح عدد کو تفریق کرتے ہیں تب آپ عددی خط پر کس سمت حرکت کریں گے۔

2. عارفہ نے یہ محسوس کیا کہ جب کبھی دو صحیح اعداد کو ایک دوسرے سے تفریق کرتے ہیں تب حاصل فرق ان دو صحیح اعداد سے کم ہوتا ہے۔ کیا عارفہ کا بیان صحیح ہے؟ وجہ بیان کیجئے۔



Exercise - 3

1. Represent the following subtractions on the number line and write the result.

(i) $7 - 2$

(ii) $8 - (-7)$

(iii) $3 - 7$

(iv) $15 - 14$

(v) $5 - (-8)$

(vi) $(-2) - (-1)$

2. Compute the following.

(i) $17 - (-14)$

(ii) $13 - (-8)$

(iii) $19 - (-5)$

(iv) $15 - 28$

(v) $25 - 33$

(vi) $80 - (-50)$

(vii) $150 - 75$

(viii) $32 - (-18)$

(ix) $(-30) - (-25)$

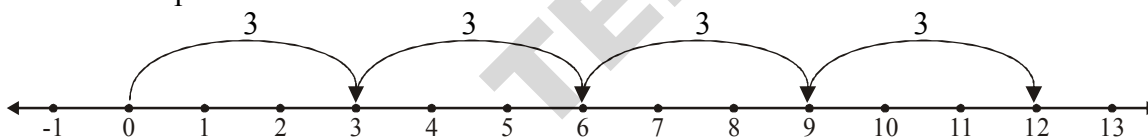
3. Express ' -6 ' as the sum of a negative integer and a whole number.

1.1.3 Multiplication of integers

Now, let us multiply integers.

We know that $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$ (4 times 3)

This can be represented on the number line as follows:

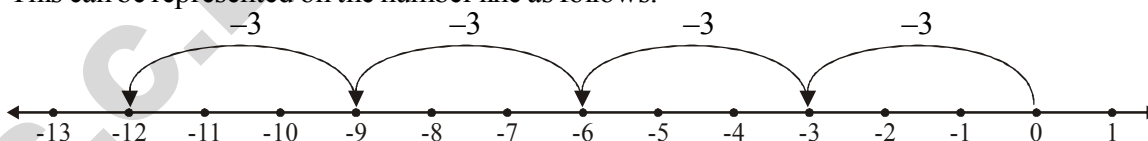


Thus, 4×3 means 4 jumps each of 3 steps from zero towards right on the number line and therefore $4 \times 3 = 12$.

Now let us discuss $4 \times (-3)$ i.e., 4 times (-3)

$$4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$$

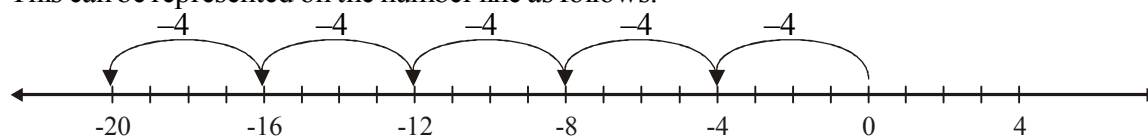
This can be represented on the number line as follows:



Thus, $4 \times (-3)$ means 4 jumps each of 3 steps from zero towards left on the number line and therefore $4 \times (-3) = -12$

$$\text{Similarly, } 5 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -20$$

This can be represented on the number line as follows:



مشق - 3



1. ذیل کی تفریق کو عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

- (i) $7 - 2$ (ii) $8 - (-7)$ (iii) $3 - 7$
 (iv) $15 - 14$ (v) $5 - (-8)$ (vi) $(-2) - (-1)$

2. حل کیجئے۔

- (i) $17 - (-14)$ (ii) $13 - (-8)$ (iii) $19 - (-5)$
 (iv) $15 - 28$ (v) $25 - 33$ (vi) $80 - (-50)$
 (vii) $150 - 75$ (viii) $32 - (-18)$ (ix) $(-30) - (-25)$

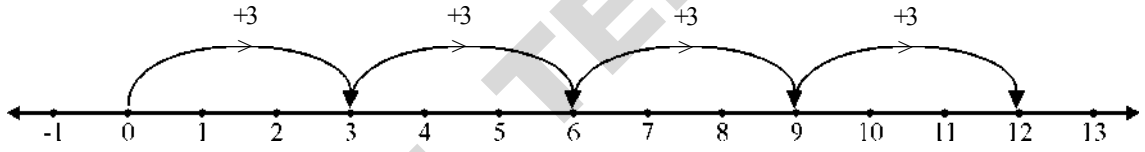
3. 6- کو منفی صحیح عدد اور مکمل عدد کے مجموعہ کے طور پر ظاہر کیجئے۔

1.1.3 صحیح اعداد کا ضرب:-

اب ہم صحیح اعداد کو ضرب دیں گے

ہم جانتے ہیں کہ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$ (چار مرتبہ 3)

عددی خط پر یہ اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے

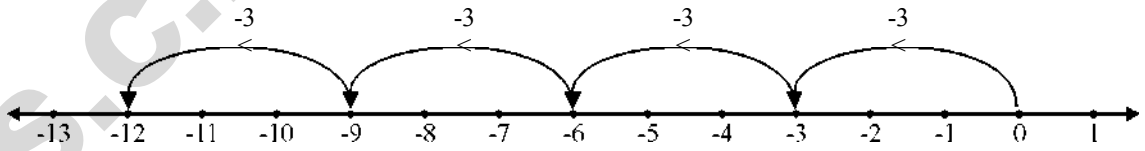


یعنی 4×3 سے مراد 3 قدم کے حساب سے، 4 مرتبہ دائیں جانب چھلانگ لگانا ہے، اسلئے $4 \times 3 = 12$

اب ہم دیکھیں گے $4 \times (-3)$ یعنی 4 مرتبہ (-3)

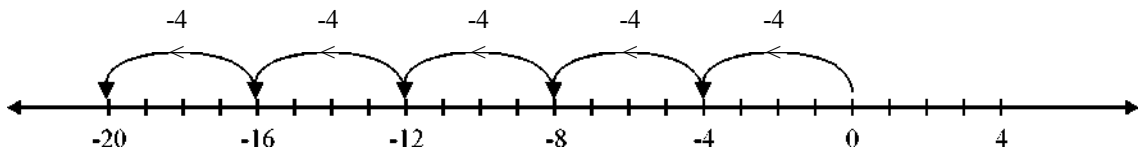
$$4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$$

عددی خط پر اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



یعنی $4 \times (-3)$ سے مراد صفر سے 3 قدم کے حساب سے 4 مرتبہ بائیں جانب چھلانگ لگانا ہے اسلئے $4 \times (-3) = -12$

اسی طرح $5 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -20$ ، عددی خط پر یہ اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



Thus, 5×-4 means 5 jumps each of 4 steps from zero towards left on the number line and therefore $5 \times -4 = -20$

Similarly, $2 \times -5 = (-5) + (-5) = -10$

$$3 \times -6 = (-6) + (-6) + (-6) = -18$$

$$4 \times -8 = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$$

Do This

1. Compute the following.

(i) 2×-6

(ii) 5×-4

(iii) 9×-4



Now, let us multiply -4×3

Observe the following pattern.

$$4 \times 3 = 12$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$0 \times 3 = 0$$

$$-1 \times 3 = -3$$

$$-2 \times 3 = -6$$

$$-3 \times 3 = -9$$

$$-4 \times 3 = -12$$



You see that as the multiplier decreases by 1, the product decreases by 3.

Thus, based on this pattern $-4 \times 3 = -12$.

We already know that $4 \times -3 = -12$

Thus, $-4 \times 3 = 4 \times -3 = -12$

Using this pattern we can say that

$$4 \times (-5) = (-4) \times 5 = -20$$

$$2 \times (-5) = (-2) \times 5 = -10$$

$$3 \times (-2) =$$

$$8 \times (-4) =$$

$$6 \times (-5) =$$

From the above examples you would have noticed that product of positive integer and a negative integer is always a negative integer.

یعنی $5 \times -4 = -20$ یعنی 5 مرتبہ بائیں جانب چھلانگ لگانا ہے۔

$$2 \times -5 = (-5) + (-5) = -10$$

$$3 \times -6 = (-6) + (-6) + (-6) = -18$$

$$4 \times -8 = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$$

یہ کیجیے



1. حسب ذیل کو حل کیجئے۔

(i) 2×-6 (ii) 5×-4 (iii) 9×-4

آئیے اب ہم 4×3 کو ضرب دیں گے۔

ذیل کے نمونہ پر غور کیجئے

$$4 \times 3 = 12$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$0 \times 3 = 0$$

$$-1 \times 3 = -3$$

$$-2 \times 3 = -6$$

$$-3 \times 3 = -9$$

$$-4 \times 3 = -12$$



آپ دیکھ سکتے ہیں جیسے ہی ضارب (multiplier) میں ایک کی کمی ہوتی جاتی ہے تب حاصل ضرب میں 3 کی کمی ہو جاتی جائے گی

مندرجہ بالا نمونہ کی بنیاد پر $-4 \times 3 = -12$

ہم پہلے ہی سے واقف ہیں ہے کہ $4 \times -3 = -12$

لہذا $-4 \times 3 = 4 \times -3 = -12$

اس نمونہ کے استعمال سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ $4 \times -5 = -4 \times 5 = -20$

$$2 \times -5 = -2 \times 5 = -10$$

$$3 \times -2 =$$

$$8 \times -4 =$$

$$6 \times -5 =$$

مذکورہ بالا مثالوں سے آپ یہ مشاہدہ کر چکے ہیں کہ مثبت صحیح عدد اور منفی صحیح عدد کا حاصل ضرب ہمیشہ منفی صحیح عدد ہی ہوگا۔

1.1.3(a) Multiplication of two negative integers

Let us see what we will get on multiplying -3 and -4 .

Observe the following pattern.

$$-3 \times 4 = -12$$

$$-3 \times 3 = -9$$

$$-3 \times 2 = -6$$

$$-3 \times 1 = -3$$

$$-3 \times 0 = 0$$

$$-3 \times -1 = 3$$

$$-3 \times -2 = 6$$

$$-3 \times -3 = 9$$

$$-3 \times -4 = 12$$

Do you observe any a pattern? You will see that as we multiply -3 by $4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4$ the product increases by 3 .

Now let us multiply -4 and -3 .

Observe the following products and fill the blanks.

$$-4 \times 4 = -16$$

$$-4 \times 3 = -12$$

$$-4 \times 2 = -8$$

$$-4 \times 1 = -4$$

$$-4 \times 0 = 0$$

$$-4 \times -1 = \underline{\quad}$$

$$-4 \times -2 = \underline{\quad}$$

$$-4 \times -3 = \underline{\quad}$$

You will see that as we multiply -4 by $4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3$, the product increases by 4 .

According to the two patterns given above, $(-3) \times (-4) = (-4) \times (-3) = 12$

(a) 1.1.3 دونوں صحیح اعداد کا حاصل ضرب :-

اگر ہم 3- اور 4- کو ضرب دیتے ہیں تو کیا حاصل ہوگا۔

ذیل کے نمونہ کا مشاہدہ کیجئے

$$-3 \times 4 = -12$$

$$-3 \times 3 = -9$$

$$-3 \times 2 = -6$$

$$-3 \times 1 = -3$$

$$-3 \times 0 = 0$$

$$-3 \times -1 = 3$$

$$-3 \times -2 = 6$$

$$-3 \times -3 = 9$$

$$-3 \times -4 = 12$$

کیا آپ نے اس میں کسی ترتیب کا مشاہدہ کیا ہے؟ آپ مشاہدہ کریں گے کہ 3- سے 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4 کو

ضرب دینے پر حاصل ضرب میں ہر مرتبہ 3 کا اضافہ ہوگا۔ اب ہم 4- اور 3- کو ضرب دیں گے۔

ذیل کے حاصل ضرب کا مطالعہ کرتے ہوئے خالی جگہوں کو پُر کیجئے۔

$$-4 \times 4 = -16$$

$$-4 \times 3 = -12$$

$$-4 \times 2 = -8$$

$$-4 \times 1 = -4$$

$$-4 \times 0 = 0$$

$$-4 \times -1 = \underline{\quad}$$

$$-4 \times -2 = \underline{\quad}$$

$$-4 \times -3 = \underline{\quad}$$

آپ دیکھیں گے کہ 4- سے 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3 کو ضرب دینے پر حاصل ضرب میں ہر مرتبہ 4 کا اضافہ

ہوگا۔ مذکورہ بالا دونوں ترتیب کے مطابق $(-3) \times (-4) = (-4) \times (-3) = 12$

You have also observed that.

$$\begin{array}{ll} -3 \times (-1) = 3 & -4 \times (-1) = 4 \\ -3 \times (-2) = 6 & -4 \times (-2) = 8 \\ -3 \times (-3) = 9 & -4 \times (-3) = 12 \end{array}$$

Thus, every time if we multiply two negative integers, the product is always a positive integer.

Activity 1

Fill the grid by multiplying each number in the first column with each number in the first row.

| \times | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 |
|----------|----|----|----|---|----|----|----|
| 3 | 9 | 6 | 3 | 0 | -3 | -6 | -9 |
| 2 | 6 | 4 | 2 | 0 | | | |
| 1 | | | | | | | |
| 0 | | | | | | | |
| -1 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| -2 | | | | | | | |
| -3 | | | | | | | |



- Is the product of two positive integers always a positive integer?
- Is the product of two negative integers always a positive integer?
- Is the product of a negative and positive integer always a negative integer?

1.1.3(b) Multiplication of more than two negative integers

We noticed that the product of two negative integers is a positive integer. What will be the product of three negative integers? Four negative integers? and so on

Let us observe the following examples.

- $(-2) \times (-3) = 6$
- $(-2) \times (-3) \times (-4) = [(-2) \times (-3)] \times (-4) = 6 \times (-4) = -24$
- $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) = [(-2) \times (-3) \times (-4)] \times (-5) = (-24) \times (-5) = 120$
- $[(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times (-6)] = 120 \times (-6) = -720$

آپ یہ بھی مشاہدہ کر چکے ہیں۔

$$\begin{array}{l} -4x - 1 = 4 \\ -4x - 2 = 8 \\ -4x - 3 = 12 \end{array} \quad \begin{array}{l} -3x - 1 = 3 \\ -3x - 2 = 6 \\ -3x - 3 = 9 \end{array}$$

یعنی دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مثبت عدد ہی ہوگا۔

مشغلہ 1

پہلے کالم کے ہر عدد کو پہلی صف کے عدد سے ضرب دے کر خانہ پری کیجئے

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|---|----|----|----|
| x | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 |
| 3 | 9 | 6 | 3 | 0 | -3 | -6 | -9 |
| 2 | 6 | 4 | 2 | 0 | | | |
| 1 | | | | | | | |
| 0 | | | | | | | |
| -1 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| -2 | | | | | | | |
| -3 | | | | | | | |



(i) کیا دو مثبت صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مثبت صحیح عدد ہوتا ہے؟

(ii) کیا دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مثبت صحیح عدد ہوتا ہے؟

(iii) کیا ایک منفی اور ایک مثبت عدد کا حاصل ضرب ہمیشہ منفی صحیح عدد ہوتا ہے؟

(b) 1.1.3 دو سے زائد منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب:-

ہم یہ مشاہدہ کر چکے ہیں کہ دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔ تین منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب کیا ہوگا؟

چار یا اس سے زائد منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب کیا ہوگا؟

اب ہم حسب ذیل مثالوں کا مطالعہ کریں گے

(i) $(-2) \times (-3) = 6$

(ii) $(-2) \times (-3) \times (-4) = [(-2) \times (-3)] \times (-4) = 6 \times (-4) = -24$

(iii) $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) = [(-2) \times (-3) \times (-4)] \times (-5) = (-24) \times (-5) = 120$

(iv) $[(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times (-6)] = 120 \times (-6) = -720$

From the above products, we observe that

- (i) The product of two negative integers is a positive integer.
- (ii) The product of three negative integers is a negative integer.
- (iii) The product of four negative integers is a positive integer.
- (iv) The product of five negative integers is a negative integer.

Is the product of six negative integers be positive or negative? State reasons.



Try This

- (a) $(-1) \times (-1) = \text{---}$
- (b) $(-1) \times (-1) \times (-1) = \text{---}$
- (c) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \text{---}$
- (d) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \text{---}$

We further see that in (a) and (c) above, the number of negative integers that are multiplied are even number of times and their products are positive integers. The number of negative integers that are multiplied in (b) and (d) are odd number of times and their products are negative integers.

Thus, we find that if the number of negative integers being multiplied is even, then the product is a positive integer. And if the number of negative integers being multiplied is odd, the product is a negative integer.



Exercise - 4

1. Fill in the blanks.

- (i) $(-100) \times (-6) = \text{.....}$
- (ii) $(-3) \times \text{.....} = 3$
- (iii) $100 \times (-6) = \text{.....}$
- (iv) $(-20) \times (-10) = \text{.....}$
- (v) $15 \times (-3) = \text{.....}$

- مندرجہ بالا ضرب سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ
- (i) دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوگا۔
- (ii) تین منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔
- (iii) چار منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوگا۔
- (iv) پانچ منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔
- 6 منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت ہوگا یا منفی وجہ بتائیے۔

یہ کیجیے



(a) $(-1) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

(b) $(-1) \times (-1) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

(c) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

(d) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

مذکورہ بالا (a) اور (c) کی رو سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ اگر منفی اعداد جفت مرتبہ (2 مرتبہ، 4 مرتبہ) ہوں تو حاصل ضرب مثبت ہوگا جبکہ (b) اور (d) کی طرح سے طاق مرتبہ ہوں تو حاصل ضرب منفی ہوگا۔

لہذا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ اگر ضرب ہونے والے منفی اعداد جفت مرتبہ ہوں تو حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوگا۔ اگر ضرب ہونے والے اعداد طاق مرتبہ ہوں تو حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔

مشق - 4



1. خالی جگہوں کو پر کیجئے

(i) $(-100) \times (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii) $(-3) \times \underline{\hspace{2cm}} = 3$

(iii) $100 \times (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$

(iv) $(-20) \times (-10) = \underline{\hspace{2cm}}$

(v) $15 \times (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Find each of the following products.

(i) $3 \times (-1)$

(ii) $(-1) \times 225$

(iii) $(-21) \times (-30)$

(iv) $(-316) \times (-1)$

(v) $(-15) \times 0 \times (-18)$

(vi) $(-12) \times (-11) \times (10)$

(vii) $9 \times (-3) \times (-6)$

(viii) $(-18) \times (-5) \times (-4)$

(ix) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$

(x) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

3. A certain freezing process requires that the room temperature be lowered from 40°C at the rate of 5°C every hour. What will be the room temperature 10 hours after the process begins?

4. In a class test containing 10 questions, '3' marks are awarded for every correct answer and (-1) mark is for every incorrect answer and '0' for questions not attempted.

(i) Gopi gets 5 correct and 5 incorrect answers. What is his score?

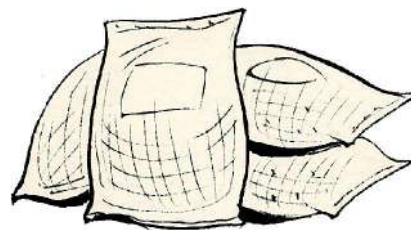
(ii) Reshma gets 7 correct answers and 3 incorrect answers. What is her score?

(iii) Rashmi gets 3 correct and 4 incorrect answers out of seven questions she attempts. What is her score?

5. A merchant on selling rice earns a profit of ₹10 per bag of basmati rice sold and a loss of ₹5 per bag of non-basmati rice.

(i) He sells 3,000 bags of basmati rice and 5,000 bags of non-basmati rice in a month. What is his profit or loss in a month?

(ii) If we sell 6,400 non-basmati rice, how many basmati rice bags are to be sold to get neither profit nor loss?



6. Fill in the blanks.

(i) $(-3) \times \text{—————} = 27$

(ii) $5 \times \text{—————} = -35$

(iii) $\text{—————} \times (-8) = -56$

(iv) $\text{—————} \times (-12) = 132$

1.1.4 Division of integers

We know that division is the inverse operation of multiplication. Let us observe some examples for natural numbers.



2. حاصل ضرب معلوم کیجئے

- (i) $3 \times (-1)$ (ii) $(-1) \times 225$
 (iii) $(-21) \times (-30)$ (iv) $(-316) \times (-1)$
 (v) $(-15) \times 0 \times (-18)$ (vi) $(-12) \times (-11) \times (10)$
 (vii) $9 \times (-3) \times (-6)$ (viii) $(-18) \times (-5) \times (-4)$
 (ix) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$ (x) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

3. عمل انجماد کیلئے کمرہ کا درجہ حرارت 40°C سے فی گھنٹہ 5°C کم کیا جاتا ہے 10 گھنٹے بعد کمرہ کا درجہ حرارت کیا ہوگا؟

4. ایک جماعت کا امتحان 10 سوالات پر مشتمل ہے، صحیح جواب کے لئے 3 نشانات ہیں جبکہ ہر غلط جواب کیلئے (-1) نشان مختص کیا گیا ہے اور صرف نشان ان سوالات کے لئے جن کے جواب نہیں دیئے گئے۔

- (i) حمید نے 5 سوالات صحیح اور 5 سوالات غلط حل کئے تو حمید کو کتنے نشانات حاصل ہوں گے؟
 (ii) ریشما نے 7 سوالات صحیح اور 3 سوالات غلط حل کئے تب ریشما کو کتنے نشانات حاصل ہوں گے؟
 (iii) راشدہ نے کل 7 سوالات میں سے 3 سوالات صحیح اور 4 سوالات غلط حل کئے، تب راشدہ کو کل کتنے نشانات حاصل ہوں گے؟



5. ایک تاجر کو باسمتی چاول کے ایک تھیلے کی فروخت پر $10/-$ کا نفع حاصل ہوتا ہے اور غیر باسمتی چاول کے فی تھیلے پر $5/-$ نقصان ہوتا ہے۔
 (i) ایک ماہ میں تاجر 3000 باسمتی چاول کے تھیلے اور 5000 غیر باسمتی چاول کے تھیلے فروخت کرتا ہے تب اُسے ایک ماہ میں کتنا نفع یا نقصان ہوا بتلائیے؟
 (ii) اگر تاجر غیر باسمتی چاول کے 6400 تھیلے فروخت کر چکا ہو تب اسے کتنے باسمتی چاول کے تھیلے فروخت کرنے ہوں گے کہ تاجر کو نہ ہی نفع ہو اور نہ ہی نقصان۔

6. خالی جگہوں کو صحیح عدد کے ذریعہ پر کیجئے تاکہ بیان صادق ہو جائے۔

- (i) $(-3) \times \text{————} = 27$ (ii) $5 \times \text{————} = -35$
 (iii) $\text{————} \times (-8) = -56$ (iv) $\text{————} \times (-12) = 132$

1.1.4 صحیح اعداد کی تقسیم (Division of Integers) :-



ہم جانتے ہیں کہ تقسیم، ضرب کا معکوس عمل ہے۔ اب ہم چند طبعی اعداد کی مثالوں کا مطالعہ کریں گے۔

We know that $3 \times 5 = 15$

Therefore, $15 \div 5 = 3$ or $15 \div 3 = 5$

Similarly, $4 \times 3 = 12$

Therefore, $12 \div 4 = 3$ or $12 \div 3 = 4$

Thus, we can say that for each multiplication statement of natural numbers there are two corresponding division statements.

We can also write a multiplication statement and its corresponding division statements for integers?

Observe the following and complete the table.

| Multiplication statement | Division statements |
|--|--|
| $2 \times (-6) = (-12)$ | $(-12) \div (-6) = 2$, $(-12) \div 2 = (-6)$ |
| $(-4) \times 5 = (-20)$ | $(-20) \div (5) = (-4)$, $(-20) \div (-4) = 5$ |
| $(-8) \times (-9) = 72$ | $72 \div (-8) = (-9)$, $72 \div (-9) = (-8)$ |
| $(-3) \times (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}} \div (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$ |
| $(-8) \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$ |
| $5 \times (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$ |
| $(-10) \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$ |

We can infer from the above table that when we divide a negative integer by a positive integer or a positive integer by a negative integer, we divide them as whole numbers and then put a negative (-) sign for the quotient. We thus, get a negative integer as the quotient.

Do This

1. Compute the following.

- (i) $(-100) \div 5$ (ii) $(-81) \div 9$ (iii) $(-75) \div 5$ (iv) $(-32) \div 2$
(v) $125 \div (-25)$ (vi) $80 \div (-5)$ (vii) $64 \div (-16)$



Try This

Can we say that $(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$?

Check whether the following are true or not?

- (i) $90 \div (-45)$ and $(-90) \div 45$ (ii) $(-136) \div 4$ and $136 \div (-4)$

We also observe that

$$(-12) \div (-6) = 2; (-20) \div (-4) = 5; (-32) \div (-8) = 4; (-45) \div (-9) = 5$$

So, we can say that when we divide a negative integer by a negative integer, we get a positive number as the quotient.

ہم جانتے ہیں کہ $3 \times 5 = 15$
 اس لئے $15 \div 3 = 5$ یا $15 \div 5 = 3$
 اسی طرح $4 \times 3 = 12$
 اس لئے $12 \div 3 = 4$ یا $12 \div 4 = 3$
 تب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ طبعی اعداد کے ضرب کے ہر بیان کے لئے اس کے دو متناظر تقسیم کے بیان ہوں گے
 کیا ہم ضرب کے بیان اور متناظر تقسیم کے بیان کو صحیح اعداد کے لئے لکھ سکتے ہیں۔
 جدول کا مشاہدہ کر کے اس کو مکمل کیجئے۔

| ضرب کا بیان | تقسیم کا بیان |
|--|--|
| $2 \times (-6) = (-12)$ | $(-12) \div (-6) = 2$ ، $(-12) \div 2 = (-6)$ |
| $(-4) \times 5 = (-20)$ | $(-20) \div (5) = (-4)$ ، $(-20) \div (-4) = 5$ |
| $(-8) \times (-9) = 72$ | $72 \div (-8) = (-9)$ ، $72 \div (-9) = (-8)$ |
| $(-3) \times (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}} \div (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$ ، $\underline{\hspace{2cm}}$ |
| $(-8) \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}}$ ، $\underline{\hspace{2cm}}$ |
| $5 \times (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}}$ ، $\underline{\hspace{2cm}}$ |
| $(-10) \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}}$ ، $\underline{\hspace{2cm}}$ |

اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ جب کبھی ہم منفی صحیح عدد کو مثبت صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں یا مثبت صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں۔ تب ہم ان کو مکمل عدد کی طرح تقسیم کرتے ہیں اور خارج قسمت کیلئے منفی (-) علامت کا استعمال کرتے ہیں۔ اس طرح ہم کو منفی صحیح عدد بطور خارج قسمت حاصل ہوتا ہے۔

یہ کیجئے

1. حل کیجئے



- (i) $(-100) \div 5$ (ii) $(-81) \div 9$ (iii) $(-75) \div 5$ (iv) $(-32) \div 2$
 (v) $125 \div (-25)$ (vi) $80 \div (-5)$ (vii) $64 \div (-16)$

کوشش کیجئے

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ $(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$ ؟

جانچ کیجئے کہ مندرجہ ذیل آیا یہ مساوی ہیں یا نہیں۔

- (i) $90 \div (-45)$ اور $(-90) \div 45$ (ii) $(-136) \div 4$ اور $136 \div (-4)$

ہم نے یہ بھی مشاہدہ کیا کہ

$$(-12) \div (-6) = 2; (-20) \div (-4) = 5; (-32) \div (-8) = 4; (-45) \div (-9) = 5$$

لہذا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ جب کبھی ہم کسی منفی صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تو ہمیں خارج قسمت مثبت صحیح عدد حاصل ہوتا ہے۔

Do This

1. Compute the following.

(i) $-36 \div (-4)$ (ii) $(-201) \div (-3)$ (iii) $(-325) \div (-13)$



1.2 Properties of integers

In class VI we have learnt the properties of whole numbers. Here we will learn the properties of integers.

1.2.1 Properties of integers under addition

(i) Closure property

Observe the following additions and complete the table.

| Statement | Conclusion |
|--------------|---------------------------|
| $5 + 8 = 13$ | The sum is a whole number |
| $6 + 3 =$ | |
| $13 + 5 =$ | |
| $10 + 2 =$ | |
| $2 + 6 = 8$ | The sum is a whole number |

Is the sum of two whole numbers always a whole number? You will find this to be true. Thus, we say that whole numbers follow the closure property of addition.

Do integers satisfy closure property of addition? Observe the following additions and complete the blanks.

| Statement | Conclusion |
|--------------------|-----------------------|
| $6 + 3 = 9$ | The sum is an integer |
| $-10 + 2 =$ | |
| $-3 + 0 =$ | |
| $-5 + 6 = 1$ | |
| $(-2) + (-3) = -5$ | |
| $7 + (-6) =$ | The sum is an integer |

Is the sum of two integers always an integer?

Can you give an example of a pair of integers whose sum is not an integer? You will not be able to find such a pair. **Therefore, integers are also closed under addition.**

In general, for any two integers a and b, $a + b$ is also an integer.



1. ذیل میں دیئے گئے سوالات کو حل کیجئے

(i) $-36 \div (-4)$ (ii) $(-201) \div (-3)$ (iii) $(-325) \div (-13)$

1.2 صحیح اعداد کی خصوصیات (Properties of Integers) :-

چھٹی جماعت میں ہم مکمل اعداد کی خصوصیات سیکھ چکے ہیں۔ یہاں پر ہم صحیح اعداد کی خصوصیات کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

1.2.1 صحیح اعداد کی خصوصیات بلحاظ جمع :-

(i) بندشی خاصیت (Closure Property) :-

ذیل کا بغور مشاہدہ کیجئے۔

| بیان | نتیجہ |
|--------------|------------------------|
| $5 + 8 = 13$ | مجموعہ ایک مکمل عدد ہے |
| $6 + 3 =$ | |
| $13 + 5 =$ | |
| $10 + 2 =$ | |
| $2 + 6 = 8$ | مجموعہ ایک مکمل عدد ہے |

کیا دو مکمل اعداد کا مجموعہ ہمیشہ مکمل عدد ہوتا ہے؟ ہاں، ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ دو مکمل اعداد کا مجموعہ مکمل عدد ہی ہوتا ہے۔

لہذا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ مکمل اعداد بلحاظ جمع بندشی خاصیت رکھتے ہیں۔

کیا صحیح اعداد بلحاظ جمع بندشی خاصیت رکھتے ہیں؟ ذیل کے جدول کا بغور مشاہدہ کیجئے اور خالی جگہوں کو پر کیجئے

| بیان | نتیجہ |
|--------------------|------------------------|
| $6 + 3 = 9$ | مجموعہ ایک صحیح عدد ہے |
| $-10 + 2 =$ | |
| $-3 + 0 =$ | |
| $-5 + 6 = 1$ | |
| $(-2) + (-3) = -5$ | |
| $7 + (-6) =$ | مجموعہ ایک صحیح عدد ہے |

کیا دو صحیح اعداد کا مجموعہ ہمیشہ صحیح عدد ہوتا ہے؟

کیا آپ ایسی مثال دے سکتے ہیں جس میں دو صحیح اعداد کا مجموعہ صحیح عدد نہ ہو۔ آپ اس طرح کے اعداد کے جوڑ کی مثال

نہیں دے پائیں گے۔ اسلئے صحیح اعداد بلحاظ عمل جمع بندشی خاصیت رکھتے ہیں۔

عام طور پر کوئی دو صحیح اعداد a اور b کے لئے $a+b$ بھی ایک صحیح عدد ہوگا۔

(ii) Commutative property

Observe the following and fill in the blanks.

| Statement 1 | Statement 2 | Conclusion |
|-------------|-------------|---------------------|
| $4 + 3 = 7$ | $3 + 4 = 7$ | $4 + 3 = 3 + 4 = 7$ |
| $3 + 5 =$ | $5 + 3 =$ | |
| $3 + 1 =$ | $1 + 3 =$ | |

Do you observe any pair of whole numbers for which the sum is different, when the order of numbers is interchanged? You will not find such a pair. Thus, we say that the addition of whole numbers is commutative.

Is addition of integers commutative? Study the following and fill in the blanks.

| Statement 1 | Statement 2 | Conclusion |
|-----------------|-----------------|----------------------------|
| $5 + (-6) = -1$ | $(-6) + 5 = -1$ | $5 + (-6) = (-6) + 5 = -1$ |
| $-9 + 2 =$ | $2 + (-9) =$ | |
| $-4 + (-5) =$ | $(-5) + (-4) =$ | |

Do you observe any pair of integers for which the sum is different when the order is interchanged? You would have not. **Therefore, addition is commutative for integers.**

In general, for any two integers a and b, $a + b = b + a$

(iii) Associative property

Let us observe the following examples.

- (i) $(2 + 3) + 4$ $2 + (3 + 4)$
 $= 5 + 4$ $= 2 + 7$
 $= 9$ $= 9$
- (ii) $(-2 + 3) + 5$ $-2 + (3 + 5)$
 $= 1 + 5$ $= -2 + 8$
 $= 6$ $= 6$
- (iii) $(-2 + 3) + (-5)$ $(-2) + [3 + (-5)]$
 $= 1 + (-5)$ $= (-2) + (-2)$
 $= -4$ $= -4$
- (iv) $[(-2) + (-3)] + (-5)$ $-2 + [(-3) + (-5)]$
 $= -5 + (-5)$ $= -2 + (-8)$
 $= -10$ $= -10$

(ii) تقابلی خاصیت (Commutative Property) :-

حسب ذیل جدول کا مطالعہ کیجئے اور خالی جگہوں کو پُر کیجئے

| بیان-1 | بیان-2 | نتیجہ |
|-------------|-------------|---------------------|
| $4 + 3 = 7$ | $3 + 4 = 7$ | $4 + 3 = 3 + 4 = 7$ |
| $3 + 5 =$ | $5 + 3 =$ | |
| $3 + 1 =$ | $1 + 3 =$ | |

اس طرح آپ جتنے ممکن ہو سکے اتنے مکمل اعداد کی جوڑیاں شامل کیجئے۔ کیا آپ کو اعداد کی کوئی بھی ایسی جوڑی ملتی ہے جس کا مجموعہ مختلف ہو جبکہ ان اعداد کی ترتیب کو بدل دیا جائے، آپ کو ایسی کوئی بھی جوڑی نہیں ملے گی، لہذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکمل اعداد کی جمع تقابلی ہے۔

کیا صحیح اعداد کی جمع تقابلی ہے؟ حسب ذیل جدول کا بغور مشاہدہ کیجئے اور خانہ پُر کیجئے۔

| بیان-1 | بیان-2 | نتیجہ |
|-----------------|-----------------|----------------------------|
| $5 + (-6) = -1$ | $(-6) + 5 = -1$ | $5 + (-6) = (-6) + 5 = -1$ |
| $-9 + 2 =$ | $2 + (-9) =$ | |
| $-4 + (-5) =$ | $(-5) + (-4) =$ | |

کیا آپ کو ایسی کوئی صحیح اعداد کی جوڑی مل سکتی ہے جس کا مجموعہ مختلف ہو (جبکہ اعداد کو باہم بدل دیا جائے)؟ آپ کوئی ایسی مثال پیش نہیں کر سکتے۔ لہذا صحیح اعداد کے لئے عمل جمع تقابلی ہے۔

اس لئے صحیح اعداد کی جمع تقابلی خاصیت رکھتی ہے

$$a + b = b + a \text{ کیلئے صحیح اعداد } a \text{ اور } b \text{ عام طور پر کوئی دو صحیح اعداد اور } a \text{ اور } b \text{ کیلئے } a + b = b + a$$

(iii) تلازمی خاصیت (Associative Property) :-

ذیل کی مثالوں پر غور کیجئے۔

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad (2 + 3) + 4 &= 2 + (3 + 4) \\ &= 5 + 4 &= 2 + 7 \\ &= 9 &= 9 \\ \text{(ii)} \quad (-2 + 3) + 5 &= -2 + (3 + 5) \\ &= 1 + 5 &= -2 + 8 \\ &= 6 &= 6 \\ \text{(iii)} \quad (-2 + 3) + (-5) &= (-2) + [3 + (-5)] \\ &= 1 + (-5) &= (-2) + (-2) \\ &= -4 &= -4 \\ \text{(iv)} \quad [(-2) + (-3)] + (-5) &= -2 + [(-3) + (-5)] \\ &= -5 + (-5) &= -2 + (-8) \\ &= -10 &= -10 \end{aligned}$$

Is the sum in each case equal? You will find this to be true.

Therefore, integers follow the associative property under addition.



Try This

1. Check whether the following are true or false?
 - (i) $(2 + 5) + 4 = 2 + (5 + 4)$
 - (ii) $(2 + 0) + 4 = 2 + (0 + 4)$
2. Does the associative property hold for whole numbers? Explain with two more examples.

In general, for any three integers a, b and c, $(a + b) + c = a + (b + c)$

(iv) Additive identity

Observe the following additions.

$$-2 + 0 = -2$$

$$5 + 0 = 5$$

$$8 + 0 =$$

$$-10 + 0 =$$

On adding '0' to integers, do you get the same integer? Yes, we get the same integer.

Therefore, '0' is the additive identity for integers.

In general, for any integer a, $a+0 = 0 + a = a$



Try This

1. Compute the following.
 - (i) $2 + 0 =$
 - (ii) $0 + 3 =$
 - (iii) $5 + 0 =$
2. Similarly, add '0' to as many whole numbers as possible.
Is '0' the additive identity for whole numbers?

کیا ہر صورت میں حاصل جمع مساوی ہے؟ اس لئے صحیح اعداد بلحاظ عمل جمع تلازمی خاصیت رکھتے ہیں

کوشش کیجئے



1. جانچئے کہ مندرجہ ذیل بیانات صادق ہیں یا کاذب؟

$$(i) (2 + 5) + 4 = 2 + (5 + 4)$$

$$(ii) (2 + 0) + 4 = 2 + (0 + 4)$$

2. کیا تلازمی خاصیت مکمل اعداد پر صادق ہوتی ہے۔ مزید دو مثالیں لیجئے اور اپنا جواب لکھئے۔

اب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ کوئی تین اعداد a, b, c کے لیے $(a + b) + c = a + (b + c)$

(iv) جمعی اکائی (Additive Identity) :-

حسب ذیل کا بغور مطالعہ کیجئے

$$-2 + 0 = -2$$

$$5 + 0 = 5$$

$$8 + 0 =$$

$$-10 + 0 =$$

کیا صحیح اعداد میں ”صفر“ جمع کرنے پر آپ وہی صحیح عدد دوبارہ حاصل کریں گے؟ ہاں!

اس لئے صفر ”0“ صحیح اعداد کیلئے جمعی اکائی ہے۔

عام طور پر کسی صحیح عدد a کے لئے $a + 0 = 0 + a = a$

کوشش کیجئے



1. جمع کیجئے

$$(i) 2 + 0 =$$

$$(ii) 0 + 3 =$$

$$(iii) 5 + 0 =$$

2. اسی طرح صفر کو ممکنہ مکمل اعداد کے ساتھ جمع کیجئے

کیا ”صفر“ مکمل اعداد کے لئے بلحاظ عمل جمع اکائی عنصر ہے؟

(v) Additive Inverse

What should be added to 3 to get its additive identity '0'?

Observe the following-

$$3 + (-3) = 0$$

$$7 + (-7) = 0$$

$$(-10) + 10 = 0$$

Can we get similar pairs for all integers as above?

In each pair given above, one integer is called the additive inverse of the other integer.

**In general, for any integer 'a' there exists an integer (-a) such that $a + (-a) = 0$.
a and (-a) are additive inverse of each other.**

1.2.2 Properties of integers under multiplication

(i) Closure property

Observe the following and complete the table.

| Statement | Conclusion |
|----------------------|---------------------------|
| $9 \times 8 = 72$ | The product is an integer |
| $10 \times 0 =$ | |
| $-15 \times 2 =$ | |
| $-15 \times 3 = -45$ | |
| $-11 \times (-8) =$ | |
| $10 \times 10 =$ | |
| $5 \times (-3) =$ | |

Is it possible to find pairs of integers whose product is not an integer? You will not find this to be possible. **Therefore, integers follow the closure property of multiplication.**

In general, if a and b are two integers, $a \times b$ is also an integer.

(v) جمع معکوس (Additive inverse) :-

3 میں کیا جمع کیا جائے کہ اس کا حاصل جمعی اکائی ”صفر“ ہو۔

$$3 + (-3) = 0 \quad \text{مشاہدہ کیجئے}$$

$$7 + (-7) = 0$$

$$(-10) + 10 = 0$$

جانچ کیجئے کہ کیا ہم کو اس طرح کے دوسرے صحیح اعداد کے لئے مشابہ جوڑ ملتے ہیں۔
اوپر دیئے گئے ہر جوڑ کے لئے ایک صحیح عدد دوسرے صحیح عدد کا جمع معکوس کہلاتا ہے

عام طور پر کسی بھی صحیح عدد a کے لئے $-a$ بھی موجود ہوگا اس طرح سے کہ $a + (-a) = 0$
دونوں ہندسوں کو ایک دوسرے کا جمع معکوس کہتے ہیں

1.2.2 صحیح اعداد کی خصوصیات بلحاظ ضرب Properties of Integers under multiplication:

(i) بندشی خاصیت :- ذیل کا مشاہدہ کر کے جدول کو مکمل کیجئے

| بیان | نتیجہ |
|----------------------|----------------------------|
| $9 \times 8 = 72$ | حاصل ضرب ایک صحیح عدد ہوگا |
| $10 \times 0 =$ | |
| $-15 \times 2 =$ | |
| $-15 \times 3 = -45$ | |
| $-11 \times (-8) =$ | |
| $10 \times 10 =$ | |
| $5 \times (-3) =$ | |

کیا یہ ممکن ہے کہ دو صحیح اعداد کے جوڑ کا حاصل ضرب صحیح عدد نہ ہو؟ نہیں!.... آپ یہ کسی بھی صورت میں ممکن نہیں پائیں گے۔ لہذا صحیح اعداد بلحاظ ضرب بندشی خاصیت رکھتے ہیں

عام طور پر اگر a اور b دو صحیح اعداد ہیں تب $a \times b$ بھی ایک صحیح عدد ہوگا۔



Try This

(i) $2 \times 3 =$ _____

(ii) $5 \times 4 =$ _____

(iii) $3 \times 6 =$ _____

(iv) Is the product of any two whole numbers always a whole number?

(ii) Commutative property

We know that multiplication is commutative for whole numbers. Is it also commutative for integers?

| Statement 1 | Statement 2 | Conclusion |
|------------------------|-----------------------|---------------------------------------|
| $5 \times (-2) = -10;$ | $(-2) \times 5 = -10$ | $5 \times (-2) = (-2) \times 5 = -10$ |
| $(-3) \times 6 =$ | $6 \times (-3) =$ | |
| $-20 \times 10 =$ | $10 \times (-20) =$ | |

It is true for all the above cases? Can you give one example such that product of two integers is not an integer? Impossible. **Therefore, multiplication of integers follows the commutative property.**

In general, for any two integers a and b, $a \times b = b \times a$

(iii) Associative property

Consider the multiplication of 2, -3, -4 grouped as follows.

$[2 \times (-3)] \times (-4)$ and $2 \times [(-3) \times (-4)]$

We see that-

$[2 \times (-3)] \times (-4)$ and $2 \times [(-3) \times (-4)]$

$= (-6) \times (-4)$ $= 2 \times 12$

$= 24$ $= 24$

In first case 2, -3 are grouped together and in the second -3, -4 are grouped together. In both cases the product is the same.

Thus, $[2 \times (-3)] \times [(-4)] = 2 \times [(-3) \times (-4)]$

Does the grouping of integers affect the product of integers? No, it does not.

The product of three integers does not depend upon the grouping of integers. Therefore, the multiplication of integers is associative.

In general, for any integers, a, b and c, $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

کوشش کیجئے



1. حاصل ضرب معلوم کیجئے

(i) $2 \times 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii) $5 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

(iii) $3 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

(iv) اسی طرح آپ اپنی مرضی سے کوئی دو مکمل اعداد کو ضرب دے کر دیکھئے

کیا دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مکمل عدد ہوتا ہے؟

(ii) تقلیبی خاصیت:-

ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کیلئے عمل ضرب تقلیبی خاصیت رکھتا ہے۔ کیا صحیح اعداد بھی تقلیبی خاصیت رکھتے ہیں؟

| بیان-1 | بیان-2 | نتیجہ |
|------------------------|-----------------------|---------------------------------------|
| $5 \times (-2) = -10;$ | $(-2) \times 5 = -10$ | $5 \times (-2) = (-2) \times 5 = -10$ |
| $(-3) \times 6 =$ | $6 \times (-3) =$ | |
| $-20 \times 10 =$ | $10 \times (-20) =$ | |

صحیح اعداد کا کل ضرب تقلیبی خاصیت رکھتا ہے۔

اگر a اور b دو صحیح اعداد ہیں تب $a \times b = b \times a$

(iii) تلازمی خاصیت:-

2، -3 اور -4 کو لے کر ان کا حاصل ضرب ذیل کی طرح گروپ بناتے ہوئے لکھئے

$$[2 \times (-3)] \times (-4) \text{ اور } 2 \times [(-3) \times (-4)]$$

ہم دیکھیں گے کہ

$$[2 \times (-3)] \times (-4) \text{ اور } 2 \times [(-3) \times (-4)]$$

$$= (-6) \times (-4) \quad = 2 \times 12$$

$$= 24 \quad = 24$$

پہلے مرحلے میں 2، -3 کا گروپ بنایا گیا ہے اور دوسرے مرحلے میں -3، -4 کا گروپ بنایا گیا، دونوں صورتوں میں حاصل ضرب مساوی حاصل ہوا

$$[2 \times (-3)] \times [(-4)] = 2 \times [(-3) \times (-4)]$$

کیا صحیح اعداد کی گروپ بندی حاصل ضرب پر اثر انداز ہوتی ہے؟ نہیں ایسا نہیں ہوتا....

تین صحیح اعداد کا حاصل ضرب گروپ بندی پر اثر انداز نہیں ہوتا، اسلئے صحیح اعداد کا حاصل ضرب تلازمی خاصیت رکھتا ہے۔

کوئی بھی صحیح اعداد a, b, c کے لیے $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Do This

1. Is $[(-5) \times 2] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$?
2. Is $[(-2) \times 6] \times 4 = (-2) \times [(6 \times 4)]$?



Try This

1. $(5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$
2. Is the associative property true for whole numbers? Take many more examples and verify.

(iv) Distributive property

We know that, $9 \times (10 + 2) = (9 \times 10) + (9 \times 2)$

Thus, multiplication distributes over addition is true for whole numbers.

Let us see, is this true for integers-

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad -2 \times (1 + 3) &= [(-2) \times 1] + [(-2) \times 3] \\ -2 \times 4 &= -2 + (-6) \\ -8 &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad -1 \times [3 + (-5)] &= [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)] \\ -1 \times (-2) &= -3 + (+5) \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$



Verify $-3 \times (-4+2) = [(-3) \times (-4)] + [-3 \times (2)]$

You will find that in each case, the left hand side is equal to the right hand side.

Thus, multiplication distributes over addition of integers too.

In general, for any integers a, b and c, $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$



1. کیا $[(-5) \times 2] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$ یہ درست ہے؟

2. کیا $[(-2) \times 6] \times 4 = (-2) \times [(6 \times 4)]$ یہ درست ہے؟

کوشش کیجئے



$$1. (5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$$

2. کیا مکمل اعداد کے لیے تلازمی خاصیت درست ہے؟ دوسری اور مثالیں لے کر تصدیق کیجئے

(iv) تقسیمی خاصیت:-

$$9 \times (10 + 2) = (9 \times 10) + (9 \times 2)$$

ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کے لئے عمل ضرب بلحاظ عمل جمع، تقسیمی خاصیت رکھتا ہے

اب ہم دیکھیں گے کیا یہ صحیح اعداد کے لئے درست ہے۔

$$(i) -2 \times (1 + 3) = [(-2) \times 1] + [(-2) \times 3]$$

$$-2 \times 4 = -2 + (-6)$$

$$-8 = -8$$

$$(ii) -1 \times [3 + (-5)] = [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)]$$

$$-1 \times (-2) = -3 + (+5)$$

$$2 = 2$$



$$-3 \times (-4 + 2) = [(-3) \times (-4)] + [-3 \times (2)]$$

تصدیق کیجئے

آپ غور کریں گے کہ ہر صورت میں دائیں جانب کا حاصل ضرب بائیں جانب کے حاصل ضرب کے مساوی ہوگا۔

یعنی عمل ضرب مکمل اعداد کی جمع پر تقسیمی خاصیت رکھتا ہے۔

$$\text{عام طور پر } c \cdot b \cdot a \text{ صحیح اعداد کے لئے } a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

(v) **Multiplicative identity**

Observe the following multiplications and fill in the blanks.

$$2 \times 1 = 2$$

$$-5 \times 1 = -5$$

$$-3 \times 1 = \underline{\quad}$$

$$-8 \times 1 = \underline{\quad}$$

$$1 \times (-5) = \underline{\quad}$$

1 is the multiplicative identity of integers

You will find that multiplying an integer by 1 does not change the integer. Thus, 1 is called the multiplicative identity for integers.

In general, for any integer 'a', $a \times 1 = 1 \times a = a$

(vi) **Multiplication by zero**

We know that any whole number when multiplied by zero gives zero. What happens in case of integers? Observe the following.

$$(-3) \times 0 = 0$$

$$0 \times (-8) = \underline{\quad}$$

$$9 \times 0 = \underline{\quad}$$

This shows that the product of an integer and zero is zero.

In general for any integer a, $a \times 0 = 0 \times a = 0$



Exercise - 5

1. Verify the following.

(i) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

(ii) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

2. (i) For any integer a, what is $(-1) \times a$ equal to?

(ii) Determine the integer whose product with (-1) is 5

3. Compute the following products using suitable properties.

(i) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$

(ii) $8 \times 53 \times (-125)$

(iii) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$

(iv) $(-41) \times 102$

(v) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$

(vi) $7 \times (50 - 2)$

(vii) $(-17) \times (-29)$

(viii) $(-57) \times (-19) + 57$

(v) ضربی اکائی:-

$$2 \times 1 = 2$$

$$-5 \times 1 = -5$$

$$-3 \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-8 \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1 \times -5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

'1' صحیح اعداد کی ضربی اکائی ہے

آپ جانتے ہیں کہ کسی صحیح عدد کو "1" سے ضرب دینے پر اس کی قدر میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی، لہذا 1 کو صحیح اعداد کے لئے ضربی اکائی کہتے ہیں۔

عام طور پر کسی صحیح عدد a کے لئے $a \times 1 = 1 \times a = a$

(vi) صفر سے ضرب:

ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی مکمل عدد کو جب بھی صفر سے ضرب دیا جاتا ہے تب جواب صفر ہی حاصل ہوتا ہے۔ صحیح اعداد کو صفر سے ضرب دینے پر کیا نتیجہ حاصل ہوگا، ذیل کا مطالعہ کیجئے۔

$$(-3) \times 0 = 0$$

$$0 \times (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 \times 0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ کسی بھی صحیح عدد کو صفر سے ضرب دینے پر حاصل ضرب صفر ہوگا۔

عام طور پر کسی صحیح عدد a کے لیے $a \times 0 = 0 \times a = 0$

مشق - 5



1. جانچ کیجئے کہ آیا یہ صادق ہیں یا کاذب

(i) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

(ii) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

2. (i) کسی صحیح عدد a کے لئے $(-1) \times a$ کس کے مساوی ہوگا؟

(ii) وہ عدد معلوم کیجئے جس کو (-1) سے ضرب دینے پر 5 حاصل ہوتا ہو؟

3. موزوں خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے حاصل ضرب معلوم کیجئے؟

(i) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$

(ii) $8 \times 53 \times (-125)$

(iii) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$

(iv) $(-41) \times 102$

(v) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$

(vi) $7 \times (50 - 2)$

(vii) $(-17) \times (-29)$

(viii) $(-57) \times (-19) + 57$

1.2.3 Properties of integers under subtraction

(i) Closure under subtraction

Do we always get an integer, when subtracting an integer from an integer?

Do the following.

$$9 - 7 = \underline{\quad}$$

$$7 - 10 = \underline{\quad}$$

$$2 - 3 = \underline{\quad}$$

$$-2 - 3 = \underline{\quad}$$

$$-2 - (-5) = \underline{\quad}$$

$$0 - 4 = \underline{\quad}$$

What did you find? Can we say that integers follow the closure property for subtraction?

In general for any integers a and b , $a - b$ is also an integer.

(ii) Commutativity under subtraction

Let us take an example.

Consider the integers 6 and -4

$$6 - (-4) = 6 + 4 = 10 \quad \text{and}$$

$$-4 - (6) = -4 - 6 = -10$$

Therefore, $6 - (-4) \neq -4 - (6)$

Thus, subtraction is not commutative for integers.



Try This

Take at least 5 different pairs of integers and verify commutative property on them.

1.2.4 Properties of integers under division

(i) Closure Property

Observe the following table and complete it.

| Statement | Inference | Statement | Inference |
|--|--------------------------|---|-----------|
| $(-8) \div (-4) = 2$ | Result is an integer | $(-8) \div 4 = \frac{-8}{4} = -2$ | |
| $(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$ | Result is not an integer | $4 \div (-8) = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$ | |

What do you observe from table? You will observe that integers are not closed under division.

1.2.3 صحیح اعداد کی خصوصیات بلحاظ تفریق :-

(i) بندشی خاصیت بلحاظ تفریق :-

کیا کسی صحیح عدد سے صحیح عدد کو تفریق کرنے پر صحیح عدد حاصل ہوگا۔

ذیل کو حل کیجئے

$$\begin{aligned} 9 - 7 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 7 - 10 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 2 - 3 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ -2 - 3 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ -2 - (-5) &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 0 - 4 &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

آپ نے کیا نتیجہ اخذ کیا؟ کیا ہم کہہ سکتے ہیں صحیح اعداد کی تفریق بندشی ہوتی ہے! ہاں

کوئی دو صحیح اعداد a, b کے لئے a - b بھی ایک صحیح عدد ہے

(ii) تقلیبی خاصیت بلحاظ تفریق :-

ایک مثال پر غور کیجئے جہاں 6 اور -4 صحیح اعداد ہیں

$$6 - (-4) = 6 + 4 = 10$$

$$-4 - (6) = -4 - 6 = -10 \quad \text{اور}$$

$$6 - (-4) \neq -4 - (6) \quad \text{لہذا}$$

لہذا صحیح اعداد کے لئے عمل تفریق تقلیبی نہیں ہے

کوشش کیجئے

کم از کم صحیح اعداد کی 5 جوڑیاں لیجئے اور دیکھئے کہ کیا ان کی تفریق تقلیبی ہے یا نہیں



1.2.4 صحیح اعداد کی خصوصیات بلحاظ تقسیم :-

(i) بندشی خاصیت بلحاظ تقسیم :-

حسب ذیل جدول کا مطالعہ کیجئے اور اس کو مکمل کیجئے۔

| بیان | نتیجہ | بیان | نتیجہ |
|------|--|----------------------------|---|
| | $-8 \div -4 = 2$ | نتیجہ ایک صحیح عدد | $(-8) \div 4 = \frac{-8}{4} = -2$ |
| | $(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$ | نتیجہ ایک صحیح عدد نہیں ہے | $4 \div (-8) = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$ |

اس سے آپ کیا نتیجہ اخذ کریں گے؟ آپ اس نتیجہ پر پہنچیں گے کہ صحیح اعداد کی تقسیم بندشی نہیں ہوگی



Try This

Take at least five pairs of integers and check whether they are closed under division.

(ii) Commutative Property

We know that division is not commutative for whole numbers. Let us check it for integers also.

You can see from the table given above that $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$.

Is $(-9) \div 3$ equal to $3 \div (-9)$?

Is $(-30) \div (6)$ equal to $(-6) \div (-30)$?

Thus, we can say that **division of integers is not commutative.**



Try This

Take at least 5 pairs of integers and observe whether the division of integers is commutative or not?

(iii) Division by Zero

We can divide anything into 2 parts, 3 parts, but not zero parts. Therefore, any integer divided by zero is meaningless and zero divided by a non-zero integer is equal to zero.

For any integer a, $a \div 0$ is not defined but $0 \div a = 0$ for $a \neq 0$.

(iv) Division by 1

Observe the following-

$$(-8) \div 1 = (-8) \quad (11) \div 1 = +11 \quad (-13) \div 1 = \underline{\quad\quad} \quad (-25) \div 1 = \underline{\quad\quad}$$

Thus, from the above examples a negative integer or a positive integer divided by 1 gives the same integer as quotient.

In general, for any integer a, $a \div 1 = a$.

What happens when we divide any integer by (-1) ? Complete the following table-

$$(-8) \div (-1) = 8 \quad 11 \div (-1) = -11 \quad 13 \div (-1) = \underline{\quad\quad} \quad (-25) \div (-1) = \underline{\quad\quad}$$

We can say that if any integer is divided by (-1) it does not give the same integer, but gives its additive identity.

کوشش کیجئے



صحیح اعداد کی کم از کم 5 جوڑیاں لیجئے اور جانچ کیجئے کہ کیا وہ بلحاظ تقسیم بندشی خاصیت رکھتے ہیں

(ii) نقلی خاصیت بلحاظ تقسیم:-

ہم جانتے ہیں کہ مکمل اعداد کیلئے تقسیم کا عمل نقلی خاصیت نہیں رکھتا۔ اب ہم صحیح اعداد کیلئے بھی اسکی جانچ کریں گے

اوپر کے جدول کے مشاہدہ سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$

کیا $3 \div (-9) = (-9) \div 3$ مساوی ہوگا؟

اور کیا $6 \div (-30) = (-30) \div 6$ مساوی ہوگا؟

تب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ صحیح اعداد کی تقسیم نقلی خاصیت نہیں رکھتی

کوشش کیجئے



صحیح اعداد کی کوئی 5 جوڑیاں لیجئے اور جانچ کیجئے کہ کیا صحیح اعداد کی تقسیم، نقلی ہوگی۔

(iii) صفر سے تقسیم:

مکمل عدد کی طرح صحیح عدد کو صفر سے تقسیم کرنا بے معنی ہوتا ہے اور صفر کو کوئی بھی صحیح عدد سے (سوائے صفر کے) تقسیم کرنے

پر صفر ہی حاصل ہوگا۔

کوئی صحیح عدد a کیلئے $a \div 0$ کی قدر غیر معروف ہے لیکن $0 \div a = 0$ جبکہ $a \neq 0$

(iv) ایک سے تقسیم:

مکمل عدد کو ایک سے تقسیم کرنے پر وہی مکمل عدد حاصل ہوگا، اب ہم دیکھیں گے کہ کیا یہ منفی صحیح اعداد کے لئے بھی درست ہے۔

ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔

$$(-8) \div 1 = (-8) \quad (11) \div 1 = +11 \quad (-13) \div 1 = \underline{\quad} \quad (-25) \div 1 = \underline{\quad}$$

یعنی مثبت صحیح عدد یا منفی صحیح عدد دونوں صورتوں میں ایک سے تقسیم کرنے پر وہی صحیح عدد حاصل ہوگا۔ عدد 1 صحیح اعداد کی تقسیم کی

اکائی ہے۔

عام طور پر کسی صحیح عدد a کے لئے $a \div 1 = a$

جب ہم کسی صحیح عدد کو (-1) سے تقسیم کرتے ہیں تب کیا ہوگا۔ ذیل کے جدول کی تکمیل کیجئے۔

$$(-8) \div (-1) = 8 \quad 11 \div (-1) = -11 \quad 13 \div (-1) = \underline{\quad} \quad (-25) \div (-1) = \underline{\quad}$$

ہم یہ کہہ سکتے ہیں جب کسی صحیح عدد کو منفی ایک (-1) سے تقسیم کیا جائے تو وہی عدد حاصل نہیں ہوگا البتہ جمع معکوس حاصل

ہوگا۔



Try This

1. For any integer a , is

(i) $a \div 1 = 1$?

(ii) $a \div (-1) = -a$?

Take different values of 'a' and check.

(v) Associative property

Consider the integers $-16, 4, -2$

Is $[(-16) \div 4] \div (-2) = (-16) \div [4 \div (-2)]$?

$$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$$

$$(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8$$

Therefore, $[(-16) \div 4] \div (-2) \neq (-16) \div [4 \div (-2)]$

Thus, division of integers is not associative.



Try This

Take atleast five more examples and check whether division is associative for integers.



Exercise - 6

1. Fill the following blanks.

(i) $-25 \div \dots = 25$

(ii) $\dots \div 1 = -49$

(iii) $50 \div 0 = \dots$

(iv) $0 \div 1 = \dots$

1.3 Some problems using negative numbers

Example 1 : In a test (+5) marks are given for every correct answer and (-2) marks are given for every incorrect answer. (i) Radhika answered all the questions and scored 30 marks through 10 correct answers. (ii) Jaya also answered all the questions and scored (-12) marks through 4 correct answers. How many incorrect answers had both Radhika and Jaya attempted?

Solution :

(i) Marks given for one correct answer = 5

So marks given for 10 correct answers = $5 \times 10 = 50$

Radhika's score = 30

Marks obtained for incorrect answers = $30 - 50 = -20$

Marks given for one incorrect answer = (-2)

Therefore, Radhika had number of incorrect answers = $(-20) \div (-2) = 10$



کوشش کیجئے

1. کسی صحیح عدد a کے لئے

- (i) $a \div 1 = 1$?
(ii) $a \div (-1) = -a$?

a کی مختلف قدریں لے کر جواب کی تصدیق کیجئے۔

(v) تقسیم میں تلازمی خاصیت :-

$$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-16) \div [4 \div (-2)]?$$

کیا یہ درست ہے؟

$$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$$

$$(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8$$

$$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-16) \div [4 \div (-2)] \quad \text{اسلئے}$$

یعنی صحیح عدد کی تقسیم تلازمی خاصیت نہیں رکھتی

کوشش کیجئے

پانچ مزید مثالیں لیجئے اور بتلائیے کہ کیا صحیح اعداد کی تقسیم تلازمی خاصیت رکھتی ہے



مشق - 6

1. ذیل میں دی گئی خالی جگہوں کو پُر کیجئے

- (i) $-25 \div \dots = 25$
(ii) $\dots \div 1 = -49$
(iii) $50 \div 0 = \dots$
(iv) $0 \div 1 = \dots$

1.3 منفی اعداد کے استعمال پر عملی سوالات :-

مثال 1: - ایک امتحان میں (+5) نشانات ہر صحیح جواب کے لئے مقرر کئے گئے ہیں جبکہ (-2) نشانات غلط جواب کے لئے رکھے

گئے۔ (i) آسیہ نے تمام سوالات کے جواب دیتے ہوئے 30 نشانات حاصل کئے جہاں 10 جواب درست تھے۔

(ii) عاصمہ نے بھی تمام سوالات کے جواب دیئے اور اسے (-12) نشانات حاصل ہوئے جس میں 4 سوالات درست

پائے گئے۔ آسیہ اور عاصمہ نے کتنے غلط جواب دیئے؟

حل :- (i) ایک صحیح جواب کے لئے دیئے جانے والے نشانات = 5

دس صحیح جواب کے حاصل کردہ نشانات = $5 \times 10 = 50$

آسیہ کے حاصل کردہ نشانات = 30

غلط جواب دینے پر کم ہونے والے نشانات = $30 - 50 = -20$

غلط جواب کے نشانات = -2

$(-20) \div (-2) = 10$ اس لئے غلط جواب کی تعداد

$$(ii) \text{ Marks given for 4 correct answers} = 5 \times 4 = 20$$

$$\text{Jaya's score} = -12$$

$$\text{Marks obtained for incorrect answers} = -12 - 20 = -32$$

$$\text{Marks given for one incorrect answer} = (-2)$$

$$\text{Therefore, Jaya had number of incorrect answers} = (-32) \div (-2) = 16$$

Example 2 : A shopkeeper earns a profit of ₹ 1 by selling one pen and incurs a loss of 40 paise per pencil while selling pencils of his old stock.

(i) In a particular month he incurs a loss of ₹ 5. In this period, he sold 45 pens. How many pencils did he sell in this period?

(ii) In the next month he earns neither profit nor loss. If he sold 70 pens, how many pencils did he sell?



Solution : (i) Profit earned by selling one pen ₹ 1

$$\text{Profit earned by selling 45 pens} = 1 \times 45 = ₹ 45, \text{ which we denote by } 45$$

$$\text{Total loss given} = ₹ 5 \text{ i.e. } -5.$$

$$\text{Profit earned on pens} + \text{Loss incurred on pencils} = \text{Total loss (In this question)}$$

$$\begin{aligned} \text{Therefore, Loss incurred on pencils} &= \text{Total loss} - \text{Profit earned on pens} \\ &= -5 - (45) = (-50) = - ₹ 50 = - 5000 \text{ paise} \end{aligned}$$

$$\text{Loss incurred by selling one pencil} = 40 \text{ paise which we write as } -40 \text{ paise}$$

$$\text{So, number of pencils sold} = (-5000) \div (-40) = 125 \text{ pencils.}$$

(ii) In the next month there is neither profit nor loss.

$$\text{So, Profit earned on pens} + \text{Loss incurred on pencils} = 0$$

$$\text{i.e., Profit earned on pens} = - \text{Loss incurred on pencils.}$$

$$\text{Now, profit earned by selling 70 pens} = ₹ 70$$

$$\text{Hence, loss incurred by selling pencils} = - ₹ 70 \text{ or } -7000 \text{ paise.}$$

$$\text{Total number of pencils sold} = (-7000) \div (-40) = 175 \text{ pencils.}$$



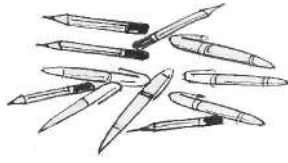
Exercise - 7

1. In a class test containing 15 questions, 4 marks are given for every correct answer and (-2) marks are given for every incorrect answer. (i) Bharathi attempts all questions but only 9 answers are correct. What is her total score? (ii) One of her friends Hema attempts only 5 questions and all are correct. How many marks did they score?

$$\begin{aligned}
\text{چارج جو اب کو دیئے گئے نشانات} &= 5 \times 4 = 20 \quad (\text{ii}) \\
\text{عاصمہ کے نشانات} &= -12 \\
\text{غلط جوابات کے نشانات} &= -12 - 20 = -32 \\
\text{غلط جواب کے لئے مقرر کردہ نشانات} &= (-2) \\
\text{اسلئے غلط جواب کی تعداد} &= (-32) \div (-2) = 16
\end{aligned}$$

مثال 2:- ایک دکاندار کو فی پن کی فروخت پر $\text{₹} 1/-$ نفع اور فی پنسل کی فروخت پر 0.40 (چالیس پیسے) نقصان ہوتا ہے۔
 (i) ایک مخصوص ماہ میں انھیں $\text{₹} 5/-$ نقصان ہوتا ہے۔ اس وقفہ میں 45 پن فروخت کئے گئے تو بتاؤ کہ کتنے پنسل اس وقفہ میں فروخت کیے گئے ہونگے؟

(ii) دوسرے ماہ میں انھیں نفع ہوا نہ نقصان، اگر وہ 70 پن فروخت کرتے ہیں تو کتنے پنسل فروخت کیے ہوں گے۔



حل :- (الف) ایک پن کی فروخت پر نفع $\text{₹} 1/-$
 $45 = \text{₹} 45/-$ پن کے فروخت پر نفع
 $\text{₹} 5/-$ = جملہ نقصان
 نقصان کے لئے $= -5$

$$\begin{aligned}
\text{جملہ نقصان} &= \text{حاصل نفع} + \text{نقصان} \\
\text{حاصل نفع} - \text{جملہ نقصان} &= \text{اسلئے حاصل نقصان} \\
&= -5 - (45) = (-50)
\end{aligned}$$

$$\text{₹} -50/- \text{ یا } -5000 \text{ پیسے}$$

40 پیسے = ایک پنسل فروخت کرنے پر نقصان جسکو ہم 40 پیسے لکھیں گے

$$125 = (-40) \div (-5000) = \text{فروخت شدہ پنسلوں کی تعداد}$$

(ii) دوسرے ماہ میں نفع یا نقصان نہیں ہوا

$$0 = \text{حاصل نفع} + \text{حاصل نقصان} \text{ یا}$$

$$\text{حاصل نقصان} = -\text{حاصل نفع}$$

$$70 \text{ پن کی فروخت پر ہونے والا نفع} = \text{₹} 70/-$$

$$\text{فروخت شدہ پنسلوں پر ہونے والا نقصان} = \text{₹} 70/- \text{ یا } 7000 \text{ پیسے}$$

$$175 = (-40) \div (-7000) = \text{فروخت کی گئی کل پنسلوں کی تعداد}$$

مشق - 7



1. کسی جماعت کے امتحان میں 15 سوالات دیئے گئے ہیں، ہر صحیح جواب کے لئے 4 نشانات مقرر کیے گئے ہیں اور ہر غلط جواب کے لئے (-2) نشانات مقرر ہیں۔

(i) نسرین نے تمام سوال حل کئے جسمیں 9 سوالات درست پائے گئے۔ اسکے مجموعی نشانات کیا ہوں گے؟

(ii) انگی ہم جماعت پروین نے صرف 5 سوال حل کیے جو تمام درست پائے گئے، اس کے کل نشانات کیا ہوں گے؟

2. A cement company earns a profit of ₹ 9 per bag of white cement sold and a loss of ₹ 5 per bag of grey cement sold.
 - (i) The company sells 7000 bags of white cement and 6000 bags of grey cement in a month. What is its profit or loss?
 - (ii) What is the number of white cement bags it must sell to have neither profit nor loss, if the number of grey bags sold is 5400.
3. The temperature at 12 noon was 10°C . If it decreases at the rate of 2°C per hour (i) at what time would the temperature be 8°C below 0°C ? (ii) what would be the temperature at 12 midnight?
4. In a class test (+3) marks are given for every correct answer and (-2) marks are given for every incorrect answer and no marks for not attempting any question. (i) Radhika scored 20 marks. If she has got 12 correct answers, how many questions has she attempted incorrectly? (ii) Mohini scores (-5) marks in this test, though she has got 7 correct answers. How many questions has she attempted incorrectly?
5. An elevator descends into a mine shaft at the rate of 6 meters per minute. If the descent starts from 10 m above the ground level, how long will it take to reach - 350 m.



Looking Back

1. \mathbf{N} (natural numbers) = $\{1, 2, 3, 4, 5 \dots\}$

\mathbf{W} (whole numbers) = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots\}$

\mathbf{Z} (Integers) = $\{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots\}$

also we can write $\mathbf{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots\}$. Set of integers also represented as \mathbf{I} .

2. (i) Each time you add a positive integer, you move right on the number line.
(ii) Each time you add a negative integer, you move left on the number line.
3. (i) Each time you subtract a positive integer, you move left on the number line.
(ii) Each time you subtract a negative integer, you move right on the number line.
4. (i) Each time you multiply a negative integer by a positive integer or a positive integer by a negative integer, the product is a negative integer.
(ii) Each time you multiply two negative integers, the product is a positive integer.
(iii) Product of even number of negative integers is positive (+ve), product of odd number of negative integers is negative (-ve).



2. ایک سمنٹ کی کمپنی کو ہر سفید سمنٹ کے تھیلے پر -/9 ₹ نفع جبکہ سرمئی (Gray) سمنٹ کے تھیلے پر 5/ ₹ نقصان ہوتا ہے۔
- (i) کمپنی ایک ماہ میں 7000 سفید تھیلے اور 6000 سرمئی تھیلے فروخت کئے تو بتاؤ انکا نفع یا نقصان کیا ہوگا۔
- (ii) اگر 5400 سرمئی تھیلے فروخت کئے ہیں تو سفید سمنٹ کے کتنے تھیلے فروخت کرنے ہونگے کہ انھیں نفع اور نقصان نہ ہو۔
3. دوپہر 12 بجے درجہ حرارت صفر سے 10°C زیادہ ہے۔ اگر درجہ حرارت آدھی رات تک ہر گھنٹہ 2°C کی رفتار سے گھٹتا ہے تب کس وقت پر درجہ حرارت صفر سے 8°C کم ہوگا؟ آدھی رات 12 بجے درجہ حرارت کیا ہوگا؟
4. جماعت میں کسی امتحان کے لئے (+3) نشانات صحیح جواب کے لئے جبکہ (-2) نشانات غلط جواب کے لئے مقرر کئے گئے ہیں ساتھ ہی وہ سوالات جو حل نہیں کئے گئے ہیں ان کے لئے کوئی نشانات نہیں دیا جانا طے پایا ہے۔
- (i) انجم کو 20 نشانات حاصل ہوئے اگر وہ 12 صحیح جواب دے سکی تب اُس نے کتنے جواب غلط دیئے ہوں گے؟
- (ii) ثناء کو (-5) نشانات حاصل ہوئے جبکہ اس نے 7 سوالات درست دیئے تو بتائیے کہ اس نے کتنے جواب غلط دیئے۔
5. ایک معدنی کان میں ایک لفٹ 6 میٹر فی منٹ کی شرح سے گہرائی میں اتر رہی ہے۔ اگر یہ سطح زمین سے 10 میٹر کی بلندی سے شروع ہوتی ہے تب 350- میٹر گہرائی تک پہنچنے کے لیے کتنا وقت درکار ہوگا۔

ہم نے کیا سیکھا



1. طبعی اعداد $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- مکمل اعداد $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- صحیح اعداد $Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- اسی طرح $Z = \{0 \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4, \dots\}$ (صحیح اعداد کے سٹ کو I سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے)
2. (i) جب کبھی آپ ایک مثبت صحیح عدد جمع کرتے ہیں تب عددی خط پر دائیں جانب بڑھیں گے۔
- (ii) جب کبھی آپ ایک منفی صحیح عدد جمع کرتے ہیں تب عددی خط پر بائیں جانب بڑھیں گے۔
3. (i) جب کبھی آپ ایک مثبت صحیح عدد کو تفریق کرتے ہیں تب عددی خط پر بائیں جانب بڑھیں گے۔
- (ii) جب کبھی آپ ایک منفی صحیح عدد کو تفریق کرتے ہیں تب عددی خط پر دائیں جانب بڑھیں گے۔
4. (i) جب کبھی آپ ایک منفی صحیح عدد کو مثبت صحیح عدد سے ضرب دیں گے یا مثبت صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے ضرب دیں گے تب حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔
- (ii) جب کبھی آپ دو منفی صحیح اعداد کو ضرب دیں گے تب مثبت صحیح عدد حاصل ہوگا۔
- (iii) جفت تعداد میں منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت ہوگا۔ جبکہ طاق اعداد میں منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوگا۔

5. (i) Each time you divide a negative integer by a positive integer or a positive integer by a negative integer the quotient is negative integer.
- (ii) Each time you divide negative integer by a negative integer the quotient is positive integer.
- (iii) When you multiply or divide two integers of same sign the result is always positive; if they are of opposite signs the result is negative.

6. Properties of Integers

| Property | Addition (+) | Subtraction (-) | Multiplication (×) | Division (÷) |
|-------------|--------------|-----------------|--------------------|--------------|
| Closure | 3 | 3 | 3 | × |
| Commutative | 3 | × | 3 | × |
| Associative | 3 | × | 3 | × |
| Identity | 3 | – | 3 | – |
| Inverse | 3 | – | × | – |

7. In integers multiplication distributes over addition. i.e., $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ for any three integers a, b and c.
8. (i) For any integer a, $a \div 0$ is not defined or meaningless
- (ii) For any non zero integer a, $0 \div a = 0$ (for $a \neq 0$)
- (iii) $a \div 1 = a$

5. (i) جب بھی کسی منفی صحیح عدد کو مثبت صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تب خارج قسمت منفی ہوگا۔ یا پھر مثبت صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تب بھی خارج قسمت منفی ہوگا۔
- (ii) جب بھی کسی منفی صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کیا جائے تب خارج قسمت مثبت ہوگا۔
- (iii) اگر دو یکساں علامت کے صحیح اعداد کو تقسیم کیا جائے تب نتیجہ ہمیشہ مثبت ہوگا، اور اگر وہ مخالف علامت کے ہوں تو جواب منفی ہوگا۔

6. صحیح اعداد کی خصوصیات:

| عمل تقسیم (\div) | عمل ضرب (\times) | عمل تفریق ($-$) | عمل جمع ($+$) | خاصیت |
|----------------------|----------------------|-------------------|-----------------|------------|
| \times | \checkmark | \checkmark | \checkmark | بندش |
| \times | \checkmark | \times | \checkmark | تقلیدی |
| \times | \checkmark | \times | \checkmark | تلازمی |
| $-$ | \checkmark | $-$ | \checkmark | اکائی عنصر |
| $-$ | \times | $-$ | \checkmark | معکوس |

7. صحیح اعداد کے لئے تقسیمی خاصیت عمل جمع پر قابل عمل ہے۔ یعنی 'a' اور 'c' کے لئے

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

تمام صحیح اعداد کے لئے اس کو تقسیمی خاصیت کہتے ہیں

8. صحیح عدد 'a' کے لئے ہمیں

(i) $a \div 0$ کو بیان نہیں کیا جاسکتا یا بے معنی ہوتا ہے

(ii) $0 \div a = 0$ جبکہ 'a' مساوی نہیں ہے 0 کے

(iii) $a \div 1 = a$

FRACTIONS, DECIMALS AND RATIONAL NUMBERS

2



2.0 Introduction

We come across many examples in our day-to-day life where we use fractions. Just try to recall them. We have learnt how to represent proper and improper fractions and their addition and subtraction in the previous class. Let us review what we have already learnt and then go further to multiplication and division of fractional numbers as well as of decimal fractions. We will conclude by an introduction to a bigger set of numbers called rational numbers.

The shaded portion of the figures given below have been represented using fractions. Which of these are correct?

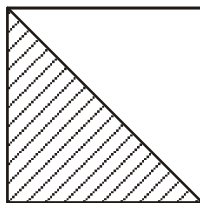


Figure 1

$$\frac{1}{2}$$

Y/N

Reason



Figure 2

$$\frac{1}{2}$$

Y/N

Reason

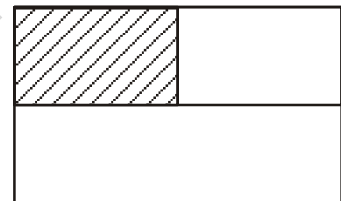


Figure 3

$$\frac{1}{3}$$

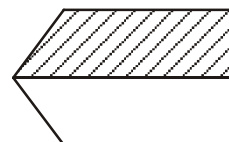
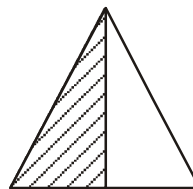
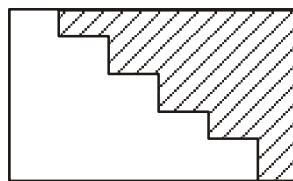
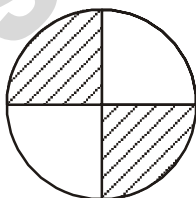
Y/N

Reason

While observing the above figures, you have already identified the figures which have equal parts.

Make 5 more such examples and give them to your friends to verify.

Observe, Neha's representation of $\frac{1}{2}$ in different figures in the following.

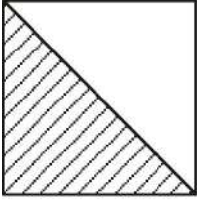


Do you think that the shaded portions correctly represent $\frac{1}{2}$? Then what fractions are represented by unshaded portions?

2.0 تمہید:

روزمرہ زندگی میں ہم کئی ایک مثالیں دیکھتے ہیں جن میں کسور کا استعمال ہوتا ہے۔ مختصراً اس کا احاطہ کرنے کی کوشش کریں گے۔ آپ واجب کسور اور غیر واجب کسور کو کس طرح ظاہر کرتے ہیں ان کی جمع اور تفریق کس طرح کی جاتی ہے سابقہ جماعت میں جان چکے ہیں۔ اب تک ہم کیا معلومات حاصل کئے ہیں اس کا اعادہ کریں گے اس کے بعد کسور اور اعشاری کسور کی ضرب اور تقسیم کس طرح کی جاتی ہے معلوم کریں گے۔ اس کا اختتام ہم اعداد کے بڑے سٹ کے تعارف کے ذریعے کریں گے جس کو ناطق اعداد کہا جاتا ہے۔

اشکال کو سایہ دار کر کے کسور میں ظاہر کیا گیا ہے۔ کیا یہ اظہار درست ہے۔



شکل 1

$$\frac{1}{2}$$

ہاں/نہیں

.....وجہ



شکل 2

$$\frac{1}{2}$$

ہاں/نہیں

.....وجہ



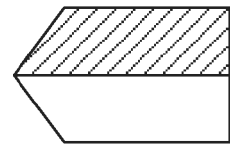
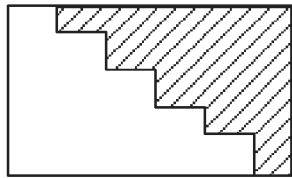
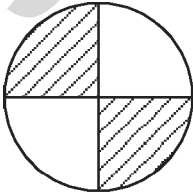
شکل 3

$$\frac{1}{3}$$

ہاں/نہیں

.....وجہ

تقابل کے دوران آپ اس بات کا خیال رکھیں کہ تصویر کے جو حصے تقسیم کئے گئے ہیں وہ برابر ہیں یا نہیں مزید 5 مثالیں لیجئے اور اپنے دوستوں کو اس کا مقابل کرنے کے لیے کہیے۔ ذیل کی تصاویر $\frac{1}{2}$ کو ظاہر کرتی ہے جو عائشہ نے بنائے ہیں۔



کیا آپ سمجھتے ہیں کہ سایہ دار حصہ صحیح طور پر $\frac{1}{2}$ نمایاں کیا گیا ہے۔ تو بتاؤ کہ غیر سایہ دار حصہ کی کسریا ہوگی۔



Try This

Represent $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ in different ways by drawing different figures. Justify your representation by checking with your friends.

Proper and Improper fractions

You have learnt about proper and improper fractions. A proper fraction is a fraction that represents a part of a whole. Give five examples of proper fractions.

Is $\frac{3}{2}$ a proper fraction? How do you check it as a proper fraction or not?

What are the properties of improper fractions? One of them is that in improper fractions the numerator is more than or equal to the denominator. What else do we know about these fractions. We can see that all improper fractions can be written as mixed fractions. For example, the improper fraction $\frac{3}{2}$ can be written as $1\frac{1}{2}$. This is a mixed fraction. This contains an integral part and a fractional part. The fractional part should be a proper fraction.

Do This

1. Write any five examples, each of proper, improper and mixed fractions?



Try This

Represent $2\frac{1}{4}$ pictorially. How many units are needed for this?

Comparison of fractions

Do you remember how to compare like fractions? For example in fractions $\frac{1}{5}$ and $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{5}$ is bigger than $\frac{1}{5}$. Why? Can you recall how to compare two unlike fractions, for e.g. $\frac{5}{7}$ and $\frac{3}{4}$?

We convert these into like fractions and then compare them.

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{28} \quad \text{and} \quad \frac{3}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{28}$$

$$\frac{20}{28} < \frac{21}{28}$$

کوشش کیجیے۔



کو مختلف طریقوں میں ظاہر کیجیے۔ مختلف اشکال کا استعمال کیجیے۔ اپنے جواب کا جواز رکھئے اور اپنے دوست کو تصدیق کرنے کے لیے کہئے۔

واجب اور غیر واجب کسر: (Proper and Improper Fractrions)

آپ واجب اور غیر واجب کسر کے بارے میں معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ واجب کسر وہ کسر ہے جو ایک مکمل حصہ کے کچھ حصہ کی نمائندگی کرتی ہے۔ واجب کسر کی 5 مثالیں دیجئے۔

کیا $\frac{3}{2}$ ایک واجب کسر ہے؟ آپ کس طرح بتلائیں گے کہ یہ واجب کسر ہے یا نہیں؟

غیر واجب کسر کی خصوصیات کیا ہیں؟ اس کی ایک خصوصیت یہ ہے کہ اس میں شمار کنندہ نسب نما سے زیادہ یا برابر ہوتا ہے اس کے علاوہ ان کسر کے بارے ہم کیا جانتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ تمام غیر واجب کسر کو مرکب کسر میں لکھا جاسکتا ہے۔ غیر واجب کسر $\frac{3}{2}$ کو $1\frac{1}{2}$ بھی لکھا جاتا ہے۔ جو کہ ایک مرکب کسر ہے۔ اس میں ایک صحیح عدد اور ایک کسری حصہ ہے۔ اس میں کسری حصہ واجب کسر ہونا چاہیے۔

یہ کیجیے



1- واجب کسر، غیر واجب کسر اور مرکب کسر کی پانچ مثالیں دیجئے

کوشش کیجیے:



$2\frac{1}{4}$ کا تصویری اظہار کیجیے۔ اس کے لیے کتنی اکائیاں درکار ہیں۔

کسور کا تقابل:

کیا آپ کو معلوم ہے کہ یکساں کسور کا تقابل کس طرح کیا جاتا ہے۔

مثال:- کسور $\frac{1}{5}$ اور $\frac{3}{5}$ میں یہاں پر $\frac{3}{5}$ بڑی کسر ہے $\frac{1}{5}$ سے کیوں؟

کیا آپ اس کا اعادہ کر پائیں گے، دو غیر یکساں کسور کا کس طرح تقابل کیا جاتا ہے۔

مثال: $\frac{5}{7}$ اور $\frac{3}{4}$ ؟

پہلے ہم ان کسور کو یکساں کسور میں تبدیل کریں گے پھر ان کا تقابل کریں گے؟

$$\frac{20}{28} < \frac{21}{28} \Leftrightarrow \frac{3}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{28} \text{ اور } \frac{5}{7} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{28}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{20}{28} \text{ and } \frac{3}{4} = \frac{21}{28}$$

$$\text{Thus, } \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$$

Do These

1. Write five equivalent fractions for (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{7}$.

2. Which is bigger $\frac{5}{8}$ or $\frac{3}{5}$?

3. Determine which of the following pairs are equal by writing each in their simplest form.

(i) $\frac{3}{8}, \frac{375}{1000}$

(ii) $\frac{18}{54}, \frac{23}{69}$

(iii) $\frac{6}{10}, \frac{600}{1000}$

(iv) $\frac{17}{27}, \frac{25}{45}$



You have already learnt about addition and subtraction of fractions in class VI. Let us solve some problems now.

Example 1 : Razia completes $\frac{3}{7}$ part of her homework, while Rekha completed $\frac{4}{9}$ of it. Who has completed the least part of homework?

Solution : To find this we have to compare $\frac{3}{7}$ and $\frac{4}{9}$.

Converting them to like fractions we have

$$\frac{3}{7} = \frac{27}{63}, \quad \frac{4}{9} = \frac{28}{63}$$

$$\text{where, } \frac{27}{63} < \frac{28}{63} \text{ and so } \frac{3}{7} < \frac{4}{9}$$

From this, we say that Razia has completed a least part of her homework.

Example 2 : Shankar's family consumed $3\frac{1}{2}$ kg sugar in the first 15 days of a month. For the next 15 days they consumed $3\frac{3}{4}$ kg sugar. How much sugar did they consume for the whole month?

$$\frac{3}{4} = \frac{21}{28} \text{ اور } \frac{5}{7} = \frac{20}{28} \text{ چونکہ}$$

$$\frac{5}{7} < \frac{3}{4} \text{ لہذا}$$

یہ کیجیے



1- ذیل کے کسور کے پانچ مساوی کسور لکھئے۔
(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{7}$

2- $\frac{5}{8}$ اور $\frac{3}{5}$ میں کونسی کسر بڑی ہے؟

3- درج ذیل کی کونسی جوڑیاں مختصر شکل میں لکھنے پر مساوی ہوں گی۔

(i) $\frac{375}{1000}$ اور $\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{23}{69}$ اور $\frac{18}{54}$

(iii) $\frac{600}{1000}$ اور $\frac{6}{10}$ (iv) $\frac{25}{45}$ اور $\frac{17}{27}$

آپ نے چھٹی جماعت میں کسور کی جمع اور تفریق سے متعلق آگہی حاصل کر لی ہے۔ اب ہم چند سوالات حل کریں گے۔
مثال 1:- رضیہ اپنے ہوم ورک کا $\frac{3}{7}$ حصہ مکمل کرتی ہے جبکہ ریکھا $\frac{4}{9}$ حصہ مکمل کرتی ہے کس نے ہوم ورک کا کم حصہ مکمل کیا بتلائیے؟

حل:- یہ معلوم کرنے کیلئے ہمیں ان کسور کو یکساں کسور میں تبدیل کرنا ہوگا۔
 $\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$; $\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$

یکساں کسور میں تبدیل کرنے پر ہمیں $\frac{27}{63} < \frac{28}{63}$ حاصل ہوتا ہے۔

چونکہ $\frac{27}{63} < \frac{28}{63}$ لہذا $\frac{3}{7} < \frac{4}{9}$ ہوگا

رضیہ نے ریکھا کے مقابل میں ہوم ورک کم کیا ہے۔

مثال 2:- مہینے کے پہلے پندرہ دنوں میں شکر کے خاندان نے $3\frac{1}{2}$ کلو شکر کا استعمال کیا۔ اور باقی 15 دنوں میں $3\frac{3}{4}$ حصہ شکر استعمال کیا ہے۔ اس مہینے میں انہوں نے جملہ کتنی شکر کا استعمال کیا؟ معلوم کیجیے۔

Solution : The total weight of the sugar for the whole month

$$\begin{aligned} &= \left(3\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4} \right) \text{ kg} \\ &= \left(\frac{7}{2} + \frac{15}{4} \right) \text{ kg} = \left(\frac{7 \times 2}{2 \times 2} + \frac{15}{4} \right) \text{ kg} = \left(\frac{14}{4} + \frac{15}{4} \right) \text{ kg} \\ &= \frac{29}{4} \text{ kg} = 7\frac{1}{4} \text{ kg.} \end{aligned}$$

Example 3 : At Ahmed's birthday party, $\frac{5}{7}$ part of the total cake was distributed. Find how much cake is left?

Solution : Total cake = 1 or $\frac{1}{1}$

$$\text{Part of cake distributed} = \frac{5}{7}$$

$$\begin{aligned} \text{Part of cake left} &= \frac{1}{1} - \frac{5}{7} \\ &= \frac{1 \times 7}{1 \times 7} - \frac{5}{7} \\ &= \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

Thus, $\frac{2}{7}$ part of the total cake is left now.



Exercise - 1

1. Compute and express the following results as a mixed fraction?

(i) $2 + \frac{3}{4}$

(ii) $\frac{7}{9} + \frac{1}{3}$

(iii) $1 - \frac{4}{7}$

(iv) $2\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

(v) $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$

(vi) $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}$

2. Arrange the following in ascending order.

(i) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$

(ii) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$

حل: اس مہینہ میں استعمال کی گئی شکر کا جملہ وزن

$$= \text{کلوگرام} \left(3\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4} \right)$$

$$\text{کلوگرام} \left(\frac{14}{4} + \frac{15}{4} \right) = \text{کلوگرام} \left(\frac{2 \times 7}{2 \times 2} + \frac{15}{4} \right) = \text{کلوگرام} \left(\frac{7}{2} + \frac{15}{4} \right)$$

$$= \frac{29}{4} \text{ کلوگرام} = 7\frac{1}{4} \text{ کلوگرام}$$

مثال 3:- احمد کی یوم پیدائش کی تقریب میں جملہ ایک کا $\frac{5}{7}$ حصہ تقسیم کیا گیا۔ تو بتلائیے کہ ایک کا کتنا حصہ باقی تھا؟

حل:- جملہ ایک 1 یا $\frac{1}{1}$ ہے

$$= \frac{5}{7} = \text{ایک کا تقسیم کیا ہوا حصہ}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{5}{7} = \text{ایک کا باقی حصہ}$$

$$\frac{7 \times 1}{7 \times 1} - \frac{5}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

لہذا $\frac{2}{7}$ حصہ ایک کا باقی رہا۔

مشق - 1



1- حسب ذیل کو حل کیجیے اور جوابات کو مرکب کسر کی شکل میں لکھیے۔

(i) $2 + \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{9} + \frac{1}{3}$ (iii) $1 - \frac{4}{7}$

(iv) $2\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ (v) $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$ (vi) $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}$

2- حسب ذیل کو بڑھتی ہوئی (صعودی) ترتیب میں لکھیے۔

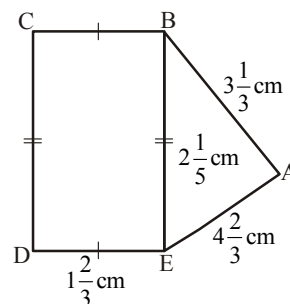
(i) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$

3. Check in the following square, whether in this square the sum of the numbers in each row and in each column and along the diagonals is the same.

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\frac{6}{13}$ | $\frac{13}{13}$ | $\frac{2}{13}$ |
| $\frac{3}{13}$ | $\frac{7}{13}$ | $\frac{11}{13}$ |
| $\frac{12}{13}$ | $\frac{1}{13}$ | $\frac{8}{13}$ |

4. A rectangular sheet of paper is $5\frac{2}{3}$ cm long and $3\frac{1}{5}$ cm wide. Find its perimeter.
5. The recipe requires $3\frac{1}{4}$ cups of flour. Radha has $1\frac{3}{8}$ cups of flour. How many more cups of flour does she need?
6. Abdul is preparing for his final exam. He has completed $\frac{5}{12}$ part of his course content. Find out how much course content is left?

7. Find the perimeters of (i) $\triangle ABE$ (ii) the rectangle BCDE in this figure. Which figure has greater perimeter and how much?



2.1 Multiplication of fractions

2.1.1 Multiplication of a fraction by a whole number

In multiplication of whole numbers, while finding a product we repeatedly add a number. For example 5×4 means adding 5 groups of 4 each or 5 times 4.

Thus, when we say $2 \times \frac{1}{4}$ it means adding $\frac{1}{4}$ twice or 2 times $\frac{1}{4}$.

Let us represent this pictorially. Look at Figure 1. Each shaded part is $\frac{1}{4}$ part of a square. The two

shaded parts together will represent $2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ (Figure 2).

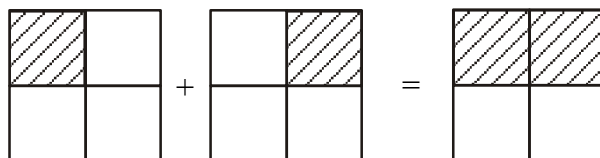


Figure 1

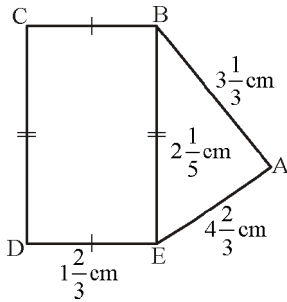
Figure 2

3. حسب ذیل مربع میں ہر صف، کالم اور وتری خانوں کے اعداد کے مجموعہ کی جانچ کیجیے اور بتلایئے کہ کیا یہ مساوی ہیں۔

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\frac{6}{13}$ | $\frac{13}{13}$ | $\frac{2}{13}$ |
| $\frac{3}{13}$ | $\frac{7}{13}$ | $\frac{11}{13}$ |
| $\frac{12}{13}$ | $\frac{1}{13}$ | $\frac{8}{13}$ |

4. ایک مستطیلی کاغذ لیجیے جو $5\frac{2}{3}$ سمر لمبا اور $3\frac{1}{5}$ سمر چوڑا ہو۔ اس کا احاطہ معلوم کیجیے۔

5. رادھا کو پکوان کے لیے $3\frac{1}{4}$ پیالی آٹا درکار ہے اگر اس کے پاس $1\frac{3}{8}$ پیالی آٹا موجود ہے تو بتلایئے کہ پکوان کے لئے مزید کتنے پیالی آٹا درکار ہوگا؟



6. عبداللہ امتحان کی تیاری کر رہا ہے۔ اگر وہ نصاب کے $\frac{5}{12}$ حصہ کی تیاری مکمل کر چکا ہو تو مزید کتنا نصاب باقی ہوگا معلوم کیجیے؟

7. احاطہ معلوم کیجیے۔
(i) شکل میں دیے گئے مثلث $\triangle ABE$ (ii) شکل میں دیئے گئے مستطیل BCDE کس شکل کا احاطہ زیادہ ہے؟ اور وہ کتنا ہے؟

2.1 کسور کی ضرب

2.1.1 کسور کی مکمل عدد سے ضرب (Multiplication of Fraction by a Whole Number)

جب ہم مکمل اعداد کو ضرب دیتے ہیں تو ہم متواتر ایک عدد کو جمع کرتے ہیں۔

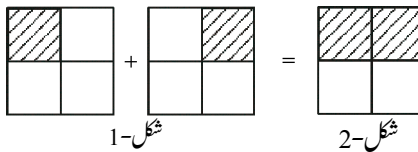
مثال کے طور پر 5×4 سے مراد 5 کے گروپ کو 4 دفعہ جمع کرنا ہے یا 5 کا 4 گنا ہے۔

لہذا جب ہم $2 \times \frac{1}{4}$ کہتے ہیں تو اس کا مطلب $\frac{1}{4}$ کو دو گنا کرنا ہے۔ یا 2 مرتبہ $\frac{1}{4}$ ہے۔

تو آئیے اب ہم اس کو اشکال کی مدد سے ظاہر کریں گے۔ شکل (1) کا مشاہدہ کیجیے۔

ہر سایہ دار حصہ مربع کا $\frac{1}{4}$ حصہ ہے۔ سایہ کئے ہوئے حصہ کو ہم باہم ملاتے ہوئے اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں۔

$$2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$



Let us now find $3 \times \frac{1}{2}$. This means three times $\frac{1}{2}$ or three halves.

Thus $3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Do This



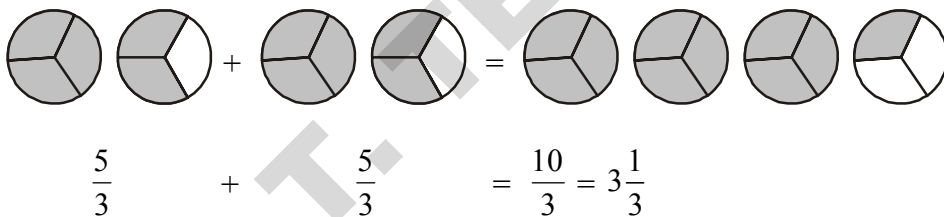
1. Find (i) $4 \times \frac{2}{7}$ (ii) $4 \times \frac{3}{5}$ (iii) $7 \times \frac{1}{3}$

The fractions that we have considered till now, i.e., $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$ and $\frac{3}{5}$ are proper fractions.

Let us see how to multiply improper fractions by a whole number. For example, $2 \times \frac{5}{3}$

$$2 \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

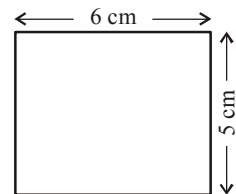
Represent pictorially



Try This

1. Find (i) $5 \times \frac{3}{2}$ (ii) $4 \times \frac{7}{5}$ (iii) $7 \times \frac{8}{3}$

We know the area of a rectangle is equal to length \times breadth. If the length and breadth of a rectangle are 6 cm and 5 cm respectively, then what will be its area? Obviously the area would be $6 \times 5 = 30 \text{ cm}^2$.



If the length and breadth of other rectangle are 6 cm, $2\frac{1}{3}$ cm respectively, what would be the area of that rectangle?

Area of a rectangle is the product of its length and breadth. To multiply a mixed fraction with a whole number, first convert the mixed fractions into an improper fraction and then multiply.

آئیے اب ہم $3 \times \frac{1}{2}$ معلوم کریں۔ اس کا مطلب $\frac{1}{2}$ کا تین گنا۔ یا تین نصف حصے

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ تب}$$

یہ کیجیے



1. معلوم کیجئے۔ (i) $4 \times \frac{2}{7}$ (ii) $4 \times \frac{3}{5}$ (iii) $7 \times \frac{1}{3}$

اب تک ہم نے جن کسور کا مشاہدہ کیا، $\frac{2}{7}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ واجب کسر ہیں۔

آئیے اب ہم چند غیر واجب کسر سے متعلق جانیں گے۔ اور انہیں کس طرح ضرب دیا جاتا ہے دیکھیں گے۔

مثال کے طور پر $2 \times \frac{5}{3}$

$$2 \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

تصویری اظہار



$$\frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3} \text{ مرکب سمر}$$

کوشش کیجیے

1. معلوم کیجئے۔ (i) $5 \times \frac{3}{2}$ (ii) $4 \times \frac{7}{5}$ (iii) $7 \times \frac{8}{3}$

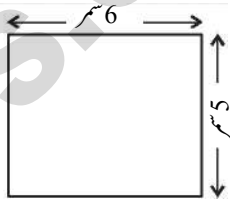


ہم جانتے ہیں کہ مستطیل کا رقبہ اس کے طول اور عرض کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ اگر مستطیل کا طول اور عرض

بالترتیب 6 سمر اور 5 سمر ہے۔ تب اس کا رقبہ کیا ہوگا؟

یقیناً اس کا رقبہ 30 مربع سمر = 6×5 ہوگا۔

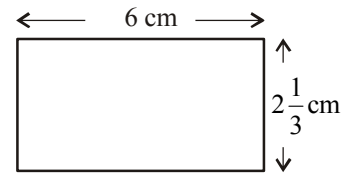
اگر مستطیل کا طول اور عرض بالترتیب 6 سمر اور $2\frac{1}{3}$ سمر ہو تب اس کا رقبہ کیا ہوگا؟



مستطیل کا رقبہ اس کے طول اور عرض کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ مرکب کسر سے مکمل

عدد کو ضرب دینے سے پہلے ہم مرکب کسر کو غیر واجب کسر میں تبدیل کریں گے پھر اس کو ضرب دیں گے۔

Therefore, area of a rectangle = $6 \times 2\frac{1}{3}$
 $= 6 \times \frac{7}{3} = \frac{42}{3} \text{ cm}^2 = 14\text{cm}^2$



You might have realised by now that to multiply a whole number with a proper or an improper fraction, we multiply the whole number with the numerator of the fraction, keeping the denominator the same.

Do These

1. Find the following.

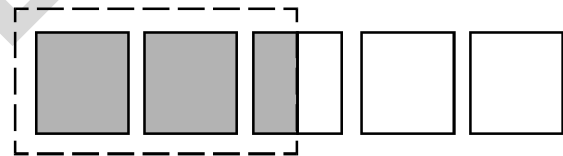
(i) $3 \times 2\frac{2}{7}$ (ii) $5 \times 2\frac{1}{3}$ (iii) $8 \times 4\frac{1}{7}$ (iv) $4 \times 1\frac{2}{9}$ (v) $5 \times 1\frac{1}{3}$



2. Represent pictorially $2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

Consider $\frac{1}{2} \times 5$. How do you understand it?

$\frac{1}{2} \times 5$ means half of 5, which is $\frac{5}{2}$ or $2\frac{1}{2}$



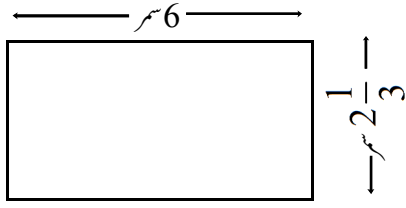
Thus, $\frac{1}{2}$ of 5 = $\frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$

Similarly = $\frac{1}{2}$ of 3 = $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ or $1\frac{1}{2}$

Here onwards 'of' represents multiplication.

So what would $\frac{1}{4}$ of 16 mean? It tells us that the whole (16) is to be divided into 4 equal parts and one part out of that has to be taken. When we make 4 equal parts of 16, each part will be 4. So

$\frac{1}{4}$ of 16 is 4.



لہذا $6 \times 2\frac{1}{3} = \text{مستطیل کا رقبہ} = \text{طول} \times \text{عرض}$
 $= 14 \text{ مربع سر} = \frac{42}{3} = 6 \times \frac{7}{3} = \text{مربع سر}$

آپ جان چکے ہوں گے کہ جب واجب یا غیر واجب کسر کو مکمل عدد سے ضرب دیا جاتا ہے۔ تو مکمل عدد سے کسر کے شمار کنندے کو ضرب دیا جاتا ہے اور اسی نسب نما کے ساتھ لکھا جاتا ہے۔

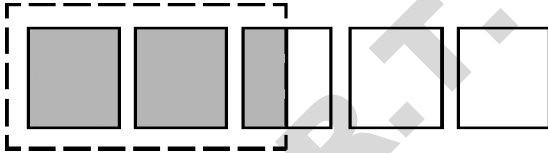
یہ کیجیے



1- حسب ذیل کو حل کیجیے۔
 (i) $3 \times 2\frac{2}{7}$ (ii) $5 \times 2\frac{1}{3}$ (iii) $8 \times 4\frac{1}{7}$ (iv) $4 \times 1\frac{2}{9}$ (v) $5 \times 1\frac{1}{3}$

2- $2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ کو تصاویر کی مدد سے ظاہر کیجیے۔

فرض کیجیے کہ $\frac{1}{2} \times 5$ ہے۔ آپ اس کو کس طرح سمجھتے ہیں؟



5 کا نصف، $\frac{1}{2} \times 5$ ہوتا ہے۔ جو $\frac{5}{2}$ یا $2\frac{1}{2}$ کے مساوی ہے۔

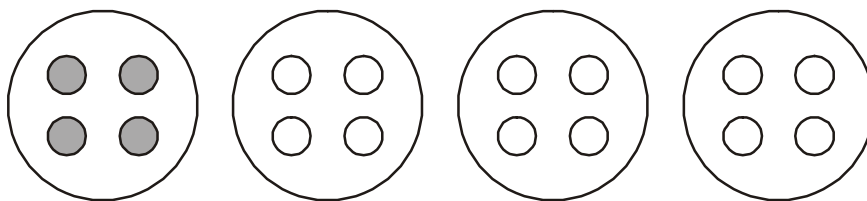
لہذا $5 = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$ کا $\frac{1}{2}$

اس طرح $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times 3 = 3 \times \frac{1}{2}$ کا $\frac{1}{2}$ ہوتا ہے۔ یہاں پر ”کا“ سے مراد ضرب کا اظہار ہے۔

16 کا $\frac{1}{4}$ سے کیا مراد ہے۔ اس سے مراد 16 کے 4 مساوی حصے کر کے ایک حصہ لینا ہے۔ اگر 16 کے چار مساوی حصے

کئے جائیں تب ہر حصہ 4 ہوگا اس طرح 16 کا $\frac{1}{4}$ سے مراد 4 ہے۔

This can be illustrated with marbles as shown in the below figure:



$$\frac{1}{4} \text{ of } 16 = \frac{1}{4} \times 16 = \frac{16}{4} = 4$$

$$\text{Similarly, } \frac{1}{2} \text{ of } 16 = \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8.$$

Example 4 : Nazia has 20 marbles. Reshma has $\frac{1}{5}$ of the number of marbles that Nazia has.

How many marbles does Reshma have?

Solution : Reshma has $\frac{1}{5} \times 20 = 4$ marbles.

Example 5 : In a family of four persons 15 chapatias were consumed in a day. $\frac{1}{5}$ of the chapatias were consumed by the mother and $\frac{3}{5}$ were consumed by the children and the remaining were eaten by the father.

(i) How many chapatias were eaten by the mother?

(ii) How many chapatias were eaten by the children?

(iii) What fraction of the total chapatias has been eaten by the father?

Solution : Total number of chapatias = 15

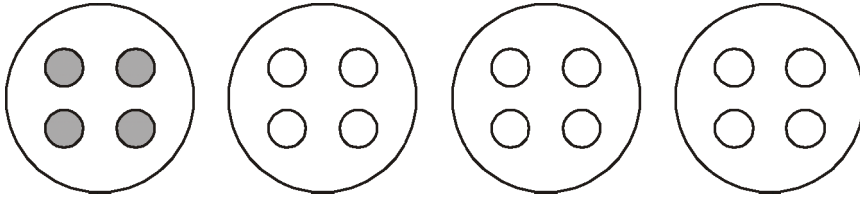
(i) Number of chapatias eaten by mother = $\frac{1}{5}$ of total = $\frac{1}{5} \times 15 = 3$ chapatias

(ii) Number of chapatias eaten by children = $\frac{3}{5}$ of total = $\frac{3}{5} \times 15 = 9$ chapatias

(iii) Chapatias left = $15 - 3 - 9 = 3$ chapatias

$$\text{Fraction of chapathies eaten by father} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

اس کو چھوٹے کنکر کے استعمال سے بھی سمجھایا جاسکتا ہے۔ جیسا کہ ذیل کی شکل میں بتایا گیا ہے۔



$$\frac{1}{4} \text{ کا } 16 = \frac{1}{4} \times 16 = \frac{16}{4} = 4$$

$$\frac{1}{2} \text{ کا } 16 = \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8 \quad \text{اسی طرح}$$

مثال 4:- نازیہ کے پاس 20 کانچ کی گولیاں ہیں۔ جبکہ ریشماں کے پاس نازیہ کی گولیوں کا $\frac{1}{5}$ واں حصہ ہے بتلائے کہ ریشماں کے پاس کتنی گولیاں ہیں؟

$$\text{حل: ریشماں کے پاس } 20 \times \frac{1}{5} = 4 \text{ یعنی 4 گولیاں ہیں۔}$$

مثال 5:- چار افراد پر مشتمل خاندان نے ناشتہ میں 15 روٹیاں استعمال کیں۔ اس کا $\frac{1}{5}$ حصہ ماں نے کھایا۔ بچوں نے ملکر $\frac{3}{5}$ حصہ کھایا اور باقی حصہ والد نے کھایا۔

(i) ماں نے کتنی روٹیاں کھائیں؟

(ii) بچوں نے کتنی روٹیاں کھائیں؟

(iii) والد نے جملہ روٹیوں کا کتنا حصہ کھایا؟

$$\text{حل: جملہ کھائی ہوئی روٹیاں } 15 =$$

$$(i) \quad 3 \text{ روٹیاں } = 3 = \frac{1}{5} \times 15 = 3 \text{ ماں کی کھائی گئی روٹیاں}$$

$$(ii) \quad 9 \text{ روٹیاں } = 9 = \frac{3}{5} \times 15 = 9 \text{ بچوں نے روٹیوں کا } \frac{3}{5} \text{ حصہ کھایا}$$

$$(iii) \quad 3 \text{ روٹیاں } = 15 - 3 - 9 = 3 \text{ باقی روٹیاں جو کہ والد نے کھائیں}$$

$$\text{یعنی والد کا کھائے ہوئے حصے کا کسری اظہار } = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$



Exercise - 2

1. Multiply the following. Write the product as a mixed fraction.

(i) $\frac{3}{6} \times 10$ (ii) $\frac{1}{3} \times 4$ (iii) $\frac{6}{7} \times 2$ (iv) $\frac{2}{9} \times 5$ (v) $15 \times \frac{2}{5}$

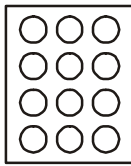
2. Shade the given portion in the following figures.

(i) $\frac{1}{2}$ of the circles in box (a)

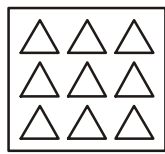
(ii) $\frac{2}{3}$ of the triangles in box (b)

(iii) $\frac{3}{5}$ of the rectangles in box (c)

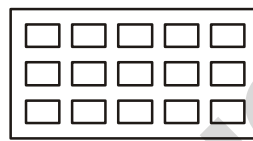
(iv) $\frac{3}{4}$ of the circles in box (d)



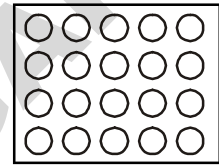
(a)



(b)



(c)

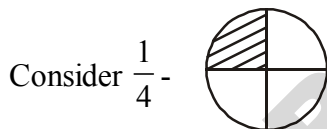


(d)

3. Find (i) $\frac{1}{3}$ of 12 (ii) $\frac{2}{5}$ of 15

2.1.2 Multiplication of a fraction with a fraction

What does $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ mean? From the above we can understand that it means $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{4}$.



How will we find $\frac{1}{2}$ of this shaded part? We can divide this one-fourth $\left(\frac{1}{4}\right)$ shaded part into two

equal parts (Figure 1). Each of these two parts represents $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{4}$.

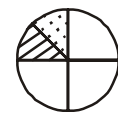


Figure 1

Let us call one of these parts as part 'A'. What fraction of whole circle is 'A'? If we divide the remaining parts of the circle into two equal parts each, we get a total of eight equal parts. 'A' is one of these parts. So, 'A' is $\frac{1}{8}$ of the whole.

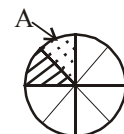


Figure 2

Thus, $\frac{1}{2}$ of $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

مشق - 2

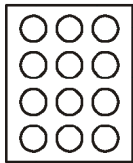


1- حسب ذیل کو ضرب دیجیے اور مرکب کسر میں جواب لکھئے۔

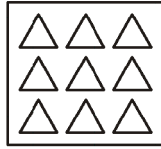
(i) $\frac{3}{6} \times 10$ (ii) $\frac{1}{3} \times 4$ (iii) $\frac{6}{7} \times 2$ (iv) $\frac{2}{9} \times 5$ (v) $15 \times \frac{2}{5}$

2- سایہ دار کیجیے۔

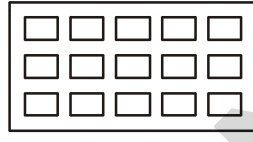
(i) شکل (a) کے دائروں کا $\frac{1}{2}$ حصہ (ii) شکل (b) کے مثلثوں کا $\frac{2}{3}$ حصہ
(iii) شکل (c) کے مستطیلوں کا $\frac{3}{5}$ حصہ (iv) شکل (d) کے دائروں کا $\frac{3}{4}$ حصہ



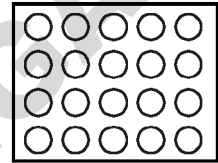
(a)



(b)



(c)



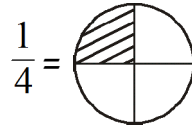
(d)

3- معلوم کیجیے 12 کا $\frac{1}{3}$ (i) 15 کا $\frac{2}{5}$ (ii)

2.1.2 کسر سے کسر کو ضرب دینا:-

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ کا کیا مطلب ہے؟ اوپر کی مثالوں کے مطابق اس کا مطلب $\frac{1}{4}$ کا $\frac{1}{2}$ ہے۔

مثلاً:



سایہ دار حصہ کا $\frac{1}{2}$ حصہ کس طرح حاصل ہوگا؟ سایہ دار $\frac{1}{4}$ حصہ کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرنا ہوگا جیسا کہ



شکل (1) میں دکھلایا گیا اس کا ہر حصہ $\frac{1}{4}$ کا آدھا ($\frac{1}{2}$) ہوگا۔ شکل (1)

فرض کیجیے کہ اس حصہ کو ہم نے A کا نام دیا۔ تب A اس دائرہ کا کونسا حصہ ہوگا؟ اگر ہم اسی طرح ہر ایک چوتھائی کے دو مساوی حصے کریں تو ہمیں 8 مساوی حصے ہوں گے لہذا A ان کا ایک حصہ ہوگا۔

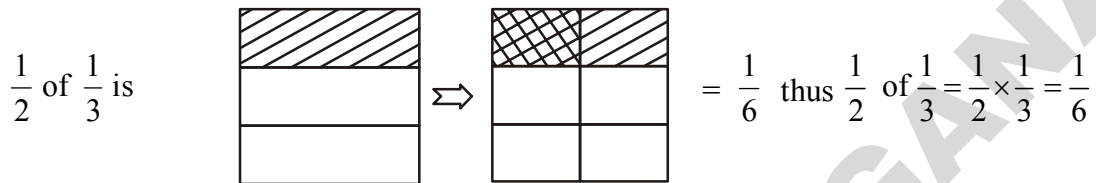
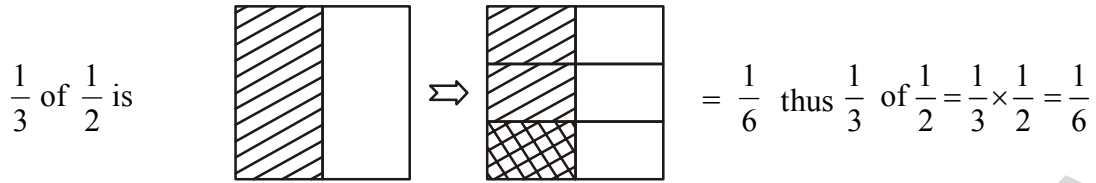


شکل (2)

یعنی A $\frac{1}{8}$ واں حصہ ہوگا۔

$$\frac{1}{2} \text{ کا } \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

Let us find $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ and $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$.



From this, we can see that $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

Do These

1. Fill in these boxes:

(i) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{1 \times 1}{5 \times 7} = \square$

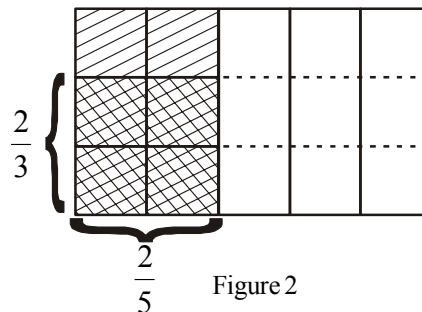
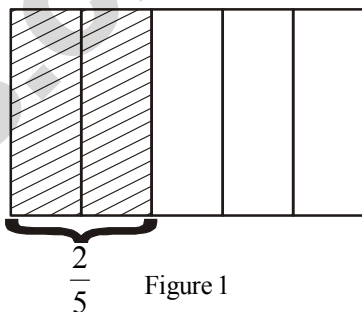
(ii) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \square = \square$



2. Find $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ and $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ using diagram, check whether $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$

3. Find $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$. Draw and check answer.

Consider one more example $\frac{2}{3}$ of $\frac{2}{5}$. We have shown $\frac{2}{5}$ in Figure 1 and $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ in Figure 2.



The cross hatched portion in figure (2) represents $\frac{2}{3}$ of $\frac{2}{5}$ i.e. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

$$\frac{1}{3} \text{ کا } \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \text{ اور } \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \text{ کی قدر دریافت کیجیے۔}$$

$$= \frac{1}{6} \text{ یعنی } \frac{1}{3} \text{ کا } \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} \text{ کا } \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

یعنی ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

یہ کیجیے



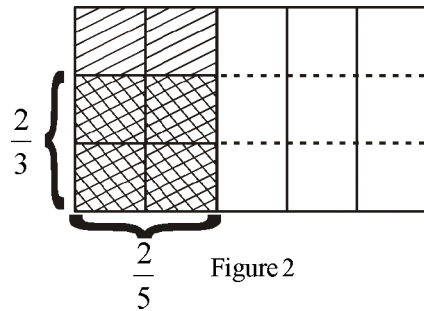
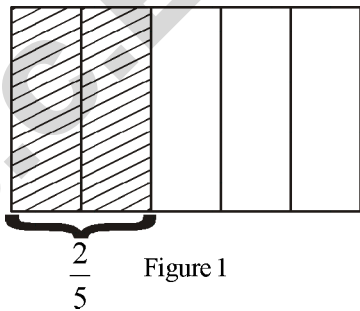
1. حسب ذیل خانوں کو پُر کیجیے۔

1. (i) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{1 \times 1}{5 \times 7} = \square$ (ii) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \square = \square$

2- شکلوں کی مدد سے $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ اور $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ معلوم کیجیے، جانچ کیجیے کہ کیا $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$

3- معلوم کیجیے $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$ شکل بنائیے اور محسوب کیجیے۔

ایک اور مثال لیجیے۔ $\frac{2}{5}$ کا $\frac{2}{3}$ ، شکل (i) میں دکھایا گیا اور شکل (ii) میں $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ دکھایا گیا۔



شکل (ii) کا جالی دار حصہ $\frac{2}{5}$ کا $\frac{2}{3}$ یعنی $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ کی نمائندگی کرتا ہے۔

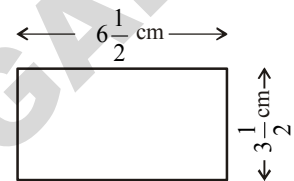
To find the $\frac{2}{3}$ of $\frac{2}{5}$, we have made three equal parts of $\frac{2}{5}$ and then selected 2 out of the 3 parts.

This represent 4 parts out of a total 15 parts so $\frac{2}{3}$ of $\frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$.

From this, we can say that Product of two fractions = $\frac{\text{Product of Numerators}}{\text{Product of Denominators}}$.

Now, we will find the area of the rectangle if its length and breadth are $6\frac{1}{2}$ cm and $3\frac{1}{2}$ cm respectively.

$$\text{Area of rectangle} = 6\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{7}{2} \text{ cm}^2 = \frac{91}{4} = 22\frac{3}{4} \text{ cm}^2.$$



Example 6 : Narendra reads $\frac{1}{4}$ of a short novel in 1 hour. What part

of the book will he have read in $2\frac{1}{2}$ hours?

Solution : The part of the novel read by Narendra in 1 hour = $\frac{1}{4}$

$$\text{So the part of the novel read by him in } 2\frac{1}{2} \text{ hours} = 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

So Narendra would read $\frac{5}{8}$ part of the novel in $2\frac{1}{2}$ hours.

Example 7 : A swimming pool is filled $\frac{3}{10}$ part in half an hour. How much will it be filled in $1\frac{1}{2}$ hour?

Solution : The part of the pool filled in half an hour = $\frac{3}{10}$.

So, the part of pool which is filled in $1\frac{1}{2}$ hour is 3 times the pool filled in half an hour.

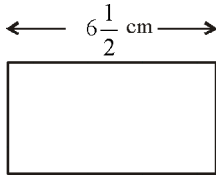
$$= 3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$$

Thus, $\frac{9}{10}$ part of the pool will be filled in $1\frac{1}{2}$ hours.

$\frac{2}{3}$ کا $\frac{2}{5}$ معلوم کرنے کے لیے ہمیں $\frac{2}{5}$ کے تین مساوی حصے کر کے ان میں سے 2 حصے لینے ہوں گے۔

جملہ 15 حصوں سے 4 حصوں کو لینا ہوگا۔ لہذا $\frac{2}{5}$ کا $\frac{2}{3}$ کی قدر $\frac{4}{15}$ ہے۔

ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ دو کسور کی ضرب = ان کے شمار کنندوں کا حاصل ضرب
ان کے نسب نما کا حاصل ضرب



مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ اس کا طول اور عرض علی الترتیب $6\frac{1}{2}$ سمر اور $3\frac{1}{2}$ سمر ہو۔

$$\text{مربع سمر} = \frac{91}{4} = 22\frac{3}{4} \quad \text{مربع سمر} = \frac{13}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{91}{4}$$

مثال 6:- رضوان نے ایک گھنٹہ میں ایک ناول کا $\frac{1}{4}$ حصہ پڑھا بتلایئے کہ وہ $2\frac{1}{2}$ گھنٹے میں ناول کا کتنا حصہ پڑھے گا؟

حل: رضوان کا ایک گھنٹہ میں پڑھا ہوا حصہ = $\frac{1}{4}$

$$2\frac{1}{2} \text{ گھنٹے میں پڑھا جانے والا حصہ} = 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

رضوان $2\frac{1}{2}$ گھنٹے میں ناول کا $\frac{5}{8}$ حصہ پڑھے گا۔

مثال 7:- اگر ایک سوئمنگ پول کا $\frac{3}{10}$ حصہ آدھا گھنٹہ میں بھرتا ہے تب $1\frac{1}{2}$ گھنٹے میں سوئمنگ پول کا کتنا حصہ بھرے گا؟

حل: $\frac{3}{10}$ = آدھے گھنٹے میں سوئمنگ پول کا بھرا ہوا حصہ

سوئمنگ پول کا $1\frac{1}{2}$ گھنٹے میں بھرا ہوا حصہ نصف گھنٹے میں بھرے جانے والے حصے کے 3 گنا مساوی ہوگا۔

$$\text{یعنی} = 3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$$

یعنی $1\frac{1}{2}$ گھنٹے میں سوئمنگ پول کا $\frac{9}{10}$ حصہ بھرے گا۔



Try This

You have seen that the product of two natural numbers more than 1, bigger than each of the two natural numbers. For example, $3 \times 4 = 12$, $12 > 4$ and $12 > 3$. What happens to the value of the product when we multiply two proper fractions?

Fill the following table and conclude your observations.

| | | |
|--|---|--|
| Eg: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ | $\frac{8}{15} < \frac{2}{3}$, $\frac{8}{15} < \frac{4}{5}$ | Product is less than each of the fractions |
| $\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} = \text{-----}$ | | |
| $\frac{3}{5} \times \frac{\square}{8} = \frac{21}{40}$ | | |
| $\frac{2}{\square} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{45}$ | | |



Exercise - 3

1. Find each of the following products.

(i) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{11}$

(ii) $6 \times \frac{1}{5}$

(iii) $2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{5}$

2. Multiply and reduce to its lowest form.

(i) $\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{5}$

(ii) $\frac{2}{7} \times \frac{1}{3}$

(iii) $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$

(iv) $\frac{9}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{1}{2}$

3. Which one is greater?

(i) $\frac{2}{5}$ of $\frac{4}{7}$ or $\frac{3}{4}$ of $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2}$ of $\frac{4}{7}$ or $\frac{2}{3}$ of $\frac{3}{7}$

4. Rehana works $2\frac{1}{2}$ hours each day on her embroidery. She completes the work in 7 days. How many hours did she take to complete her work?
5. A truck runs 8 km using 1 litre of petrol. How much distance will it cover using $10\frac{2}{3}$ litres of petrol?

کوشش کیجیے:



آپ دیکھ چکے ہیں کہ 1 سے بڑے کوئی دو طبعی اعداد کا حاصل ضرب ان دو طبعی اعداد سے بڑا ہوتا ہے۔ مثلاً $3 \times 4 = 12$ ، $12 > 4$ اور $12 > 3$ اسی طرح دو کسروں کو ضرب دینے پر حاصل ضرب کی قدر کیا ہوگی؟ جدول میں حسب ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے اور نتائج کا مشاہدہ کیجیے۔

| | | |
|--|---|---------------------------------|
| مثال $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ | $\frac{8}{15} < \frac{2}{3}$, $\frac{8}{15} < \frac{4}{5}$ | حاصل ضرب ہر ایک کسر سے چھوٹا ہے |
| $\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} = \text{-----}$ | | |
| $\frac{3}{5} \times \frac{\square}{2} = \frac{21}{40}$ | | |
| $\frac{2}{\square} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{45}$ | | |

مشق - 3



1- حسب ذیل کے حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{11}$ (ii) $6 \times \frac{1}{5}$ (iii) $2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{5}$

2- ضرب دیجیے اور اقل ترین شکل میں لکھیے۔

(i) $\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{7} \times \frac{1}{3}$ (iii) $\frac{9}{3} \times \frac{5}{5}$ (iv) $\frac{9}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{1}{2}$

3- حسب ذیل میں کونسا بڑا ہے۔

(i) $\frac{2}{5}$ کا $\frac{4}{7}$ یا $\frac{3}{4}$ کا $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{3}$ کا $\frac{3}{7}$ یا $\frac{1}{2}$ کا $\frac{4}{7}$

4- ریحانہ روزانہ $2\frac{1}{2}$ گھنٹے کشیدہ کاری کرتی ہے۔ اگر وہ اپنا کام 7 دنوں میں مکمل کرتی ہے۔ تب بتائیے کہ اپنے کام کی

تکمیل کے لیے اُسے کتنے گھنٹے درکار ہونگے۔

5- ایک لاری کو 8 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لیے 1 لیٹر پٹرول درکار ہے۔ $10\frac{2}{3}$ لیٹر پٹرول میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے

گی؟

6. Raja walks $1\frac{1}{2}$ meters in 1 second. How much distance will he walk in 15 minutes?

7. Provide the number in the box to make the statement true.

(i) $\frac{2}{3} \times \square = \frac{20}{21}$. (ii) $\frac{5}{7} \times \frac{\square}{5} = \frac{3}{\square}$

2.2 Division of fractions

1. Imagine you have 15 meters length of cloth and you want to make pieces of $1\frac{1}{2}$ metres length each from it. How many $1\frac{1}{2}$ meter pieces will you get? Here we will successively subtract $1\frac{1}{2}$ meters from 15 meters and see how many times we can do this, till we have no cloth left.

2. Look at one more example. A paper strip of length $\frac{21}{2}$ cm has to be cut into smaller strips of length $\frac{3}{2}$ cm each. How many pieces would we get? Clearly, we can cut $\frac{3}{2}$ cm each time or divide $\frac{21}{2}$ by $\frac{3}{2}$ i.e., $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$.

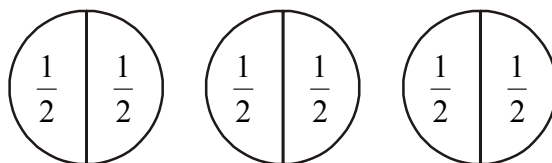
3. Let us recall division with whole numbers. In $15 \div 3$, we find out how many 3's are there in 15. The answer to this is 5. Similarly, to find the number of 2's in 18, we divide 18 by 2 or $18 \div 2$. The answer to this is 9.

Now correlate the same process in dividing whole numbers by fractions and fractions by fractions.

2.2.1 Division of whole number by a fraction

Let us find $3 \div \frac{1}{2}$.

Kiran says we have to find how many halves $\left(\frac{1}{2}\right)$ are there in 3. We draw the following.



The figure above suggests that there are 6 halves in 3.

6- راجہ فی سکند $1\frac{1}{2}$ میٹر فاصلہ پیدل طے کرتا ہے تب وہ 15 منٹ میں کتنا فاصلہ طے کرے گا۔

7- حسب ذیل بیانات کو صادق بنانے کے لیے خانہ میں موزوں عدد لکھئے۔

(i) $\frac{2}{3} \times \square = \frac{20}{21}$

(ii) $\frac{5}{7} \times \frac{\square}{5} = \frac{3}{\square}$

2.2 کسور کی تقسیم:

1- فرض کیجئے کہ آپ کے پاس 15 میٹر کپڑا ہے آپ اس میں سے $1\frac{1}{2}$ میٹر کے ٹکڑے کاٹنا چاہیں تو کتنے ٹکڑے حاصل

ہونگے؟ یہاں ہمیں 15 میٹر سے $1\frac{1}{2}$ میٹر کو تفریق کرنا ہوگا۔ اور ہمیں اُس وقت تک تفریق کرنا ہوگا کہ کپڑا پورا ختم

ہو جائے۔

2- ایک اور مثال کا مشاہدہ کیجئے۔ $\frac{21}{2}$ سمر طول والے کاغذ کو $\frac{3}{2}$ سمر والے ٹکڑوں میں کاٹنے پر ہمیں کتنے ٹکڑے حاصل ہو

نگے؟ ہمیں ہر مرتبہ $\frac{3}{2}$ سمر والے ٹکڑے کاٹنا ہوگا یا $\frac{21}{2}$ کو $\frac{3}{2}$ سے تقسیم کرنا ہوگا یعنی $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$ ۔

3- آئیے ہم مکمل اعداد کی تقسیم کا اعادہ کریں گے۔ $15 \div 3$ میں ہمیں یہ معلوم کرنا ہوگا کہ 15 میں کتنے 3 موجود ہیں۔ اس کا

جواب 5 ہے۔ اسی طرح 18 میں کتنے 2 موجود ہونگے۔ ہمیں 18 کو 2 سے تقسیم کرنا ہوگا یا $18 \div 2$ اس کا جواب 9 ہے۔

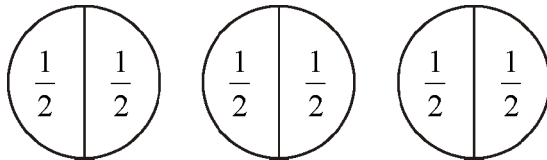
اب ہم اسی عمل کو کسور کی مکمل اعداد سے تقسیم اور کسور سے کسور کی تقسیم میں مشاہدہ کریں گے۔

2.2.1 مکمل اعداد کی کسور سے تقسیم:

آئیے ہم $\frac{1}{2} \div 3$ معلوم کریں گے۔

کرن یہہ معلوم کرنا چاہتا ہیکہ 3 میں کتنے $\frac{1}{2}$ (نصف) موجود ہونگے 3 میں $\left(\frac{1}{2}\right)$ نصف کو معلوم کرنے کے لیے

حسب ذیل شکل کھینچئے۔



اوپر دی گئی شکل مکمل 3 میں، 6 نصف حصوں کو ظاہر کرتی ہے۔

We can therefore say $3 \div \frac{1}{2} = 6$

Think about $2 \div \frac{1}{3}$

This means finding how many one-thirds $\left(\frac{1}{3}\right)$ are there in two wholes. Can we find in other way?

If we observe adjacent figures, there are 6 one-thirds in two wholes i.e.

$$2 \div \frac{1}{3} = 6.$$



Do This

Find (i) $2 \div \frac{1}{4}$

(ii) $7 \div \frac{1}{2}$

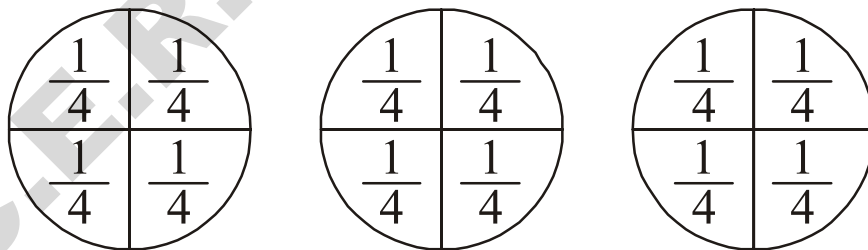
(iii) $3 \div \frac{1}{5}$



2.2.1(a) Reciprocal of a fraction (Multiplicative Inverse)

Now consider $3 \div \frac{1}{4}$. This means the number of $\frac{1}{4}$ parts obtained, when each of the three wholes,

are divided into $\frac{1}{4}$ equal parts



The number of one-fourths in 3 is 12 or $3 \div \frac{1}{4} = 12$

We also see that, $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$.

Thus, we have $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$

$$3 \div \frac{1}{2} = 6$$

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$2 \div \frac{1}{3} \text{ پر غور کیجیے۔}$$

اس کے معنی یہ ہیں کہ مکمل 2 میں کتنے ایک تہائی ($\frac{1}{3}$) ہوتے ہیں۔ آپ اس کو کس طرح معلوم کریں گے۔



بازودی گئی شکل میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مکمل 2 میں 6 ایک تہائی حصے ہوتے ہیں۔

$$2 + \frac{1}{3} = 6$$

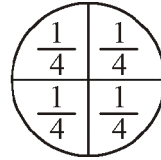
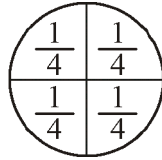
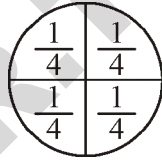
یہ کیجیے



معلوم کیجیے۔ (i) $2 \div \frac{1}{4}$ (ii) $7 \div \frac{1}{2}$ (iii) $3 \div \frac{1}{5}$

2.2.1(a) کسر کا مقلوب

اب $3 \div \frac{1}{4}$ پر غور کیجیے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ جب مکمل 3 کو $\frac{1}{4}$ مساوی حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تب جملہ کتنے $\frac{1}{4}$ حصہ حاصل ہوتے ہیں۔



$$\frac{1}{4} \text{ حصوں کی تعداد 12 ہے یا } 3 \div \frac{1}{4} = 12$$

$$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$$

$$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$$

Also examine $2 \div \frac{1}{3}$.

$$2 \div \frac{1}{3} = 6 \text{ as } 2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$$

Similarly, $4 \div \frac{1}{4} = 16$ since $4 \times \frac{4}{1} = 16$.

The number $\frac{3}{1}$ can be obtained by interchanging the numerator and denominator of $\frac{1}{3}$ or by inverting $\frac{1}{3}$. Similarly, $\frac{4}{1}$ is obtained by inverting $\frac{1}{4}$.

Observe these products and fill in the blanks:

$$7 \times \frac{1}{7} = 1$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{1}{9} \times 9 = \dots\dots\dots$$

$$\frac{2}{7} \times \dots\dots\dots = 1$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \times \frac{5}{9} = 1$$

Multiply five more such pairs.

Any two non-zero numbers whose product is 1, are called reciprocals of one another. So the reciprocal of $\frac{4}{7}$ is $\frac{7}{4}$ and the reciprocal of $\frac{7}{4}$ is $\frac{4}{7}$.

Write reciprocals of $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{5}$.



Try This

1. Will the reciprocal of a proper fraction be a proper fraction?
2. Will the reciprocal of an improper fraction be an improper fraction?

° $2 \div \frac{1}{3}$ حل کیجیے۔

$$2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6 \text{ چونکہ } 2 \div \frac{1}{3} = 6$$

$$4 \times \frac{4}{1} = 16 \text{ چونکہ } 4 \div \frac{1}{4} = 16 \text{ اسی طرح}$$

عدد $\frac{1}{3}$ کو الٹا کرنے پر (شمار کنندہ کی جگہ نسب نما اور نسب نما کی جگہ شمار کنندہ لکھنے پر) $\frac{3}{1}$ حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح $\frac{1}{4}$ کو الٹا کرنے پر $\frac{4}{1}$ حاصل ہوگا۔

ذیل کے حاصل ضرب کا مشاہدہ کیجیے اور خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

$$7 \times \frac{1}{7} = 1$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{1}{9} \times 9 = \dots\dots\dots$$

$$\frac{2}{7} \times \dots\dots\dots = 1$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \times \frac{5}{9} = 1$$

اس طرح کے مزید 5 جوڑ کو ضرب دیجیے۔

کسی بھی دو اعداد کا حاصل ضرب، اگر 1 حاصل ہو تب یہ کہا جاتا ہے کہ پہلا عدد دوسرے عدد کا مقلوب ہے۔ اس طرح $\frac{4}{7}$

کا مقلوب $\frac{7}{4}$ اور $\frac{7}{4}$ کا مقلوب $\frac{4}{7}$ ہوگا۔

کسر $\frac{5}{9}$ اور $\frac{2}{5}$ کے مقلوب لکھئے۔

کوشش کیجیے:



1- کیا واجب کسر کا مقلوب بھی واجب کسر ہی ہوتا ہے؟

2- کیا غیر واجب کسر کا مقلوب، غیر واجب کسر ہوتا ہے؟

Therefore,

$$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \text{reciprocal of } \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1}.$$

$$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \text{reciprocal of } \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}.$$

$$3 \div \frac{1}{2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\text{So, } 2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \text{reciprocal of } \frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3}.$$

$$5 \div \frac{2}{4} = 5 \times \dots\dots\dots = 5 \times \dots\dots\dots$$



Raju applied this inverting procedure to mixed fractions and said that the reciprocal of $1\frac{1}{2}$ is $1\frac{2}{1}$. Is he right? Verify.

Thus dividing a whole number by a fraction is equivalent to multiplying the whole number by the reciprocal of that fraction.

Do This

- Find (i) $9 \div \frac{2}{5}$ (ii) $3 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$



For dividing a whole number by a mixed fraction, first convert the mixed fraction into an improper fraction and then solve it.

Example $4 \div 3\frac{2}{5} = 4 \div \frac{17}{5} = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17}$ Find, $11 \div 3\frac{1}{3} = 11 \div \frac{10}{3} = ?$

Do This



Find the following.

(i) $7 \div 5\frac{1}{3}$

(ii) $5 \div 2\frac{4}{7}$



صہیب نے مقلوب کے طریقے کو مرکب کسر کے لیے استعمال کیا اور کہا کہ $1\frac{1}{2}$ کا مقلوب $1\frac{2}{1}$ ہوگا۔ کیا وہ صحیح ہے؟ جانچ کیجیے۔

$$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \text{مقلوب } \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1} \text{ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ}$$

$$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \text{مقلوب } \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$$

$$3 \div \frac{1}{2} = \dots = \dots$$

$$2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \text{مقلوب } \frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3} \text{ اس طرح}$$

$$5 \div \frac{2}{4} = 5 \times \dots = 5 \times \dots$$

لہذا عدد کو کسر سے تقسیم کرنا اس عدد کو کسر کی مقلوب سے ضرب دینے کے مساوی ہوتا ہے

یہ کیجیے



(i) $9 \div \frac{2}{5}$ (ii) $3 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

معلوم کیجیے۔

اگر کسی مکمل عدد کو مرکب کسر سے تقسیم کرنا ہو تو پہلے مرکب کسر کو غیر واجب کسر میں تبدیل کر کے سوال حل کرنا چاہیے۔

$$4 \div 3\frac{2}{5} = 4 \div \frac{17}{5} = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17} \text{ مثال:}$$

$$11 \div 3\frac{1}{3} = 11 \div \frac{10}{3} = ? \text{ مختصر کیجیے}$$

یہ کیجیے

مختصر کیجیے۔



(i) $7 \div 5\frac{1}{3}$

(ii) $5 \div 2\frac{4}{7}$

2.2.2 Division of a fraction by a whole number

What does $\frac{3}{4} \div 3$ equal to?

Based on our earlier observations we have: $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

So, $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = ?$ What is $\frac{5}{7} \div 6$ and $\frac{2}{7} \div 8$?

For dividing mixed fractions by whole numbers, we convert the mixed fractions into improper fractions.

For example $2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$. Similarly, $4\frac{2}{5} \div 3 = \dots = \dots$ and $2\frac{3}{5} \div 2 = \dots = \dots$

2.2.3 Division of a fraction by another fraction

Let us find $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$.

$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times$ reciprocal of $\frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

Similarly, $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times$ reciprocal of $\frac{2}{3} = \dots = \dots$ and $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \dots = \dots$

Do This

Find (i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$



Example 8 : An empty swimming pool is to be filled up to $\frac{9}{10}$ of its capacity. A pump takes half an hour to fill $\frac{3}{10}$ of the pool, how long will it take to fill $\frac{9}{10}$ of the pool?

Solution : We need to find how many $\frac{3}{10}$'s are there in $\frac{9}{10}$.

Solve the division problem $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{9}{10} \times \frac{10}{3} = 3$.

Thus, it would take 3 half an hours i.e. $1\frac{1}{2}$ hours to fill the pool to its $\frac{9}{10}$.

2.2.2 کسر کو مکمل عدد سے تقسیم کرنا

$$\frac{3}{4} \div 3 \text{ مساوی ہوگا؟}$$

$$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = ? \text{ لہذا } \frac{5}{7} \div 6 \text{ اور } \frac{2}{7} \div 8 \text{ کیا ہوگا؟}$$

اگر ایک مرکب کسر کو مکمل عدد سے تقسیم کرنا ہو تو پہلے مرکب کسر کو غیر واجب کسر میں تبدیل کر لیں

$$\text{مثال:- } 2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$$

$$\text{معلوم کیجئے } 2\frac{3}{5} \div 2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots, 4\frac{2}{5} \div 3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

2.2.3 ایک کسر کو دوسری کسر سے تقسیم کرنا

اب ہم $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$ کا حل معلوم کریں گے

$$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \text{مقلوب } \frac{6}{5} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\text{اسی طرح } \frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times \text{مقلوب } \frac{3}{2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\text{اور } \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

یہ کیجئے



$$\text{(i) } \frac{3}{5} \div \frac{1}{2} \quad \text{(ii) } \frac{1}{2} \div \frac{3}{5} \quad \text{(iii) } 2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} \quad \text{(iv) } 5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2} \quad \text{مختصر کیجئے}$$

مثال 8:- ایک تیراکی حوض (Swimming Pool) کو $\frac{9}{10}$ حصہ پانی سے بھرنا ہے۔ اگر ایک پمپ آدھے گھنٹے میں حوض

کے $\frac{3}{10}$ حصہ کو بھرتا ہے تب بتائیے کہ $\frac{9}{10}$ حصہ بھرنے کے لئے کتنا وقت درکار ہوگا۔

حل:- ہم کو معلوم کرنا ہے کہ $\frac{9}{10}$ حصے میں کتنے $\frac{3}{10}$ حصے ہوتے ہیں

$$\frac{3}{10} \times \frac{10^1}{3} = 3 \text{ کی طرح لکھ سکتے ہیں}$$

لہذا حوض کے $\frac{9}{10}$ حصے کو بھرنے کے لئے 3 نصف گھنٹے یا $1\frac{1}{2}$ گھنٹے درکار ہوں گے۔



Exercise 4

1. Write the reciprocals for the following fractions.

(i) $\frac{5}{8}$

(ii) $\frac{8}{7}$

(iii) $\frac{13}{7}$

(iv) $\frac{3}{4}$

2. Find the following.

(i) $18 \div \frac{3}{4}$

(ii) $8 \div \frac{7}{3}$

(iii) $3 \div 2\frac{1}{3}$

(iv) $5 \div 3\frac{4}{7}$

3. Find the following.

(i) $\frac{2}{5} \div 3$

(ii) $\frac{7}{8} \div 5$

(iii) $\frac{4}{9} \div \frac{4}{5}$

4. Form 5 problems each similar to questions 1, 2 and 3 and find their solutions.

5. Deepak can paint $\frac{2}{5}$ of a house in one day. If he continues working at this rate, how many days will he take to paint the whole house?

2.3 Decimal numbers or Fractional decimals

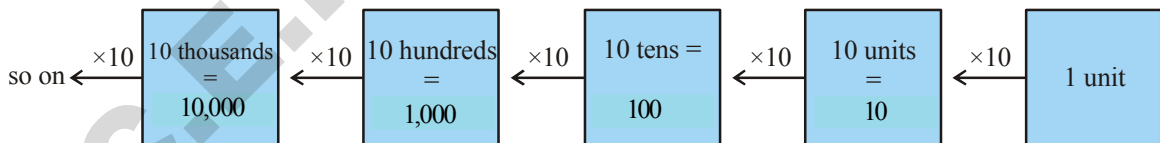
In class VI we have learnt about decimal numbers and their addition and subtraction. Let us review our understanding and then learn about multiplication and division.

Let us write 12714 in its expanded form:

$$12714 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times \dots + 1 \times \dots + 4 \times 1$$

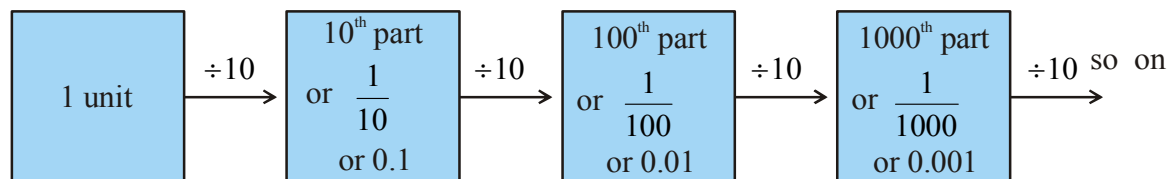
What will the expanded form of 12714.2 be?

You will find that on moving from right to left, the value increase in multiples of 10.



Now, what happens when we move from left to right? You will find that the value gets, divided by 10. Now think, if the unit is divided by 10, what will happen? Remember you have learnt that

$$1 \div 10 = \frac{1}{10} = 0.1$$



مشق - 4



1- حسب ذیل کسور کے مقلوب لکھئے۔

(i) $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{8}{7}$ (iii) $\frac{13}{7}$ (iv) $\frac{3}{4}$

2- مختصر کیجئے۔
(i) $18 \div \frac{3}{4}$ (ii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iii) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (iv) $5 \div 3\frac{4}{7}$

3- مختصر کیجئے۔
(i) $\frac{2}{5} \div 3$ (ii) $\frac{7}{8} \div 5$ (iii) $\frac{4}{9} \div \frac{4}{5}$

4- اوپر دیے گئے سوالات 1، 2 اور 3 کی طرح مزید 5 سوالات بنائیے اور حل کیجئے۔

5- دیکھ ایک دن میں ایک گھر کے $\frac{2}{5}$ حصے کو پینٹ کرتا ہے۔ اگر وہ اسی رفتار سے کام کرتا ہے تب مکمل گھر کو پینٹ کرنے کے لیے کتنے دن درکار ہوں گے۔

2.3 اعشاری اعداد یا اعشاری کسور

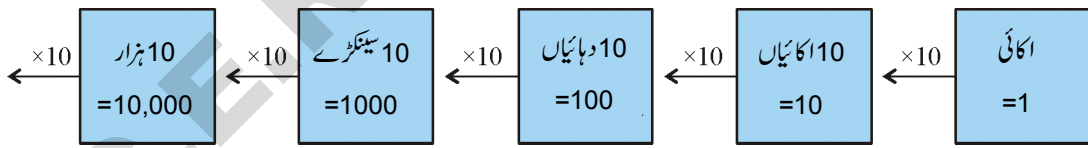
ہم نے جماعت ششم میں اعشاری اعداد کی جمع اور تفریق سیکھی ہے۔ اب ہم سیکھے ہوئے معلومات کا اعادہ کرتے ہوئے اعشاری اعداد کی ضرب اور تقسیم سیکھیں گے۔

عدد 12714 کی توسیعی شکل لکھئے۔

$$12714 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times \dots + 1 \times \dots + 4 \times 1$$

عدد 12714.2 کی توسیعی شکل کیا ہوگی؟

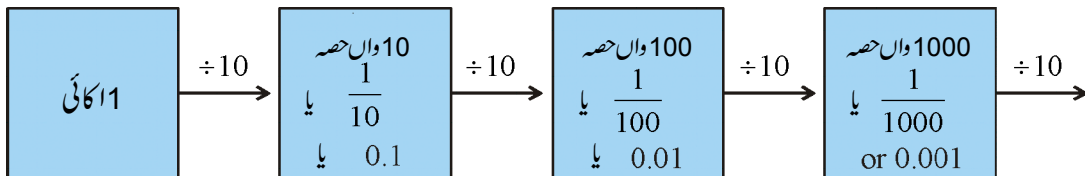
اگر ہم کسی عدد کے دائیں سے بائیں جانب آگے بڑھیں گے تب اس عدد کی قدر میں 10 گنا اضافہ ہوتا جائے گا۔



اب اگر ہم بائیں سے دائیں جانب آگے بڑھیں گے تب کیا ہوگا؟ آپ کو جو قدر حاصل ہوگی وہ 10 سے تقسیم کردہ

ہوگی۔ غور کیجئے۔ اگر اکائی کو 10 سے تقسیم کریں گے تب کیا واقع ہوگا؟

$$1 \div 10 = \frac{1}{10} = 0.1 \text{۔ وہ یاد کیجئے۔}$$



Thus, the expanded form of 12714.2 is

$$12714.2 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times \dots + 1 \times \dots + 4 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10}$$

Now find the place value of all the digits of 3.42. You might have noticed that a dot (.) or a decimal point separates whole part of the number from the fractional part. The part right side of the decimal point is called the decimal part of the number. Similarly, the part left to the decimal point is called the integral part of the number.

In the number 3.42- place value of digits.

| | | | |
|-------------|---------------------|---|--|
| | 3 is at units place | 4 is at the first place after the decimal point | 2 is at the second place after the decimal point |
| Place value | $3 \times 1 = 3$ | $4 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$ or 0.4 | $2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$ or 0.02 |



Try This

1. Look at the following table and fill up the blank spaces.

| Hundreds (100) | Tens (10) | Units (1) | Tenth $\left(\frac{1}{10}\right)$ | Hundredths $\left(\frac{1}{100}\right)$ | Thousandths $\left(\frac{1}{1000}\right)$ | Number |
|-------------------|--------------|--------------|--------------------------------------|--|--|---------|
| 5 | 4 | 7 | 8 | 2 | 9 | 547.829 |
| 0 | 7 | 2 | 1 | 7 | 7 | _____ |
| 3 | 2 | ___ | ___ | 5 | 4 | 327.154 |
| 6 | ___ | 4 | ___ | 2 | ___ | 614.326 |
| 2 | ___ | 6 | 5 | ___ | 2 | 236.512 |

2. Write the following numbers in their expanded form.

- (i) 30.807 (ii) 968.038 (iii) 8370.705

To convert money, length, weight, etc from one unit to the other we often use decimals. For

example, 5 paise = ₹ $\frac{5}{100} = ₹0.05$; 220 g = $\frac{220}{1000} = 0.220$ kg ; 5 cm = $\frac{5}{100} = 0.05$ m

Do This



Find (i) 50 paise = ₹ _____ (ii) 22 g = _____ kg (iii) 80 cm = _____ m

اس طرح 12714.2 کی توسیعی شکل حسب ذیل ہوگی۔

$$12714.2 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 7 \times \dots + 1 \times \dots + 4 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10}$$

عدد 3.42 کے تمام ہندسوں کی مقامی قدر معلوم کیجیے۔ آپ نے دیکھا ہوگا کہ اعشاری نقطہ (.)، کسی دیئے گئے اعشاری عدد میں مکمل حصہ کو اعشاری حصہ سے الگ کرتا ہے۔ اعشاری نقطہ کے دائیں جانب کا حصہ عدد 1 کے اعشاری حصہ کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔ اعشاری عدد کے بائیں جانب کا حصہ صحیح عدد کہلاتا ہے۔

اعشاری عدد 3.42 میں

| | | | |
|------------|--|---|-----------------------|
| | اعشاری نقطہ کے بعد دوسرا عدد 2 ہے۔ | اعشاری نقطہ کے بعد پہلا عدد 4 ہے | 3 اکائی کے مقام پر ہے |
| | $2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$ یا 0.02 | $4 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$ یا 0.4 | $3 \times 1 = 3$ |
| مقامی قیمت | | | |

کوشش کیجیے۔



1۔ ذیل کے جدول کو دیکھئے اور خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

| عدد | 1000 واں حصہ $\left(\frac{1}{1000}\right)$ | 100 واں حصہ $\left(\frac{1}{100}\right)$ | دسواں حصہ $\left(\frac{1}{10}\right)$ | اکائی (1) | دہائی (10) | سیکڑے (100) |
|---------|---|---|--|--------------|---------------|----------------|
| 547.829 | 9 | 2 | 8 | 7 | 4 | 5 |
| | 7 | 7 | 1 | 2 | 7 | 0 |
| 327.154 | 4 | 5 | | | 2 | 3 |
| 614.326 | | 2 | | 4 | | 6 |
| 236.512 | 2 | | 5 | 6 | | 2 |

2۔ ذیل کے اعداد کی توسیعی شکل لکھئے۔

(i) 30.807 (ii) 968.038 (iii) 8370.705

اکثر ہم طول، وزن، روپیوں وغیرہ کی اکائی ایک پیمائش سے دوسری پیمائش میں تبدیل کرنے کے لیے اکثر اعشاریہ استعمال کرتے ہیں مثال کے طور پر۔

$$5 \text{ پیسے} = \frac{5}{100} = ₹ 0.05, \quad 220 \text{ گرام} = \frac{220}{1000} = \text{کلوگرام} = 0.220, \quad 5 \text{ سمر} = \frac{5}{100} = \text{میٹر} = 0.05 \text{ میٹر}$$

یہ کیجیے



معلوم کیجیے۔ (i) 50 پیسے = _____ روپیے (ii) 22 گرام = _____ کلوگرام (iii) 80 سمر = _____

2.3.1 Comparison of decimal numbers

Let us see who has more money?

Abhishek and Neha have ₹ 375.50 and ₹375.75 respectively in their kiddy bank. Can you find who has more money? We first compare the digits on the left of the decimal point. Since both the children have ₹ 375 we compare the digits to the right of the decimal point starting from the tenth place. We find that Abhishek has 7 tenths and Neha has 5 tenths, 7 tenths > 5 tenths, therefore, Abhishek has more money than Neha, i.e., $375.75 > 375.50$.

Now compare quickly, which of the following pair of numbers is greater ?

- (i) 37.65 and 37.60 (ii) 1.775 with 19.780 (iii) 364.10 and 363.10

Make 15 more pairs and compare greater and smaller.

2.3.2 Let us see how to add or subtract decimals.

| | | | |
|-----|--|------|---|
| (i) | $221.85 + 37.10$ | (ii) | $39.70 - 6.85$ |
| | $\begin{array}{r} 221.85 \\ +37.10 \\ \hline 258.95 \end{array}$ | | $\begin{array}{r} 39.70 \\ - 06.85 \\ \hline 32.85 \end{array}$ |

While adding or subtracting decimal numbers, the digits in the same places must be added or subtracted, i.e., while writing numbers one below the other, see that decimal points must come one below the other. Decimal places may be made equal by placing zeroes on the right side of the decimal number.

Do This



Find (i) $0.25 + 5.30$ (ii) $29.75 - 25.97$.

Example 9 : The equal sides of an isosceles triangle are 3.5 cm each and the other side is 2.5 cm. What is the perimeter of the triangle?

Solution : The sides of isosceles triangle are 3.5 cm, 3.5 cm and 2.5 cm. Therefore, the perimeter of the given triangle is = sum of lengths of three sides = $3.5 \text{ cm} + 3.5 \text{ cm} + 2.5 \text{ cm} = 9.5 \text{ cm}$



Exercise - 5

1. Which one is greater?

- (i) 0.7 or 0.07 (ii) 7 or 8.5
(iii) 1.47 or 1.51 (iv) 6 or 0.66

2. Express the following as rupees using decimals.

- (i) 9 paise (ii) 77 rupees 7 paise (iii) 235 paise

3. (i) Express 10 cm in metre and kilometre.

- (ii) Express 45 mm in centimeter, meter and kilometer.

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ gm}$$

2.3.1 اعشاری اعداد کا تقابل

کس کی رقم زیادہ ہے؟

بچوں کے بینک میں صہیب اور عائشہ کے پاس ترتیب وار 375.50 روپے اور 375.75 روپے ہیں۔ بتائیے کہ کس کے پاس زیادہ رقم ہے، یہ جاننے کے لیے سب سے پہلے ہم اعشاریہ کی بائیں جانب پائے جانے والے اعداد کا تقابل کریں گے۔ اب یہ معلوم ہوا کہ دونوں بچوں کے پاس 375 ہیں اس کے بعد ہم اعشاریہ کے دائیں جانب دسویں حصے سے آگے کی جانب کا تقابل کریں گے۔

اس طرح 5 دسواں حصہ > 7 دسواں حصہ

لہذا عائشہ کے پاس صہیب سے زیادہ رقم ہے۔

ذیل میں دیئے گئے جوڑے میں کونسا عدد بڑا ہے۔ تیزی سے تقابل کیجیے۔

(i) 37.60 اور 37.65 (ii) 19.780 اور 1.775 (iii) 363.10 اور 364.10

مزید 15 جوڑیاں بنائیے اور چھوٹے اور بڑے کا تقابل کیجیے۔

2.3.2 چلئے دیکھیں گے کہ اعشاری جمع اور تفریق کس طرح کی جاتی ہے۔

(i) $221.85 + 37.10$ (ii) $39.70 - 6.85$

221.85

39.70

+37.10

- 06.85

258.95

32.85

جب ہم اعشاری اعداد کی جمع اور تفریق کرتے ہیں تب ضروری ہے کہ اعداد کی ترتیب اس طرح کریں کہ پہلے اعشاری عدد کے نیچے دوسرا اعشاری عدد ہو اور خاص کر اعشاریہ کے نیچے اعشاریہ ہونا چاہیے۔

یہ کیجیے



(i) $0.25 + 5.30$

(ii) $29.75 - 25.97$

معلوم کیجیے۔

مثال 9:- ایک مساوی الساقین مثلث کے ہر ضلع کی پیمائش 3.5 سمر ہے اور تیسرا ضلع 2.5 سمر ہے تب مثلث کا احاطہ معلوم کیجیے؟

حل: مساوی الساقین مثلث کے ضلعے 3.5 سمر اور 2.5 سمر ہیں۔

لہذا دیئے گئے مثلث کا احاطہ = مثلث کے تینوں اضلاع کا مجموعہ ہوگا۔

$$3.5 + 3.5 + 2.5 = 9.5 \text{ سمر}$$

مشق - 5



1- کونسا عدد بڑا ہے۔ (i) 0.7 یا 0.07 (ii) 8.5 یا 7 (iii) 1.51 یا 1.47 (iv) 0.66 یا 6

2- درج ذیل روپیوں کو اعشاریہ لگا کر لکھیے (i) 9 پیسے (ii) 77 روپے 7 پیسے (iii) 235 پیسے

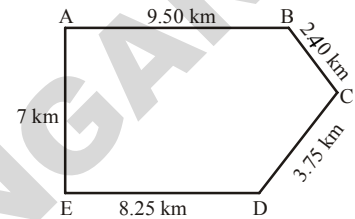
3- (i) 10 سمر کو میٹر اور کلومیٹر میں ظاہر کیجیے۔

(ii) 45 ملی میٹر کو سمر، میٹر اور کلومیٹر میں ظاہر کیجیے۔

1 سمر = 10 ملی میٹر

4. Express the following in kilograms.
- (i) 190 g (ii) 247 g (iii) 44 kg 80 gm
5. Write the following decimal numbers in expanded form.
- (i) 55.5 (ii) 5.55 (iii) 303.03
- (iv) 30.303 (v) 1234.56
6. Write the place value of **3** in the following decimal numbers.
- (i) 3.46 (ii) 32.46 (iii) 7.43
- (iv) 90.30 (v) 794.037

7. Aruna and Radha start their journey from two different places. A and E. Aruna chose the path from A to B then to C, while Radha chose the path from E to D then to C. Find who travelled more and by how much?



8. Upendra went to the market to buy vegetables. He brought 2 kg 250 gm tomatoes, 2 kg 500 gm potatoes, 750 gm lady fingers and 125 gm green chillies. How much weight did Upendra carry back to his house?

2.4 Multiplication of decimal numbers

Rajendra of class 7 went with his mother to the bazar to buy vegetables. There they purchased 2.5 kg potatoes at the rate of ₹ 8.50 per kg. How much money do they need to pay?

We come across various situations in day-to-day life where we need to know how to multiply two decimals. Let us now learn the multiplication of two decimal numbers.

Let us first multiply- 0.1×0.1

0.1 means one part of 10 parts. This is represented as $\frac{1}{10}$ using fractions and pictorially in Fig. 1.

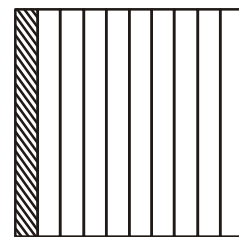


Figure 1

Thus, $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ which means $\frac{1}{10}$ of $\frac{1}{10}$. So here we are finding the 10th part of $\frac{1}{10}$. Thus, we divide $\frac{1}{10}$ into 10 equal parts and

take one part. This is represented by one square in Figure 2. How many squares are there in Figure 2? There are 100 squares. So one square represents one out of 100 i.e. $\frac{1}{100}$. So we can conclude that

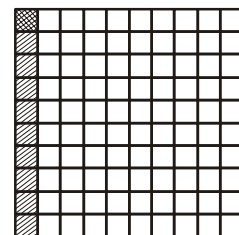


Figure 1

$$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01.$$

4- حسب ذیل کو کلوگرام میں ظاہر کیجیے۔

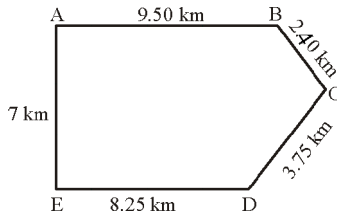
(i) 190 گرام (ii) 247 گرام (iii) 44 کلوگرام 80 گرام

5- ذیل کے اعشاری اعداد کی توسیعی شکل لکھئے۔

(i) 55.5 (ii) 5.55 (iii) 303.03 (iv) 30.303 (v) 1234.56

6- ذیل کے اعشاری اعداد میں 3 کی مقامی قدر معلوم کیجیے۔

(i) 3.46 (ii) 32.46 (iii) 7.43 (iv) 90.30 (v) 794.037



7- عفان اور جویریہ دو مختلف مقامات A اور E سے سفر شروع کرتے ہیں۔ عفان

اپنے سفر کے راستے کا انتخاب A سے B اور B سے C کی جانب کرتا ہے

جبکہ جویریہ E سے D اور D سے C کی جانب راستے کا انتخاب کرتی

ہے۔ بتائیے کہ کس نے زیادہ دور تک سفر طے کیا اور کتنا زیادہ کیا؟

8- عرفان ترکاری خریدنے کے لیے بازار گیا۔ اُس نے 2 کلوگرام 250 گرام ٹماٹر، 2 کلوگرام 500 گرام آلو، 750

گرام بھنڈی اور 125 گرام ہری مرچ خریدی۔ عرفان اپنے گھر کتنے کلوگرام ترکاری لے آیا۔

2.4 اعشاری اعداد کا ضرب

جماعت ہفتم کا طالب علم عمران، اپنی والدہ کے ساتھ بازار گیا۔ اُنھوں نے 8.50 روپے فی کلوگرام کے حساب سے 2.5

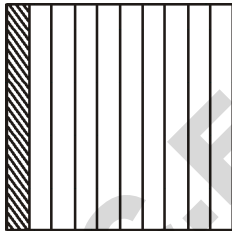
کلوگرام آلو خریدے تو بتاؤ کہ اُنھوں نے کتنی رقم ادا کی؟

ہماری روزمرہ زندگی میں کئی ایسے مسائل درپیش ہوتے ہیں جہاں پر ہمیں جاننا ضروری ہوتا ہے کہ دو اعشاری اعداد کو کس

طرح ضرب دیا جائے۔ چلئے اب ہم دو اعشاری اعداد کی ضرب سیکھیں گے۔

فرض کرو کہ 0.1×0.1 ضرب کرنے پر

0.1 کے معنی 1 شے کے 10 حصے مراد ہے۔ اس کو $\frac{1}{10}$ کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔



شکل 1

مزید صراحت کے لیے تصویر 1 دیکھئے۔

اس لیے $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ ضرب کرنے پر

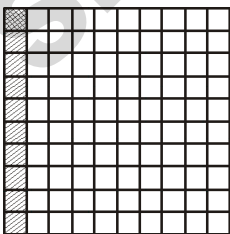
0.1 کے معنی 1 شے کا 10 واں حصہ مراد ہے۔ لہذا ہم $\frac{1}{10}$ کو 10 مساوی حصوں میں تقسیم

کرتے ہوئے ایک حصہ لیں گے۔ تصویر 2 کے مطابق یہ ایک چھوٹے مربع کو ظاہر کرتی

ہے۔ تصویر 2 میں مربعوں کی کل تعداد کتنی ہے؟ 100 مربعے ہیں۔ اس طرح ایک مربع 100 یا

0.01 کے ایک حصہ کو ظاہر کرتا ہے۔ اس طرح ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ

$$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

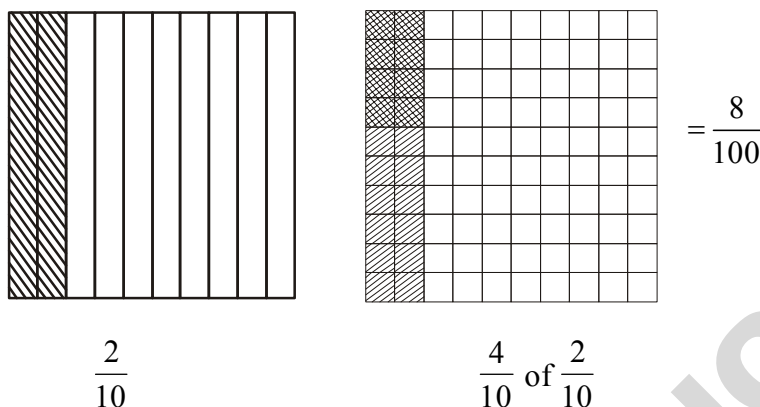


شکل 1

Let us now find 0.4×0.2

$$0.4 \times 0.2 = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10} \text{ or } \frac{4}{10} \text{ of } \frac{2}{10}$$

Pictorially



Since there are 8 double shaded squares out of 100, they represent 0.08. While finding 0.1×0.1 and 0.4×0.2 , you might have noticed that we first multiplied them as Whole numbers ignoring the decimal point. In 0.1×0.1 , we found 01×01 or 1×1 . Similarly in 0.4×0.2 we found 04×02 or 4×2 . The products obtained are 1 and 8 respectively.

We then counted the total number of digits to the right of the decimal point in the numbers being multiplied. In both 0.1×0.1 and 0.4×0.2 , the total number of digits to the right of the decimal point in the numbers being multiplied is 2 each. Thus, in each of their products we put the decimal point by counting two places from right to left.

Thus, $0.1 \times 0.1 = .01$ or 0.01

$$0.4 \times 0.2 = .08 \text{ or } 0.08$$

For any decimal number which has no integral number part, we generally place a zero on the left side of decimal point to give prominence to decimal point.

If we had multiplied 0.5×0.05 then we would have put the decimal point in the product by counting three places from right to left i.e. $0.5 \times 0.05 = 0.025$.

Let us now find 1.2×2.5

Multiply 12 and 25. We get 300. In both 1.2 and 2.5, there is 1 digit to the right of the decimal point. So, count $1 + 1 = 2$ digits. From the rightmost digit (i.e., 0) in 300, move two places towards left. We get 3.00 or 3. Thus, $1.2 \times 2.5 = 3$

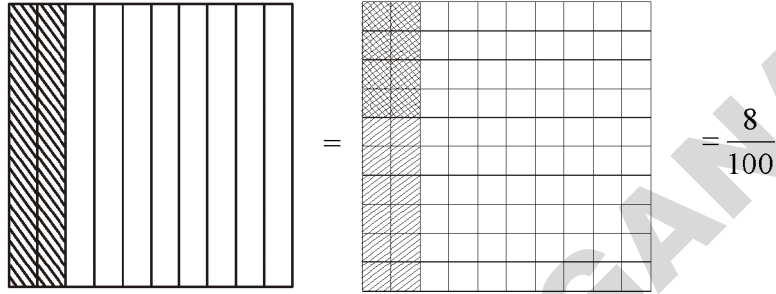
While multiplying 2.5 and 1.25 you will first multiply 25 and 125. For placing the decimal in the product obtained, we will count $1 + 2 = 3$ (Why?). Thus, $2.5 \times 1.25 = 3.125$.

اب 0.4×0.2 کا حاصل ضرب معلوم کیجیے؟

$$0.4 \times 0.2 = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10} \text{ یا } \frac{4}{10} \text{ کا } \frac{2}{10}$$

$$\frac{2}{10}$$

تصویری اظہار:-



100 مربعوں میں یہاں پر 8 دوہری جالی والے مربع 0.08 کو ظاہر کر رہے ہیں۔ ہم نے 0.1×0.1 اور 0.4×0.2 کے حاصل ضرب کا مشاہدہ کیا ہے۔ اعشاریہ کے نشان کو نظر انداز کرتے ہوئے ہم انہیں سب سے پہلے مکمل اعداد کے طور پر ضرب دیتے ہیں۔ 0.1×0.1 میں ہم 01×01 یا 1×1 لیتے ہیں اس طرح 0.4×0.2 میں ہم 04×02 یا 4×2 لیتے ہیں۔ ان کے حاصل ضرب بالترتیب 1 اور 8 حاصل ہوتے ہیں۔

اب ہم اعشاریہ کے مقام کے دائیں جانب پائے جانے والے تمام ہندسوں کی گنتی کرتے ہیں۔ جنہیں ہم نے ضرب دیا تھا۔ دونوں صورتوں 0.1×0.1 اور 0.4×0.2 میں اعشاریہ کے نشان کے دائیں جانب دو اعداد سے ضرب دیا گیا ہے۔ لہذا ہر حاصل ضرب کے دائیں سے بائیں جانب دو مقامات کی گنتی کرتے ہوئے ہم اعشاریہ کا نشان لگاتے ہیں۔

اگر کسی بھی اعشاری نقطہ کے بائیں جانب صحیح عدد نہ ہو تو اُس مقام پر صفر "0" رکھتے ہیں۔ تاکہ صحیح عدد اور اعشاری عدد میں فرق واضح ہو۔

$$\text{لہذا } 0.1 \times 0.1 = .01 \text{ یا } 0.01$$

$$0.4 \times 0.2 = .08 \text{ یا } 0.08$$

اگر ہم 0.5×0.05 کو ضرب دیں تب ان کے حاصل ضرب میں

اعشاریہ کو، اعشاری مقامات کی گنتی کے بعد حاصل ضرب میں لگایا جاتا ہے۔

$$0.5 \times 0.05 = 0.025 \text{ جیسا کہ مثال میں بتلایا گیا ہے۔}$$

آئیے اب ہم 1.2×2.5 کو مختصر کریں گے۔

پہلے 12 اور 25 کو ضرب دیں گے۔ تب ہمیں 300 حاصل ہوگا۔ 1.2 اور 2.5 دونوں اعداد میں اعشاری مقام ایک ہندسہ بعد ہے۔ لہذا ہم حاصل ضرب میں دائیں جانب سے دو مقامات کے بعد اعشاری نشان لگائیں گے۔ تب ہمیں 3.00 یا 3 حاصل ہوگا۔

لہذا 1.2×2.5 اگر ہم 2.5 اور 1.25 کو ضرب دیں گے تب سب سے پہلے ہم 25 اور 125 کا حاصل ضرب معلوم کریں گے۔ اس طرح حاصل ہونے والے حاصل ضرب میں اعشاری مقامات کی مناسبت سے اعشاریہ لگائیں گے۔

$$2.5 \times 1.25 = 3.225 \text{ اعشاری مقامات } 1 + 2 = 3 \text{ ہیں۔ کیوں؟ اس لیے کے}$$

Do These



- Find (i) 1.7×3 (ii) 2.0×1.5 (iii) 2.3×4.35
- Arrange the products obtained in (1) in descending order.

Example 10 : The length of a rectangle is 7.1 cm and its breadth is 2.5 cm. What is the area of the rectangle?

Solution : Length of the rectangle = 7.1 cm
Breadth of the rectangle = 2.5 cm
Therefore, area of the rectangle = $7.1 \times 2.5 = 17.75 \text{ cm}^2$

2.4.1 Multiplication of decimal number by 10, 100, 1000 etc.,

Reshma observed that $3.2 = \frac{32}{10}$ whereas $2.35 = \frac{235}{100}$. Thus, she found that depending on the position of the decimal point, the decimal number can be converted to a fraction with denominator 10 or 100 etc., She wondered what would happen if a decimal number is multiplied by 10, 100 or 1000 etc.,

Let us see if we can find a pattern in multiplying numbers by 10 or 100 or 1000.

Have a look at the table given below and fill in the blanks :

| | | |
|---|--------------------------------------|--|
| $1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$ | $2.35 \times 10 = \dots\dots\dots$ | $12.356 \times 10 = \dots\dots\dots$ |
| $1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176 \text{ or } 176.0$ | $2.35 \times 100 = \dots\dots\dots$ | $12.356 \times 100 = \dots\dots\dots$ |
| $1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760 \text{ or } 1760.0$ | $2.35 \times 1000 = \dots\dots\dots$ | $12.356 \times 1000 = \dots\dots\dots$ |
| $0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 = \dots\dots\dots$; $0.5 \times 1000 = \dots\dots\dots$ | | |

Look at your answers. Could you find any pattern? The decimal point in the products shifts to the right by as many zeroes as in 10, 100, 1000..... etc.



1- معلوم کیجیے۔

(i) 1.7×3 (ii) 2.0×1.5 (iii) 2.3×4.35

2- سوال (1) سے حاصل ہونے والے حاصل ضرب کو نزولی ترتیب میں لکھئے۔

مثال 10:- ایک مستطیل کا طول 7.1 سمر اور عرض 2.5 سمر ہے۔ مستطیل کا رقبہ کیا ہوگا۔

حل:- مستطیل کا طول = 7.1 سمر

مستطیل کا عرض = 2.5 سمر

مستطیل کا رقبہ = $7.1 \times 2.5 = 17.75$ مربع سمر

2.4.1 اعشاری اعداد کو اعداد 10, 100, 1000 سے ضرب دینا:-

جویریہ نے مشاہدہ کیا کہ $\frac{32}{10} = 3.2$ اور $\frac{235}{100} = 2.35$ ہوتا ہے۔ اس طرح اس نے یہہ جانا کہ کسی بھی اعشاری عدد کا

انحصار اس کے اعشاری مقام پر ہوتا ہے جب کہ اُس کو عام کسر میں تبدیل کرنا ہو۔

جیسے نسب نما کے مقام پر 10 ' 100 وغیرہ رکھ کر عام کسر میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

وہ تعجب کرنے لگی کہ اگر کسی اعشاری عدد کو 10 ' 100 اور 1000 سے ضرب دینے پر کیا ہوتا ہے۔

ہم دیکھیں گے کہ اگر اعشاری اعداد کو 10 ' 100 اور 1000 سے ضرب دیا جائے تب کیا حاصل ہوتا ہے۔

| | | |
|---|--------------------------------------|--|
| $1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$ | $2.35 \times 10 = \dots\dots\dots$ | $12.356 \times 10 = \dots\dots\dots$ |
| $1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176$ یا 176.0 | $2.35 \times 100 = \dots\dots\dots$ | $12.356 \times 100 = \dots\dots\dots$ |
| $1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760$ or 1760.0 | $2.35 \times 1000 = \dots\dots\dots$ | $12.356 \times 1000 = \dots\dots\dots$ |
| $0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 = \dots\dots\dots$; $0.5 \times 1000 = \dots\dots\dots$ | | |

آپ اپنے جواب کو دیکھیے۔ کیا آپ نے کوئی ترتیب غور کیا؟ اگر 1000 ' 100 ' 10 سے کسی اعشاری عدد کو ضرب دیا جائے تب حاصل ضرب میں اعشاریہ دائیں جانب ہٹ جاتا ہے۔

2.4.2 Division of decimal numbers

Gopal was preparing a design to decorate his classroom. He needed a few coloured strips of paper of length 1.6 cm each. He had a strip of coloured paper of length 9.6 cm. How many pieces

of the required length will he get out of this strip? He thought it would be $\frac{9.6}{1.6}$ cm. Is he correct?

Both 9.6 and 1.6 are decimal numbers. So we need to know the division of decimal numbers too!

2.4.2 (a) Division by numbers like 10, 100, 1000

Let us now divide a decimal number by 10, 100 and 1000.

Consider $31.5 \div 10$.

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

$$\text{Similarly, } 31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$$

Is there a pattern while dividing numbers by 10, 100 or 1000? This may help us in dividing numbers by 10, 100 or 1000 in a shorter way.

Observe the pattern in the table given below and complete it.

| | | | |
|---------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| $29.5 \div 10 = 2.95$ | $132.7 \div 10 = \dots\dots\dots$ | $1.5 \div 10 = \dots\dots\dots$ | $17.36 \div 10 = \dots\dots\dots$ |
| $29.5 \div 100 = 0.295$ | $132.7 \div 100 = \dots\dots\dots$ | $1.5 \div 100 = \dots\dots\dots$ | $17.36 \div 100 = \dots\dots\dots$ |
| $29.5 \div 1000 = 0.0295$ | $132.7 \div 1000 = \dots\dots\dots$ | $1.5 \div 1000 = \dots\dots\dots$ | $17.36 \div 1000 = \dots\dots\dots$ |

2.4.2 (b) Division of a decimal number by a whole number

Let us find $\frac{6.4}{2}$. Remember we also write it as $6.4 \div 2$.

$$\text{So, } 6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2} \text{ (division of fraction using reciprocal)}$$

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2} = \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

$$\text{Similarly, } 12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4} = \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$$

2.4.2 اعشاری اعداد کی تقسیم

عفان نے اپنی کمرہ جماعت کو سجانے کیلئے ایک خاکہ (ڈیزائن) تیار کیا تھا۔ اُس کو چند مختلف رنگوں کی کاغذی پٹیاں جن کی لمبائی 1.6 سمر ہو، ضرورت تھی۔ اُس کے پاس 9.6 سمر والی کاغذ کی رنگیں پٹی تھی۔ مطلوبہ لمبائی کی پٹیاں حاصل کرنے کیلئے اُس رنگین پٹی کے کتنے ٹکڑے کئے جائیں؟ وہ سوچا کہ $\frac{9.6}{1.6}$ سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوگا؟

9.6 سمر اور 1.6 دونوں اعشاری اعداد ہیں۔ اسی لئے ہمیں یہ جاننا ضروری ہے کہ اعشاری اعداد کی تقسیم کس طرح کی جاتی ہے

(a) 2.4.2 اعداد 10, 100, 1000 کے ذریعہ اعشاری اعداد کی تقسیم:

اعداد 10, 100 اور 1000 سے کسی دیئے گئے اعشاری عدد کو ضرب دیجیے۔

اگر $31.5 \div 10$

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

$$31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$$

اعداد 10, 100, 1000 سے تقسیم کرنے کے لئے کیا کوئی ترتیب موجود ہے؟ جو کہ اعداد 10, 100, 1000 سے بہ آسانی اور مختصر طریقے کو تقسیم کرنے کے لئے معاون ہوگا۔

ذیل میں دیئے گئے سوالات کا مشاہدہ کیجیے۔ اور مکمل کیجیے۔

| | | | |
|---------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| $29.5 \div 10 = 2.95$ | $132.7 \div 10 = \dots\dots\dots$ | $1.5 \div 10 = \dots\dots\dots$ | $17.36 \div 10 = \dots\dots\dots$ |
| $29.5 \div 100 = 0.295$ | $132.7 \div 100 = \dots\dots\dots$ | $1.5 \div 100 = \dots\dots\dots$ | $17.36 \div 100 = \dots\dots\dots$ |
| $29.5 \div 1000 = 0.0295$ | $132.7 \div 1000 = \dots\dots\dots$ | $1.5 \div 1000 = \dots\dots\dots$ | $17.36 \div 1000 = \dots\dots\dots$ |

(b) 2.4.2 مکمل عدد سے اعشاری عدد کی تقسیم:

$\frac{6.4}{2}$ حل کیجیے؟ یاد رکھئے ہم اس کو $6.4 \div 2$ کی طرح بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2} = \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

$$12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4} = \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$$

Do This

1. Find (i) $35.7 \div 3$ (ii) $25.5 \div 3$



Example 11 : Find the average of 4.2, 3.8 and 7.6.

Solution : The average of 4.2, 3.8 and 7.6 = $\frac{4.2+3.8+7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2$

2.4.2 (c) Division of a decimal number by another decimal number

Let us find how we divide a decimal number by another decimal number,

For example $35.5 \div 0.5 = \frac{355}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{355}{10} \times \frac{10}{5} = 71$

Thus $35.5 \div 0.5 = 71$.

Example 12 : A bus covers a distance of 92.5 km in 2.5 hours. If the bus is travelling at the same speed through out the journey what is the distance covered by it in 1 hour?

Solution : Distance travelled by the bus = 92.5 km.

Time required to travel this distance = 2.5 hours.

So distance travelled by it in 1 hour = $\frac{92.5}{2.5} = \frac{925}{25} = 37$ km.



Exercise - 6

1. Solve the following.

(i) 0.3×6

(ii) 7×2.7

(iii) 2.71×5

(iv) 19.7×4

(v) 0.05×7

(vi) 210.01×5

(vii) 2×0.86

2. Find the area of a rectangle whose length is 6.2 cm and breadth is 4 cm.



1. معلوم کیجیے (i) $35.7 \div 3$ (ii) $25.5 \div 3$

مثال 11:- اعداد 3.8, 4.2 اور 7.6 کا اوسط معلوم کیجیے۔

$$\text{حل: اعداد } 3.8, 4.2 \text{ اور } 7.6 \text{ کا اوسط} = \frac{4.2+3.8+7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2$$

(c) 2.4.2 ایک اعشاری عدد سے دوسرے اعشاری عدد کی تقسیم

ہم یہ معلوم کریں گے کہ کس طرح ایک اعشاری عدد کو دوسرے اعشاری عدد سے تقسیم کیا جاسکتا ہے مثال کے طور

$$\text{پر } 35.5 \div 0.5$$

$$\text{لہذا } \frac{355}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{355}{10} \times \frac{10}{5} = 71$$

مثال 12:- ایک ٹرک 92.5 کلومیٹر فاصلہ، 2.5 گھنٹوں میں طے کرتا ہے اگر ٹرک اسی رفتار سے چلتا رہے گا تب وہ ایک گھنٹہ

میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

$$\text{حل: } 92.5 \text{ کلومیٹر} = \text{ٹرک کا طے کردہ فاصلہ}$$

$$2.5 \text{ گھنٹے} = \text{وقت}$$

$$\text{کلومیٹر } 37 = \frac{92.5}{2.5} = \frac{925}{25} = 37 \text{ گھنٹے میں طے کردہ فاصلہ}$$

مشق - 6



1- ذیل کے سوالات حل کیجیے۔

- | | | |
|-----------------------|---------------------|------------------------|
| (i) 0.3×6 | (ii) 7×2.7 | (iii) 2.71×5 |
| (iv) 19.7×4 | (v) 0.05×7 | (vi) 210.01×5 |
| (vii) 2×0.86 | | |

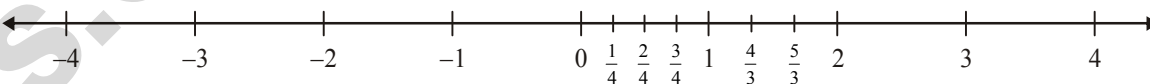
2- ایک مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا طول 6.2 سم اور عرض 4 سم ہے؟

3. Solve the following.
- | | | |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|
| (i) 21.3×10 | (ii) 36.8×10 | (iii) 53.7×10 |
| (iv) 168.07×10 | (v) 131.1×100 | (vi) 156.1×100 |
| (vii) 3.62×100 | (viii) 43.07×100 | (ix) 0.5×10 |
| (x) 0.08×10 | (xi) 0.9×100 | (xii) 0.03×1000 |
4. A motor bike covers a distance of 62.5 km. consuming one litre of petrol. How much distance does it cover for 10 litres of petrol?
5. Solve the following.
- | | | |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------|
| (i) 1.5×0.3 | (ii) 0.1×47.5 | (iii) 0.2×210.8 |
| (iv) 4.3×3.4 | (v) 0.5×0.05 | (vi) 11.2×0.10 |
| (vii) 1.07×0.02 | (viii) 10.05×1.05 | (ix) 101.01×0.01 |
| (x) 70.01×1.1 | | |
6. Solve the following.
- | | | |
|------------------------|--------------------|-----------------------|
| (i) $2.3 \div 100$ | (ii) $0.45 \div 5$ | (iii) $44.3 \div 10$ |
| (iv) $127.1 \div 1000$ | (v) $7 \div 3.5$ | (vi) $88.5 \div 0.15$ |
| (vii) $0.4 \div 20$ | | |
7. A side of a regular polygon is 3.5 cm in length. The perimeter of the polygon is 17.5 cm. How many sides does the polygon have?
8. A rain fall of 0.896 cm. was recorded in 7 hours, what was the average amount of rain per hour?

2.5 Introduction to Rational numbers

2.5.1 Positive fractional numbers:

We have learnt about integers and fractions. Let us see how the number line looks when both are marked on it.



We have $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ between 0 and 1 on the number line. All these are numbers that are less than one. We call them as proper fractions and say that all proper fractions lie between 0 and 1. Similarly, we know $\frac{4}{3}$ and $\frac{5}{3}$ would lie between 1 and 2. We can recall them as improper fractions. All these are called positive fractional numbers.

3- حسب ذیل سوالات حل کیجیے۔

- (i) 21.3×10 (ii) 36.8×10 (iii) 53.7×10
 (iv) 168.07×10 (v) 131.1×100 (vi) 156.1×100
 (vii) 3.62×100 (viii) 43.07×100 (ix) 0.5×10
 (x) 0.08×10 (xi) 0.9×100 (xii) 0.03×1000

4- ایک موٹر سائیکل فی لیٹر پٹرول 62.5 کلومیٹر فاصلہ طے کرتی ہے۔ 10 لیٹر پٹرول میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

5- حسب ذیل سوالات حل کیجیے۔

- (i) 1.5×0.3 (ii) 0.1×47.5 (iii) 0.2×210.8
 (iv) 4.3×3.4 (v) 0.5×0.05 (vi) 11.2×0.10
 (vii) 1.07×0.02 (viii) 10.05×1.05 (ix) 101.01×0.01
 (x) 70.01×1.1

6- حسب ذیل کو حل کیجیے۔

- (i) $2.3 \div 100$ (ii) $0.45 \div 5$ (iii) $44.3 \div 10$
 (iv) $127.1 \div 1000$ (v) $7 \div 3.5$ (vi) $88.5 \div 0.15$
 (vii) $0.4 \div 20$

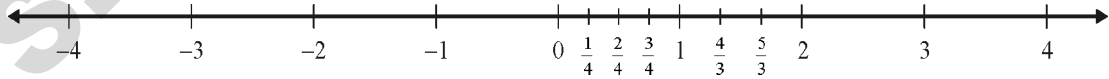
7- ایک منتظم کثیر ضلعی کے ضلع کا طول 3.5 سمر ہے۔ اگر کثیر ضلعی کا احاطہ 17.5 سمر ہو تب کثیر ضلعی کے کتنے ضلعے ہوں گے معلوم کیجیے؟

8- 7 گھنٹوں میں بارش 0.896 سمر درج کی گئی ہے تو بتاؤ کہ اوسط بارش فی گھنٹہ کیا ہوگی؟

2.5 ناطق اعداد کا تعارف

2.5.1 مثبت ناطق اعداد:

ہم نے اب تک صحیح اعداد اور کسور کے متعلق معلومات حاصل کی ہیں۔ اب ہم دیکھیں گے کہ کسی عددی خط کے دونوں جانب نشان لگانے پر کیا ہوگا؟



عددی خط پر '0' اور '1' کے درمیان $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ واقع ہیں یہ تمام اعداد 1 سے کم ہیں۔ ہم انہیں واجب کسر کہتے ہیں اور تمام واجب کسور 0 اور 1 کے درمیان واقع ہیں۔ اسی طرح $\frac{4}{3}$ اور $\frac{5}{3}$ جو 1 اور 2 کے درمیان واقع ہوتے ہیں ہم انہیں غیر واجب کسور کہتے ہیں۔ ان تمام کسور کو مثبت ناطق اعداد کہتے ہیں۔

Do These

1. Write any 5 more fractions between (i) 0 and 1 and (ii) 1 and 2.
2. Where does $4\frac{3}{5}$ lie on the number line?



On the left side of 0 we have integers $-1, -2, -3, \dots$

Do the numbers increase or decrease as we move further left on the number line?

You know that number decreases as we move further left. The farther the number is from 0 on the left the smaller it is.

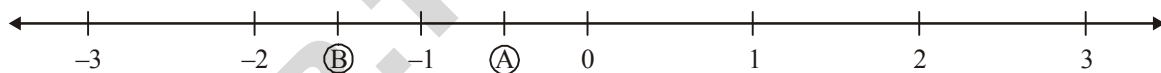
Do These

1. Find the greatest and the smallest numbers among the following groups.
(i) $2, -2, -3, 4, 0, -5$ (ii) $-3, -7, -8, 0, -5, -2$
2. Write the following numbers in ascending order.
(i) $-5, -75, 3 - 2, 4, \frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 0, -1, -2, 5$



2.5.2 Negative fractional numbers

Consider the point 'A' shown on the line.



It lies on the number line between 0 and -1 . Is it more than 0 or less than 0?

Is it $\frac{1}{2}$? We cannot say it is $\frac{1}{2}$ as it is less than zero.

We write A as $-\frac{1}{2}$ since it is $\frac{1}{2}$ less than zero.

Similarly, B the mid point of -1 and -2 is $-\frac{3}{2}$

Neha found an easy way to represent $-\frac{9}{4}$. She first wrote it in a mixed fraction $-\frac{9}{4} = -2\frac{1}{4}$ and then represented it between -2 and -3 .

You can see that negative fractional numbers like $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}$ give us points in between any two negative integers or between zero and a negative integer.

یہ کیجیے



1- پانچ کسور لکھئے جو (i) '0' اور '1' (ii) '1' اور '2' کے درمیان ہوں؟

2- عددی خط پر $4\frac{3}{5}$ کن دو اعداد کے درمیان واقع ہوتی ہے؟ بتلائیے

'0' کے بائیں جانب صحیح اعداد -3, -2, -1 ہوتے ہیں۔

اگر ہم عددی خط کے بائیں جانب آگے بڑھتے جائیں تب عدد کی قیمت بڑھے گی یا گھٹے گی؟

ہم جانتے ہیں کہ اگر عددی خط کے بائیں جانب آگے بڑھیں گے تب عدد کی قیمت میں کمی واقع ہوگی۔

مزید یہ کہ عددی خط پر صفر کی بائیں جانب آگے بڑھنے سے عددی قیمت میں کمی واقع ہوگی اور صفر سے دور پایا جانے والا عدد سب سے چھوٹا کہلائے گا۔

یہ کیجیے



1- درج ذیل سے بڑے اعداد اور چھوٹے اعداد لکھیے۔

i) 2, -2, -3, 4, 0, -5

(ii) -3, -7, -8, 0, -5, -2

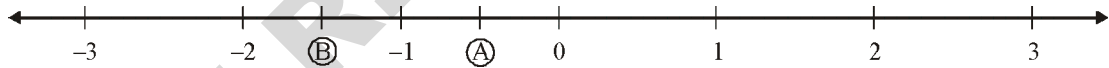
2- درج ذیل اعداد کو صعودی ترتیب میں لکھئے۔

(i) -5, -75, 3 - 2, 4, $\frac{3}{2}$

(ii) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, 0, -1, -2, 5

2.5.2 منفی ناطق اعداد

عددی خط پر بتائیے گئے نقطہ A پر غور کیجیے۔



"A" عددی خط پر 0 اور -1 کے درمیان واقع ہے۔ کیا یہ '0' سے زیادہ ہے یا کم؟

صبا نے $\frac{-9}{4}$ کو آسان طریقے سے کچھ اس طرح حل کیا۔ پہلے اس نے کسر $\frac{-9}{4}$ کو $2\frac{1}{4}$ کی شکل میں لکھا اور -2 اور -3 کے درمیان اس کی نشاندہی کی

کیا یہ $\frac{1}{2}$ ہے؟ ہم اس کو $\frac{1}{2}$ نہیں کہہ سکتے ہیں کیوں کہ یہ صفر سے کم ہے۔

ہم (A) کو $-\frac{1}{2}$ کی طرح لکھتے ہیں کیوں کہ $\frac{1}{2}$ صفر سے نصف کم ہے۔

اسی طرح (B) -1 اور -2 کا درمیانی نقطہ ہے لہذا یہ $-\frac{3}{2}$ ہوگا۔

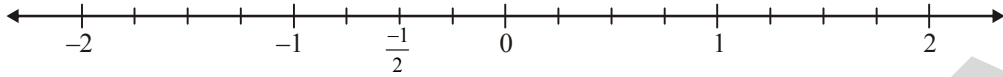
اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ منفی ناطق اعداد جیسے $-\frac{9}{4}$, $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2}$ وغیرہ کسی دودئیے گئے منفی صحیح اعداد یا صفر اور ایک منفی صحیح عدد

کے درمیان واقع ہوتے ہیں۔

Do These

1. On the number line given below represent the following numbers.

(i) $\frac{-5}{4}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $\frac{-7}{4}$ (v) $\frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{1}{4}$



Make a longer number line and represent more positive and negative numbers on it.

2. Consider the following numbers on a number line.

$$27, -\frac{7}{8}, \frac{11}{943}, \frac{54}{17}, -68, -3, -\frac{9}{6}, \frac{7}{2}$$

- (i) Which of these are to the left of

(a) 0 (b) -2 (c) 4 (d) 2

- (ii) Which of these would be to the right of

(a) 0 (b) -5 (c) $3\frac{1}{2}$ (d) $\frac{-5}{2}$

2.5.3 Rational Numbers

We know 0, 1, 2, 3, 4, 5 are whole numbers. We also know that -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 is a bigger collection of numbers called integers.

Rani says “All whole numbers are integers but the converse is not true.” Do you agree with her? Rani is right as negative numbers like -6, -5, -4, -3, -2, -1 etc are integers but not whole numbers. Thus, all whole numbers are integers and all integers are not whole numbers.

We further know that positive fractional numbers like $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{5}, \frac{8}{8}$ are ratios of whole

numbers. All fractional numbers can in general be written as $\frac{w_1}{w_2}$ with the condition w_1 and w_2 are

whole numbers and that w_2 is not equal to zero.

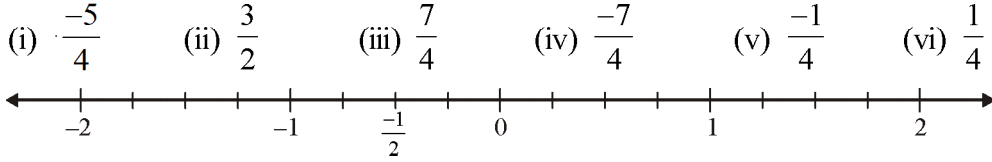


Try This

Write 5 fractional numbers and identify w_1 and w_2 in each of these.



1- ذیل میں دی گئی کسور کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔



ایک طویل عددی خط بنا کر اس پر مزید مثبت اور منفی صحیح اعداد بتلائیں۔

2- ذیل کے اعداد کی عددی خط پر نشاندہی کیجیے۔

$27, -\frac{7}{8}, \frac{11}{943}, \frac{54}{17}, -68, -3, -\frac{9}{6}, \frac{7}{2}$

(i) عددی خط پر ذیل میں دیئے گئے اعداد کس عدد کے بائیں جانب واقع ہوں گے؟

- (a) 0 (b) -2 (c) 4 (d) 2

(ii) ذیل میں دیئے گئے اعداد عددی خط پر، کس عدد کے دائیں جانب واقع ہوں گے۔

- (a) 0 (b) -5 (c) $3\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{5}{2}$

2.5.3 ناطق اعداد

ہم جانتے ہیں کہ $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ مکمل اعداد ہیں۔ اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ اعداد $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100$ کو صحیح اعداد کہتے ہیں۔

عائشہ نے کہا ”تمام مکمل اعداد صحیح اعداد ہیں لیکن اس کا برعکس صحیح نہیں ہے“ کیا آپ عائشہ سے متفق ہیں؟

عائشہ کا بیان بالکل صحیح ہے کیوں کہ منفی اعداد جیسے $-1, -2, -3, -4, -5, -6$ وغیرہ صحیح اعداد ہیں لیکن مکمل اعداد نہیں ہیں۔

مزید ہم جانتے ہیں کہ مثبت ناطق اعداد جیسے $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{5}, \frac{8}{8}$ اور مکمل اعداد میں نسبت ہے۔ تمام ناطق اعداد کو عام

طریقے پر $\frac{w_1}{w_2}$ کی طرح لکھا جاسکتا ہے جہاں w_1 اور w_2 مکمل اعداد ہیں اور جب کہ w_2 صفر کے مساوی نہ ہو۔

کوشش کیجیے:

کوئی پانچ ناطق اعداد لکھئے ان میں w_1 اور w_2 کی نشاندہی کیجیے۔



Rational numbers are a bigger collection of numbers, which includes all integers, all positive fractional numbers and all negative fractional numbers.

Thus, the numbers $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ etc. are all rational numbers.

In all these we have a ratio of two integers, thus the numbers in the form of $\frac{p}{q}$, where p and q are integers except that q is not equal to zero are called as rational numbers. The set of rational numbers is denoted by ‘Q’.



Try These

- (i) Take any 5 integers and make all possible rational numbers with them.
- (ii) Consider any 5 rational numbers. Find out which integers constitute them?

2.5.4 Comparing rational numbers

We know that $\frac{3}{4}$ and $\frac{9}{12}$ are equivalent fractional numbers. We also know that when we compare fractional numbers we convert each of them to equivalent fractional numbers and then compare the ones with a common denominator.

For example, let us compare $\frac{3}{4}$ and $\frac{5}{7}$.

We write equivalent fractional numbers for both

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28} \dots\dots\dots \text{and}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28} \dots\dots\dots$$

We can compare $\frac{21}{28}$ with $\frac{20}{28}$ as they have same denominators.

$$\frac{21}{28} \text{ is bigger than } \frac{20}{28}$$

$$\text{Therefore, } \frac{3}{4} > \frac{5}{7}$$

ناطق اعداد زیادہ سے زیادہ اعداد کا مجموعہ ہے جن میں تمام صحیح اعداد، تمام مثبت ناطق اعداد اور تمام منفی ناطق اعداد شامل ہیں۔
 اعداد $\frac{1}{1}, \frac{6}{5}, \frac{4}{4}, \frac{1}{4}, 0, \frac{-2}{7}, \frac{-7}{7}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{3}$ ، تمام ناطق اعداد ہیں۔

یہ تمام اعداد صحیح اعداد کی نسبت سے حاصل ہوتے ہیں جن کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھا جاتا ہے، جہاں p اور q صحیح اعداد ہیں بشرطیکہ q کی قدر '0' کے مساوی نہ ہو، ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔ ناطق اعداد کو "Q" سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

کوشش کیجیے:



- (i) کوئی 5 صحیح اعداد لیجیے اور ان کی مدد سے ممکنہ ناطق اعداد بنائیے۔
 (ii) کوئی 5 ناطق اعداد لیجیے، اور معلوم کیجیے کہ وہ کن صحیح اعداد سے ملکر بنے ہیں۔

2.5.4 ناطق اعداد کا تقابل

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{3}{4}$ اور $\frac{9}{12}$ کسور ہیں۔ مزید ہم یہ جانتے ہیں کہ اگر دو کسور کا تقابل کرنا ہو تو پہلے اُن کو معادل کسور میں تبدیل کر لیں۔

مثال کے طور پر $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{7}$ کا تقابل کیجیے۔

تب ہم ان دو کسور کے معادل کسور لکھیں گے۔

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}, \dots$$

$\frac{20}{28}$ اور $\frac{21}{28}$ ان دو کسور کے نسب نما مساوی ہیں لہذا ہم ان دو کسور کا تقابل کر سکتے ہیں۔

$\frac{21}{28}$ کسور بڑی ہے $\frac{20}{28}$ کسور سے۔

$$\frac{3}{4} > \frac{5}{7} \text{ لیے}$$



Try These

1. Write three more equivalent fractions of $\frac{3}{4}$ and mark them on the number line.
What do you observe?
2. Do all equivalent fractions of $\frac{6}{7}$ represent the same point on the number line?

Now compare $\frac{-1}{2}$ and $\frac{-2}{3}$

We write equivalent fractions for both

$$\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \frac{-4}{8} \dots\dots$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}, \frac{-6}{9} \dots\dots$$

We can compare $\frac{-3}{6}$ and $\frac{-4}{6}$ as they have same denominators.

$$\frac{-4}{6} < \frac{-3}{6} \quad \left(\frac{-4}{6} \text{ is left of } \frac{-3}{6} \text{ on the number line} \right)$$

$$\therefore \frac{-2}{3} < \frac{-1}{2}$$



Try These

1. Are $\frac{-1}{2}$ and $\frac{-3}{6}$ represent same point on the number line?
2. Are $\frac{-2}{3}$ and $\frac{-4}{6}$ equivalent?

Eg: When we place $\frac{-1}{2}$ and $\frac{-2}{4}$ on the number line we find that they occupy the same point.

Thus We can say that these two are equivalent rational numbers.



کوشش کیجیے:

1- کسر $\frac{3}{4}$ کے مزید تین معادل کسور لکھئے اور انہیں عددی خط پر ظاہر کیجیے۔ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔

2- کیا کسر $\frac{6}{7}$ کے تمام معادل کسور، عددی خط پر ایک ہی نقطہ پر ظاہر ہوتے ہیں؟

اب کسور $\frac{-1}{2}$ اور $\frac{-2}{3}$ کا تقابل کیجیے۔

پہلے ہم دونوں کسور کے معادل کسور لکھیں گے۔

$$\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \frac{-4}{8}, \dots$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}, \frac{-6}{9}, \dots$$

کسور $\frac{-4}{6}$ اور $\frac{-3}{6}$ کے نسب نما مساوی ہیں لہذا ہم ان کا تقابل کر سکتے ہیں۔

$$\frac{-4}{6} < \frac{-3}{6}$$

$$\therefore \frac{-2}{3} < \frac{-1}{2}$$



کوشش کیجیے۔

1- کیا $\frac{-1}{2}$ اور $\frac{-3}{6}$ کسور، عددی خط پر ایک ہی نقطہ پر ظاہر ہوتے ہیں؟

2- کیا کسور $\frac{-2}{3}$ اور $\frac{-4}{6}$ معادل کسور ہیں؟

مثال: کسور $\frac{-1}{2}$ اور $\frac{-2}{4}$ کی عددی خط پر نشاندہی کرنے پر وہ ایک ہی نقطہ پر ظاہر ہوتے ہیں۔

تب ہم انہیں معادل ناطق اعداد کہہ سکتے ہیں۔

Do These

- Write 5 equivalent rational numbers to (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-7}{9}$ (iii) $-\frac{3}{7}$
- Identify the equivalent rational numbers in each of the following:
 - $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-4}{8}$
 - $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{2}{4}, \frac{20}{12}$



We can say that to get equivalent rational numbers we multiply or divide the integer in the numerator and in the denominator by the same number.

For example,

For $\frac{1}{5}$ we would have $\frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}$ as one equivalent number and another is $\frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$.

For $\frac{-2}{7}$ we would have $\frac{-2 \times 2}{7 \times 2} = \frac{-4}{14}$ as one and $\frac{-2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{-6}{21}$ as another.

We can go on to build more such equivalent rational numbers, just by multiplying with

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} \dots$$



Exercise - 7

- Write any three equivalent rational numbers to each of the following
 - $\frac{2}{3}$
 - $-\frac{3}{8}$
- Write the equivalent rational number for $\frac{-15}{36}$ with denominator 12.
 - Write the equivalent rational number for $\frac{-15}{36}$ with numerator -75.
- Mark the following rational numbers on the number line.
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{3}{4}$
 - $\frac{3}{2}$
 - $\frac{10}{3}$



1- ذیل میں ہر ایک کے لیے 5 معادل ناطق اعداد لکھئے۔

(i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-7}{9}$ (iii) $-\frac{3}{7}$

2- ذیل کے ہر سوال میں معادل ناطق عدد کی نشاندہی کیجیے۔

(i) $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-4}{8}$

(ii) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{2}{4}, \frac{20}{12}$

تب ہم کہہ سکتے ہیں کہ معادل ناطق کسر حاصل کرنے کے لیے، ایک دی گئی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی عدد سے ضرب دیں یا تقسیم کریں۔

مثال کے طور پر کسر $\frac{1}{5}$ کی معادل ناطق کسر حاصل کرنے کے لیے درج ذیل طریقہ استعمال کرنا چاہیے۔

$$\frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}, \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$$

کسر $\frac{-2}{7}$ کی معادل ناطق کسر حاصل کرنے کے لیے درج ذیل طریقہ اپنائیں۔

$$-\frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{-6}{21}, \frac{-2 \times 2}{7 \times 2} = \frac{-4}{14}$$

مزید معادل ناطق کسر حاصل کرنے کے لیے ایک دی گئی کسر کو..... $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$ سے ضرب دینا چاہیے۔

مشق - 7



1- حسب ذیل سے ہر ایک کسر کے تین معادل ناطق کسر لکھئے۔

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $-\frac{3}{8}$

2- کسر $\frac{-15}{36}$ کی معادل کسر کیا ہوگی جبکہ

(i) نسب نما 12

(ii) شمار کنندہ -75 ہو۔

3- حسب ذیل ناطق کسر کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

(i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) $\frac{10}{3}$

4. Find whether the following statements are true or false.
- (i) Every integer is a rational number and vice versa ()
- (ii) In a rational number of the form $\frac{p}{q}$, q must be a non zero integer. ()
- (iii) $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ are equivalent rational numbers. ()
- (iv) Equivalent rational numbers of a positive rational numbers are all positive ()

2.5.5 Addition and Subtraction of Rational Numbers

You have learnt the addition and subtraction of fractional numbers. We can perform these operations on rational numbers also in a similar manner.

Addition of Rational Numbers

Consider two rational numbers $\frac{5}{6}$ and $\frac{3}{8}$.

What is the sum of these two rational numbers?

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$$

To add, we have to take the LCM of the denominators as we do for fractional numbers. Here LCM of 6, 8 is = 24

First divide the LCM with each of the denominators separately i.e.

$$24 \div 6 = 4$$

$$24 \div 8 = 3$$

Now, we will multiply the corresponding denominators, numerators with appropriate quotients.

$$\begin{aligned} \text{then, we get } \frac{5}{6} + \frac{3}{8} &= \frac{5 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3} \\ &= \frac{20}{24} + \frac{9}{24} \\ &= \frac{20 + 9}{24} = \frac{29}{24} \end{aligned}$$

Now, let us add $\frac{5}{6}$ and $\frac{-3}{8}$

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} + \left(\frac{-3}{8} \right) &= \left(\frac{5 \times 4}{6 \times 4} \right) + \left(\frac{-3 \times 3}{8 \times 3} \right) \\ &= \frac{20}{24} + \left(\frac{-9}{24} \right) = \frac{20 + (-9)}{24} = \frac{11}{24} \end{aligned}$$

- 4- حسب ذیل بیان صحیح ہیں یا غلط، نشاندہی کیجیے۔
- () (i) ہر صحیح عدد ایک ناطق عدد ہوتا ہے اس بیان کا برعکس بھی صادق ہے۔
- () (ii) ناطق عدد کی شکل $\frac{p}{q}$ میں q کبھی بھی صفر کے مساوی نہیں ہوتا ہے۔
- () (iii) $\frac{5}{7}$ ، $\frac{6}{7}$ ، $\frac{7}{7}$ معادل ناطق اعداد ہیں۔
- () (iv) معادل ناطق اعداد میں تمام مثبت ناطق اعداد ہمیشہ مثبت ہوتے ہیں۔

2.5.5۔ ناطق اعداد کی جمع اور تفریق

ہم پہلے ہی کسور کی جمع اور تفریق کر چکے ہیں۔ اسی عمل کو ہر ناطق میں بھی کر سکتے ہیں۔

ناطق اعداد کی جمع

ان دو ناطق اعداد پر غور کیجیے $\frac{5}{6}$ اور $\frac{3}{8}$

ان دو ناطق اعداد کی جمع کیا ہوگی؟

چلئے، جمع کرتے ہیں $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$

ان کی جمع کے لئے ہم کو ان کے نسب نماؤں کا ذ۔ ا۔ م معلوم کرنا ہوگا۔ جیسا کہ ہم نے کسور میں کیا تھا۔

یعنی $6, 8 = 24$

$$24 \div 6 = 4$$

$$24 \div 8 = 3$$

ذ۔ ا۔ م کو ہر نسب نما سے تقسیم کریں گے۔

اب ہم حاصلہ سے کسر کی شمار کنندہ اور نسب نما کو ضرب دیں گے۔

تب ہم کو اس طرح کسر حاصل ہوگی۔

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{8} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{20}{24} + \frac{9}{24} \\ = \frac{20+9}{24} = \frac{29}{24}$$

چلئے $\frac{-3}{8}$ اور $\frac{5}{6}$ کسور کو جمع کرتے ہیں۔

$$\frac{5}{6} + \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{5}{6} - \frac{3}{8} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} - \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{20}{24} - \frac{9}{24} \\ = \frac{20-9}{24} = \frac{11}{24}$$

We can do like this way also

$$\begin{aligned}\frac{5}{6} + \left(\frac{-3}{8}\right) &= \frac{(5 \times 4) + (-3 \times 3)}{24} \\ &= \frac{20 + (-9)}{24} = \frac{11}{24}\end{aligned}$$

Do This



(i) $\frac{4}{9} + \left(\frac{-5}{12}\right)$ (ii) Add $\frac{-3}{5}$ and $\frac{-7}{15}$

(iii) $\frac{-10}{11} + \frac{7}{10}$ (iv) $\frac{-8}{15} + \left(\frac{-7}{20}\right)$

Think And Discuss

1. Is the sum of two natural numbers always more than the individual numbers.
2. If your answer is yes, then is this statement true for integers also?
3. Is this true for rational numbers also?

2.5.6 Subtracting Rational Numbers

Let us take the same rational numbers i.e. $\frac{5}{6}$ and $\frac{3}{8}$

Now, subtract $\frac{3}{8}$ from $\frac{5}{6}$

$$\begin{aligned}\frac{5}{6} - \frac{3}{8} &= \frac{(5 \times 4) - (3 \times 3)}{24} && \text{(LCM of 6, 8 is 24)} \\ &= \frac{20 - 9}{24} = \frac{11}{24}\end{aligned}$$

Example:

(i) Subtract $\left(\frac{-3}{8}\right)$ from $\frac{5}{6}$

$$\begin{aligned}\frac{5}{6} - \left(\frac{-3}{8}\right) &= \frac{(5 \times 4) - (-3 \times 3)}{24} \\ &= \frac{20 - (-9)}{24} \\ &= \frac{20 + (9)}{24} = \frac{29}{24}\end{aligned}$$

ہم اس طرح بھی کر سکتے ہیں۔

$$\frac{5}{6} + \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{5 \times 4 + (-3 \times 3)}{24} = \frac{20 - 9}{24} = \frac{11}{24}$$

یہ کیجیے



$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & \frac{4}{9} + \left(\frac{-5}{12}\right) \\ \text{(ii)} & \text{جمع کیجیے } \frac{-3}{5} \text{ اور } \frac{-7}{15} \\ \text{(iii)} & \frac{-10}{11} + \frac{7}{10} \\ \text{(iv)} & \frac{-8}{15} + \left(\frac{-7}{20}\right) \end{array}$$

سوچیے اور تبادلہ خیال کیجیے۔

- (1) کیا کسی دو طبعی اعداد کا مجموعہ ہر منفرد عدد سے زیادہ ہوتا ہے۔
- (2) اگر آپ کا جواب ہاں ہے تب کیا یہ بیان صحیح اعداد کے لئے بھی درست ہوگا؟
- (3) کیا یہ بیان ناطق عدد کے لئے بھی درست ہوگا۔

2.5.6 - ناطق اعداد کی تفریق

چلئے وہی ناطق اعداد یعنی $\frac{3}{8}$ اور $\frac{5}{6}$ کو لیتے ہیں۔

اب تفریق کریں۔ $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$

$$(24 \text{ کا ذرا م}) = \frac{(5 \times 4) - (3 \times 3)}{24} = \frac{20 - 9}{24} = \frac{11}{9}$$

☆ چند اور مثالوں پر غور کیجیے۔

(i) $\frac{5}{6}$ سے $\frac{-3}{8}$ کو تفریق کیجیے۔

$$= \frac{5}{6} - \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{(5 \times 4) - (-3 \times 3)}{24}$$

$$= \frac{20 - (-9)}{24} = \frac{20 + 9}{24} = \frac{29}{24}$$

Do This



(i) $\frac{7}{16} - \left(\frac{-5}{12}\right) = ?$

(ii) Subtract $\frac{-12}{7}$ from $\frac{15}{4}$

(iii) $\frac{-8}{15} - \left(\frac{6}{21}\right) = ?$

Think And Discuss

- (i) Is the difference of two natural numbers always smaller than the given individual numbers?
- (ii) Is this true for integers also?
- (iii) Is this true for rational numbers also?



Looking back

1. For doing addition and subtraction of fractions, first convert them into like fractions.

2. We have also learnt how to multiply fractions i.e.

$$\text{Multiplication of two fractions} = \frac{\text{Product of numerators}}{\text{Product of denominators}}$$

3. “of” can be used to represent multiplication.

$$\text{For example, } \frac{1}{3} \text{ of } 6 = \frac{1}{3} \times 6 = 2.$$

4. The product of two proper fractions is less than each of the fractions that are multiplied. The product of a proper and improper fraction is less than the improper fraction and greater than the proper fraction. The product of two improper fractions is greater than each of the fractions.

5. A reciprocal of a fraction is obtained by inverting the numerator and denominator.

6. We have seen how to divide two fractions.

(i) While dividing a whole number with a fraction, we multiply the whole number with the reciprocal of that fraction.

(ii) While dividing a fraction by a whole number we multiply the fraction with the reciprocal of the whole number.

(iii) While dividing one fraction by another fraction, we multiply the first fraction with the reciprocal of the second. For example, $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$.



یہ کیجیے



$$\frac{7}{16} - \left(\frac{-5}{12}\right) = ? \quad (i)$$

$$\frac{-12}{7} \text{ سے } \frac{15}{4} \text{ تفریق کیجیے} \quad (ii)$$

$$\frac{-8}{15} - \left(\frac{6}{12}\right) = ? \quad (iii)$$

سوچیے اور بحث کیجیے۔

(i) کیا کسی دو طبعی اعداد کا فرق ہر منفرد عدد سے کم ہوتا ہے؟

(ii) کیا یہ بیان صحیح اعداد کے لیے بھی درست ہے؟

(iii) کیا یہ بیان ناطق اعداد کے لیے بھی درست ہوگا؟

ہم نے کیا سیکھا :



1- ہم سیکھ چکے ہیں کہ کسور کو جمع اور تفریق کرنے کے لئے کسور یکساں کسور ہونا چاہیے۔

2- ہم یہ بھی سیکھ چکے ہیں کہ کسور کو کس طرح ضرب دیا جاتا ہے۔

یعنی $\frac{\text{شمار کنندوں کا حاصل ضرب}}{\text{نسب نماؤں کا حاصل ضرب}} = \text{کسور کا حاصل ضرب}$

3- کسی عدد کو کسری ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{مثلاً: } \frac{1}{3} \text{ کا } 6 = 2, \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

4- دو واجب کسور کا حاصل ضرب اس کے ضارب اور مضروب سے کم ہوتا ہے ایک واجب کسور اور ایک غیر واجب کسور کا حاصل ضرب غیر واجب کسور سے کم ہوتا ہے اور واجب کسور سے بڑا ہوتا ہے دو غیر واجب کسور کا حاصل ضرب اس کے ضارب اور مضروب سے بڑا ہوتا ہے۔

5- ایک مقلوب کسور اس کے شمار کنندوں اور نسب نماؤں کو باہم تبدیل کرنے پر حاصل ہوتی ہے۔

6- ہم سیکھ چکے ہیں کہ دو کسور کو کس طرح تقسیم کیا جاتا ہے۔

(i) جبکہ ایک مکمل عدد کو کسور کے ساتھ، تقسیم کیا جاتا ہے تو ہم مکمل اعداد کو اس کسری مقلوب کسور کیساتھ ضرب دیتے ہیں۔

(ii) جبکہ ایک کسور کو مکمل اعداد کے ساتھ تقسیم کیا جائے تو ہم کسور کو اس مکمل اعداد کی مقلوب کسور کے ساتھ ضرب دیتے ہیں۔

(iii) جبکہ ایک کسور کو دوسری کسور کیساتھ تقسیم کیا جائے تو ہم پہلی کسور کو دوسری کسور کے مقلوب کے ساتھ ضرب

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20} \text{ جیسے۔ دیتے ہیں۔}$$

7. We also learnt how to multiply two decimal numbers. While multiplying two decimal numbers, we first multiply them as whole numbers. We then count the total number of digits to the right of the decimal point in both the decimal numbers being multiplied. Lastly, we put the decimal point in the product by counting the digits from its rightmost place.

8. To multiply a decimal number by 10, 100, 1000 ... etc., we move the decimal point in the number to the right by as many places as there are zeros in the numbers 10, 100, 1000 ...

9. We have learnt how to divide decimal numbers.

(i) To divide a decimal number by a whole number, we first divide them as whole numbers. We then place the decimal point in the quotient as in the decimal number.

Note that here we are considering only those divisions in which the remainder is zero.

(ii) To divide a decimal number by 10, 100, 1000 or any other multiple of 10, we shift the decimal point in the decimal number to the left by as many places as there are zeros in 10, 100, 1000 etc.,

(iii) While dividing two decimal numbers, first shift the decimal point to the right by equal number of places in both, to convert the divisor to a whole number.

10. Rational numbers are a bigger collection of numbers, which includes all integers, all positive fractional numbers and all negative fractional numbers.

$\frac{-7}{3}$, $\frac{-5}{2}$, $\frac{-7}{7}$, $\frac{-2}{7}$, 0 , $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{6}{1}$ are all rational numbers. In all these we have a

ratio of two integers, thus $\frac{p}{q}$ represents a rational number.

In this i) p, q are integers and

ii) $q \neq 0$

The set of rational numbers is denoted by 'Q'.

John Napier (Scotland)

1550-1617 AD

Found logarithms.

Introduced napier rods for multiplications.

Also introduced System of decimal fractions.



7- ہم یہ بھی سیکھ چکے ہیں کہ کس طرح دو اعشاری اعداد کو ضرب دیا جائے۔ جبکہ دو اعشاری اعداد کو ضرب دیا جاتا ہے تو پہلے ہم اسے مکمل اعداد کے طور پر ضرب دیں گے پھر دو اعشاری کسور کے اعشاری نقطہ کے دائیں جانب کے تمام ہندسوں کی جملہ تعداد کو شمار کریں گے اور اس تعداد کو آخر میں حاصل ضرب سے دائیں جانب شمار کرتے ہوئے اعشاری نقطہ لگائیں گے۔

8- ایک اعشاری عدد کو $1000 \cdot 100 \cdot 10 \dots$ وغیرہ سے ضرب دیا جاتا ہے تو حاصل ضرب میں دائیں جانب اتنے ہی مقام کے بعد اعشاری نقطہ لگایا جاتا ہے۔ جتنے صفر $1000 \cdot 100 \cdot 10$ وغیرہ میں موجود ہوں۔

9- ہم سیکھ چکے ہیں کہ اعشاری اعداد کو کیسے تقسیم کیا جاتا ہے۔
(i) ایک اعشاری عدد کو مکمل عدد سے تقسیم کرنے کے لیے پہلے ہم اسے مکمل عدد کے طور پر تقسیم کریں گے۔ اب خارج قسمت میں اعشاری عدد کی مناسبت سے اعشاری نقطہ لگائیں۔
نوٹ: یہ عمل صرف ان ہی اعداد کی تقسیم میں کیا جاسکتا ہے جس کا باقی صفر ہو۔

(ii) ایک اعشاری عدد کو $1000 \cdot 100 \cdot 10 \dots$ وغیرہ سے تقسیم کیا جاتا ہے تو خارج قسمت میں بائیں جانب اتنے ہی مقام کے بعد اعشاری نقطہ لگایا جاتا ہے جتنے صفر $1000 \cdot 100 \cdot 10$ وغیرہ میں موجود ہوتے ہیں۔
(iii) جب دو اعشاری اعداد کو تقسیم کیا جاتا ہے تو پہلے اعشاریہ کے نقطہ کو دائیں جانب منتقل کرتے ہیں اس طرح کہ شمار کنندہ اور نسب نما کے اعداد کے اعشاری مقام یکساں ہوں اور مقسوم، مکمل اعداد بن جائے۔

10- ناطق اعداد زیادہ اعداد کا اجماع ہے جس میں تمام صحیح اعداد، تمام مثبت کسر اور تمام منفی کسر شامل ہیں اور ان تمام سے ہم دو صحیح اعداد کی نسبت رکھتے ہیں چنانچہ ناطق اعداد کو $\frac{p}{q}$ میں ظاہر کیا جاسکتا ہے
اس میں (i) صحیح اعداد ہیں اور (ii) $q \neq 0$
ناطق اعداد کے سیٹ کو Q سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

جان نیپیر (اسکاٹ لینڈ) 1550 - 1617 AD Jhon Napier (Scotland)



لوگار تھم کی دریافت۔

عمل ضرب کو سمجھانے کے لیے نیپیر سلاخ کا تعارف دیا۔

اعشاری کسور کے نظام کو متعارف کروایا۔



3.0 Introduction

You have already come across simple equations like $4x = 44$, $2m = 10$ and their solutions in Class VI. You have seen how these equations help us in solving puzzles and daily life problems. Let us review what we have already learnt about simple equations and their solutions through the following exercise.



Exercise - 1

1. Identify L.H.S and R.H.S of the following simple equations.

(i) $2x = 10$

(ii) $2x - 3 = 9$

(iii) $4z + 1 = 8$

(iv) $5p + 3 = 2p + 9$

(v) $14 = 27 - y$

(vi) $2a - 3 = 5$

(vii) $7m = 14$

(viii) $8 = q + 5$

2. Solve the following equations by trial and error method.

(i) $2 + y = 7$

(ii) $a - 2 = 6$

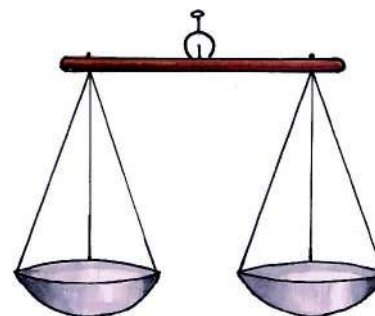
(iii) $5m = 15$

(iv) $2n = 14$

3.1 Equation - Weighing balance

You have seen in class VI that an equation is compared with a weighing balance with equal weights on both sides.

What will happen if the left pan of a weighing balance holds 5 kg and the right pan holds 2 kg? What will happen if the left pan of a weighing balance holds 3 kg and the right pan holds 7 kg?



Similarly, what will happen if the left pan of a weighing balance holds 3 kg and the right pan holds 3 kg?

We observe that a weighing balance needs to have equal weights on both sides to be perfectly balanced.

The same principle will hold in an equality.



3.0 تمہید:-

آپ سابق میں سادہ مساواتوں سے متعلق معلومات حاصل کر چکے ہیں جیسے $4x = 44$ ، $2m = 10$ وغیرہ اور ان کے حل بھی جماعت ششم میں معلوم کر چکے ہیں۔ آپ دیکھ چکے ہیں کہ کس طرح یہ سادہ مساواتیں معمولی اور روزمرہ کے مسائل کو حل کرنے میں مدد و معاون ثابت ہوتے ہیں۔ آئیے اب ہم سادہ مساواتوں سے متعلق معلومات کا اعادہ کرتے ہیں اور حسب ذیل مشق کے ذریعہ ان کا حل تلاش کرتے ہیں۔

مشق - 1



1. حسب ذیل مساواتوں کے LHS اور RHS لکھئے۔
- (i) $2x = 10$ (ii) $2x - 3 = 9$ (iii) $4z + 1 = 8$
 (iv) $5p + 3 = 2p + 9$ (v) $14 = 27 - y$
 (vi) $2a - 3 = 5$ (vii) $7m = 14$ (viii) $8 = q + 5$
2. سعی و خطا کے ذریعہ حسب ذیل مساواتوں کو حل کیجئے۔
- (i) $2 + y = 7$ (ii) $a - 2 = 6$ (iii) $5m = 15$ (iv) $2n = 14$

3.1 مساوات - عام ترازو



جماعت ششم میں آپ نے دیکھا ہے کہ مساوات کو عام ترازو سے تقابل کیا گیا ہے، کیوں کہ ترازو کے دونوں پلڑے مساوی وزن کو ظاہر کرتے ہیں۔ اگر ترازو کے بائیں پلڑے میں 5 کلو کا باٹ رکھا جائے جبکہ دائیں پلڑے میں 2 کلو وزنی شے رکھی جائے تب آپ کیا غور کریں گے؟ اگر ترازو کے بائیں پلڑے میں 3 کلو کا باٹ رکھا جائے جبکہ دائیں پلڑے میں 7 کلو وزنی شے رکھی جائے تب آپ کیا غور کریں گے؟ اگر ترازو کے بائیں پلڑے میں 3 کلو کا باٹ رکھا جائے جبکہ دائیں پلڑے میں 3 کلو وزنی شے رکھی جائے تب آپ کیا محسوس کرتے ہیں؟

ترازو کے دونوں پلڑوں کے مساوی ہونے کے لئے دونوں پلڑوں میں مساوی اوزان ہونے چاہئے۔
 ترازو میں بھی یہی اصول کارفرما ہوگا۔

Consider the equality $12 - 2 = 6 + 4$

Here-

$$\text{LHS} = 12 - 2 = 10 \quad \text{and}$$

$$\text{RHS} = 6 + 4 = 10$$

Since both sides are equal, the equality holds.

1. What will happen if we add 3 on both sides of an equation? Will the values of both sides remain equal? Will the values be equal if 10 is added? Try with some other number of your choice.
2. What will happen if we subtract 5 from both sides of the equation? Will both sides remain equal? Will the values be equal if 7 is subtracted? Try with some other numbers of your choice.
3. What will happen if we multiply both sides of the equation by 6? Will both sides remain equal? Will they be equal if 8 multiplied by 8? Try with some other numbers of your choice.
4. What will happen if we divide both sides of the equation by 5? Will both sides remain equal? Will they be equal if both sides are divided by 2?

You will find that answer is 'yes' in all above cases. Thus, if the same number is added or subtracted on both sides or if both sides of the equality are either multiplied or divided by same number, then the equality remains unchanged.

This principle of equality is going to help in solving equations ahead.

3.2 Solving equations

You have already learnt how to solve equations using the trial and error method. Now we will use the above principles of equality to solve equations in a much lesser time.

To solve equations we first need to separate the numerical terms from the terms containing variables/unknowns by taking them on the two different sides of the equality and then use the principles of equality.

Let us observe the examples given below.

Example 1 : Solve $x + 3 = 7$

Solution : Given equation is

$$x + 3 = 7 \dots\dots\dots (1)$$

The L.H.S of the equation = $x + 3$.

Total value of L.H.S. is 3 more than x

To find the value of 'x' we have to remove 3 from the LHS. Thus, we need to subtract 3 from the LHS. If 3 is subtracted from LHS it should also be subtracted from RHS, to balance the equality.

فرض کیجئے کہ مساوات $4 + 6 = 12 - 2$ ہے۔

جہاں $LHS = 12 - 2 = 10$ اور $RHS = 6 + 4 = 10$ ہے۔

یہاں پر چونکہ دونوں کی مختصر شکل مساوی ہے اسلئے یہ مساوی میں ہوں گے۔

1. اگر دونوں جانب 3 کا اضافہ کیا جائے تب کیا ہوگا؟ کیا دونوں جانب کی قیمتیں مساوی رہیں گی؟ اگر 10 کا اضافہ کیا جائے تب بھی کیا قیمتیں مساوی رہیں گی؟ کسی اور عدد کا اضافہ کر کے دیکھئے۔

2. اگر دونوں جانب سے 5 کو تفریق کر دیا جائے تب کیا ہوگا؟ تب بھی کیا دونوں قیمتیں مساوی ہوں گی؟ اگر 7 کی کمی کر دی جائے تو کیا اب بھی قیمتیں مساوی ہوں گی؟ کسی اور عدد کی کمی کر کے دیکھئے۔

3. اگر مساوات کے دونوں جانب عدد 6 سے ضرب دیا جائے تو کیا ہوگا؟ کیا دونوں قیمتیں مساوی رہیں گی؟ کیا عدد 8 سے ضرب دیا جائے تو مساوی ہوں گے۔ اس طرح چند اور اعداد لے کر کوشش کیجئے۔

4. اگر مساوات کے دونوں جانب عدد 5 سے تقسیم کیا جائے تو کیا ہوگا؟ کیا دونوں جانب کی قیمتیں مساوی رہیں گی۔ اس طرح اگر دونوں جانب 2 سے تقسیم کیا جائے تو یہ مساوی ہوں گے۔

ہر صورت میں آپ کا جواب صرف ”ہاں“ ہوگا۔ اگر مساوات کے دونوں جانب ایک ہی عدد کا اضافہ کیا جائے یا کمی کی جائے یا پھر ایک ہی عدد سے ضرب دیا جائے یا تقسیم کیا جائے تب بھی مساوات میں کوئی فرق نہیں آئے گا۔ تساوی کا یہ اصول مساوات کے حل میں ہماری مدد کرتا ہے۔

3.2 مساوات کا حل :-

آپ سعی و خطا کے ذریعہ مساوات کو حل کرنا سیکھ چکے ہیں آئیے اب ہم اوپر کے اصول کا استعمال کرتے ہوئے بہت کم وقت میں مساوات کو حل کرنے کا طریقہ بھی سیکھیں گے۔

مساوات کو حل کرنے کے لئے ہمیں سب سے پہلے ہندسی اعداد اور متغیرات کو الگ کر لینا ہوگا۔ ہندسی اعداد کو مساوات کی ایک جانب اور متغیرات کو دوسری جانب کر لیا جائے اور تساوی کے اصول کا اطلاق کیا جائے۔

دی گئی مثالوں کا مشاہدہ کیجئے

مثال 1:- $x + 3 = 7$ کو حل کیجئے۔

حل :- دی گئی مساوات $x + 3 = 7$ ①

$x + 3$ ، LHS ہے LHS کی قیمت x سے 3 زیادہ ہے۔

x کی قدر معلوم کرنے کے لئے ہمیں 3 کو نکالنا ہوگا۔ اس کے لئے مساوات کے دونوں جانب سے 3 کو تفریق کر لیا

جائے تاکہ مساوات متوازن رہے۔

We have, $x + 3 = 7$

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$x = 7 - 3 \dots\dots\dots (2)$$

$$x = 4$$

Thus, $x = 4$.

From (1) and (2) it is clear that removing '+3' from LHS is equivalent to 'subtracting 3' from the RHS. That means '+3' on LHS transposes as '-3' to RHS.

Check: Substitute '4' for 'x' and check whether LHS = RHS.

$$\text{LHS} = x + 3$$

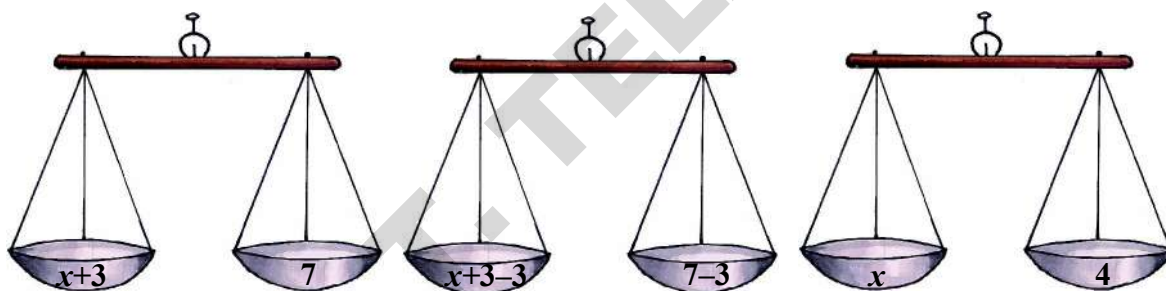
$$= 4 + 3 \quad (\text{substituting } x = 4)$$

$$= 7$$

$$\text{RHS} = 7$$

Thus, LHS = RHS.

Let us also understand the above solution with a weighing balance:



Example 2 : Solve $y - 7 = 9$

Solution : $y - 7 = 9 \dots\dots\dots (1)$

Here the L.H.S of the equation = $y - 7$

So to get the value of 'y' we have to add 7 on both sides of the equation.

Therefore, $y - 7 + 7 = 9 + 7$

$$y = 9 + 7 \dots\dots\dots (2)$$

$$y = 16$$

Thus, $y = 16$.

From (1) and (2) it is clear that '-7' on LHS transposing to RHS as '+7'.

Check : Substitute '16' for 'y' and check whether LHS = RHS.

مساوات (1) اور (2) سے یہ بات واضح ہوجاتی ہے کہ RHS میں +3 کرنا LHS میں سے -3 کے برابر ہوگا۔ یعنی LHS میں سے 3 کی کمی مساوات کی دوسری جانب RHS میں +3 میں تبدیل ہوجائیگی۔

دیا گیا ہے کہ $x + 3 = 7$

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$\textcircled{2} \dots\dots\dots x = 7 - 3$$

لہذا $x = 4$

جانچ: x کے مقام پر 4 درج کر کے مساوات کی جانچ کیجئے کہ آیا LHS = RHS

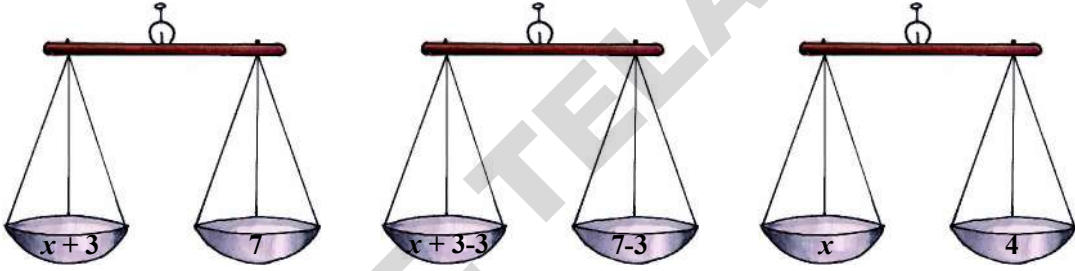
$$\text{LHS} = x + 3 \quad \text{RHS} = 7$$

$$= 4 + 3$$

$$= 7$$

$$\text{LHS} = \text{RHS} \text{ اسلئے}$$

مذکورہ بالا حل کو عام ترازو کی مدد سے بھی تفہیم کر سکتے ہیں۔



مثال 2:- $y - 7 = 9$ حل کیجئے۔

$$\textcircled{1} \dots\dots\dots y - 7 = 9 \quad \text{حل:-}$$

یہاں پر مساوات کی بائیں جانب (LHS) میں $y - 7$ ہے۔

لہذا 'y' کی قدر کو حاصل کرنے کے لئے مساوات کی دونوں جانب 7 جمع کرنا چاہئے۔

$$y - 7 + 7 = 9 + 7$$

$$\textcircled{2} \dots\dots\dots y = 9 + 7$$

$$y = 16$$

لہذا $y = 16$

جانچ کیجئے: y کی قدر 16 درج کرتے ہوئے جانچ کیجئے کہ آیا LHS = RHS

مساوات 1 اور 2 کی مدد سے یہ بات واضح ہوجاتی ہے کہ RHS میں -7 سے LHS میں جا کر +7 میں تبدیل ہوجاتا ہے۔

Example 3 : Solve $5x = -30$

Solution : $5x = -30$ (1)

$$\frac{5x}{5} = \frac{-30}{5} \quad (\text{dividing both sides by } 5)$$

$$x = \frac{-30}{5} \text{ (2)}$$

$$\therefore x = -6$$

From (1) and (2) it is clear that multiplier '5' on LHS transposed to RHS as 'divisor'.

Check: Substitute $x = -6$ in the equation and check whether LHS = RHS.

Example 4 : Solve $\frac{z}{6} = -3$

Solution : $\frac{z}{6} = -3$ (1)

$$6\left(\frac{z}{6}\right) = 6 \times (-3) \quad (\text{multiplying both sides by } 6)$$

$$z = 6 \times (-3) \text{ (2)}$$

$$\therefore z = -18$$

From (1) and (2) it is clear that division '6' on LHS transposed to RHS as 'multiplier 6'.

Check : Substitute $z = -18$ in the equation and check whether LHS = RHS.

Example 5 : Solve $3x + 5 = 5x - 11$

Solution : $3x + 5 = 5x - 11$

$$3x + 5 - 5x = 5x - 11 - 5x \quad (\text{subtracting } 5x \text{ from both sides})$$

$$-2x + 5 = -11$$

$$-2x + 5 - 5 = -11 - 5 \quad (\text{subtracting '5' from both sides})$$

$$-2x = -16$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-16}{-2} \quad (\text{Dividing both sides by '-2'})$$

$$\therefore x = 8$$

Check : Substituting $x=8$ in the equation:

$$\text{LHS} = 3x + 5 = 3(8) + 5 = 24 + 5 = 29$$

$$\text{RHS} = 5x - 11 = 5(8) - 11 = 40 - 11 = 29$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

مساوات 1 اور 2 کی مدد سے یہ بات واضح ہو جاتی ہے کہ LHS میں 5، دائیں جانب RHS میں جا کر تقسیم میں تبدیل ہو جاتا ہے۔

مثال 3:- حل کیجئے $5x = -30$

حل:- ①..... $5x = -30$

$$(دونوں جانب 5 سے تقسیم کرنے پر) \frac{5x}{5} = \frac{-30}{5}$$

$$②..... x = \frac{-30}{5}$$

$$x = -6$$

x کی قیمت -6 درج کر کے جانچ کیجئے کہ آیا LHS = RHS

مثال 4:- حل کیجئے $\frac{z}{6} = -3$

حل:- ①..... $\frac{z}{6} = -3$

$$دونوں جانب 6 سے ضرب دینے پر $6\left(\frac{z}{6}\right) = 6 \times (-3)$$$

$$②..... z = 6 \times (-3)$$

$$z = -18$$

z کی قدر -18 درج کر کے جانچ کیجئے کہ آیا LHS = RHS

مثال 5:- حل کیجئے $3x + 5 = 5x - 11$

$$3x + 5 = 5x - 11 \quad \text{حل:-}$$

دونوں جانب 5x کو تفریق کرنے پر $3x + 5 - 5x = 5x - 11 - 5x$

$$-2x + 5 = -11$$

دونوں جانب 5 کو تفریق کرنے پر $-2x + 5 - 5 = -11 - 5$

$$-2x = -16$$

$$\therefore x = 8 \quad \frac{-2x}{-2} = \frac{-16}{-2} \text{ پر } 2 \text{ کو تقسیم کرنے پر}$$

دی گئی مساوات میں x کی قیمت 8 درج کر کے جانچ کیجئے

$$\text{LHS} = 3x + 5 = 3(8) + 5 = 24 + 5 = 29$$

$$\text{RHS} = 5x - 11 = 5(8) - 11 = 40 - 11 = 29$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$



Thus, in transposing terms from **L.H.S. to R.H.S.**

‘+ quantity’ becomes ‘– quantity’

‘– quantity’ becomes ‘+ quantity’

‘× quantity’ becomes \div quantity

‘ \div quantity’ becomes ‘× quantity’

Example 6 : Solve $12 = x + 3$

Here if 12 is moved from LHS to RHS it becomes -12 and if $x+3$ is moved from RHS to LHS it becomes $-x - 3$.

$$\text{i.e. } -x - 3 = -12$$

Multiplying both sides by -1

$$-1(-x - 3) = -1(-12)$$

$$x + 3 = 12$$

$$\text{Now } x = 12 - 3$$

$$\therefore x = 9$$

Therefore, it is clear that if the terms in both **L.H.S.** and **R.H.S.** of an equation are moved (transposed) from one side to another side, then the equations remain same.



Exercise - 2

1. Solve the following equations without transposing and check your result.

(i) $x + 5 = 9$

(ii) $y - 12 = -5$

(iii) $3x + 4 = 19$

(iv) $9z = 81$

(v) $3x + 8 = 5x + 2$

(vi) $5y + 10 = 4y - 10$

2. Solve the following equations by transposing the terms and check your result.

(i) $2 + y = 7$

(ii) $2a - 3 = 5$

(iii) $10 - q = 6$

(iv) $2t - 5 = 3$

(v) $14 = 27 - x$

(vi) $5(x+4) = 35$

(vii) $-3x = 15$

(viii) $5x - 3 = 3x - 5$

(ix) $3y + 4 = 5y - 4$

(x) $3(x - 3) = 5(2x + 1)$



لہذا علامتیں LHS سے RHS میں اس طرح تبدیل ہوتی ہیں

+ مقدار بائیں جانب جا کر - مقدار میں تبدیل ہوگی

- مقدار بائیں جانب جا کر + مقدار میں تبدیل ہوگی

× مقدار بائیں جانب جا کر ÷ مقدار میں تبدیل ہوگی

÷ مقدار بائیں جانب جا کر × مقدار میں تبدیل ہوگی

مثال 6:- حل کیجئے $12 = x + 3$

حل:- یہاں پر 12 کو LHS سے RHS میں منتقل کرنے پر -12 ہو جائے گا اسی طرح $x + 3$ کو RHS سے LHS کی

جانب لے جانے پر $x - 3$ ہو جائے گا۔

یعنی $-x - 3 = -12$

دونوں جانب -1 سے ضرب دینے پر

$$-1(-x - 3) = -1(-12)$$

$$x + 3 = 12$$

$$x = 12 - 3$$

$$x = 9$$

لہذا اگر مساوات کے دونوں جانب یعنی LHS اور RHS باہم تبدیل ہونے (جابدلی) Transported پر اس کی قدروں میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی۔

مشق - 2



1. جابدلی کئے بغیر حسب ذیل مساوات کو حل کیجئے اور نتائج کی جانچ کیجئے۔

(i) $x + 5 = 9$

(ii) $y - 12 = -5$

(iii) $3x + 4 = 19$

(iv) $9z = 81$

(v) $3x + 8 = 5x + 2$

(vi) $5y + 10 = 4y - 10$

2. جابدلی کرتے ہوئے حسب ذیل مساوات کو حل کیجئے اور نتائج کی جانچ کیجئے۔

(i) $2 + y = 7$

(ii) $2a - 3 = 5$

(iii) $10 - q = 6$

(iv) $2t - 5 = 3$

(v) $4 = 27 - x$

(vi) $5(x+4) = 35$

(vii) $-3x = 15$

(viii) $5x - 3 = 3x - 5$

(ix) $3y + 4 = 5y - 4$

(x) $3(x - 3) = 5(2x + 1)$

3.3 Using simple equations for solving day to day problems.

Look at the following examples:

- (i) The total number of boys and girls in a class is 52. If the number of girls is 10 more than boys, find the number of boys?
- (ii) The present age of Ramu's father is three times that of Ramu. After five years the sum of their ages will be 70 years. Find their present ages.
- (iii) A purse contains ₹ 250 in the denomination of ₹10 and ₹ 50. If the number of ₹10 notes is one more than that of ₹50 notes find the number of notes of each denomination.
- (iv) Length of a rectangle is 8 m less than twice its breadth. The perimeter of the rectangle is 56 m. Find its length and breadth.

Like in all the problems given above, we can use simple equations to solve various problems of day to day life. The following steps can be followed in doing so

Step 1: Read the problem carefully.

Step 2 : Denote the unknown or the quantity to be found with some letters such as x, y, z, u, v, w, p, t .

Step 3: Write the problem in the form of an algebraic equation by making a relation among the quantities.

Step 4: Solve the equation.

Step 5: Check the solution.

Example 7: Total number of the boys and girls in a class is 52. If the number of girls is 10 more than that of boys, find the number of boys?

Solution : Let us assume the number of boys to be x .

The number of girls will be $x + 10$.

$$\begin{aligned}\text{The total number of boys and girls} &= x + (x + 10) \\ &= x + x + 10 \\ &= 2x + 10\end{aligned}$$

According to the question, the total number of boys and girls = 52.

$$\text{Therefore, } 2x + 10 = 52$$

Solving the equation

$$2x = 52 - 10 \text{ (transposing 10 from LHS to RHS)}$$

$$2x = 42$$

$$x = \frac{42}{2} \text{ (transposing 2 from LHS to RHS)}$$

$$\therefore x = 21$$

3.3 روزمرہ زندگی کے مسائل میں الجبری مساوات کا استعمال

حسب ذیل مثالوں پر غور کیجئے۔

(1) کسی جماعت میں جملہ لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد 52 ہے۔ اگر لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد سے 10 زیادہ ہو تو بتلائیے کہ لڑکوں کی تعداد کیا ہوگی۔

(2) شکیل کے والد کی موجودہ عمر شکیل کی عمر کا تین گنا ہے۔ 5 سال بعد اگر دونوں کی عمروں کا مجموعہ 70 سال ہو تو دونوں کی موجودہ عمر بتلائیے۔

(3) ایک پرس میں جملہ رقم -/250 ₹ ہے جو کہ 10 ₹ اور 50 ₹ کے نوٹوں پر مشتمل ہے۔ اگر پرس میں 10 ₹ کے نوٹ 50 کے نوٹ سے ایک زیادہ ہے تو دونوں نوٹوں کی تعداد بتلائیے۔

(4) ایک مستطیل کا طول اس کے عرض کے دو گنے سے 8 میٹر کم ہے، اگر اس مستطیل کا احاطہ 56 میٹر ہو تو اس کے طول اور عرض کی پیمائش کیا ہوگی؟ بتلائیے۔

مذکورہ بالا مسائل میں سادہ مساواتوں کا اطلاق کرتے ہوئے روزمرہ زندگی پر مبنی کئی مسائل کو باسانی حل کیا جاسکتا ہے۔ ان مسائل کے حل کے دوران حسب ذیل اقدامات کو اختیار کرنا چاہئے۔

قدم 1:- مسئلہ کو غور سے پڑھئے

قدم 2:- دریافت طلب مقدار کو یا نامعلوم مقدار کو x, y, z, \dots وغیرہ سے تعبیر کیجئے۔

قدم 3:- مقداروں کے درمیان رشتہ کو جوڑتے ہوئے مسئلہ کو الجبری مساوات میں لکھئے۔

قدم 4:- مساوات کو حل کیجئے۔

قدم 5:- حل کی جانچ کیجئے۔

مثال 7:- جماعت میں لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد 52 ہے۔ اگر لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد سے 10 زیادہ ہو تو بتلائے کہ لڑکوں کی تعداد کیا ہوگی؟

حل:- فرض کیجئے کہ لڑکوں کی تعداد x ہے، تب لڑکیوں کی تعداد $x + 10$ ہوگی

$$x + (x + 10) = \text{جملہ تعداد}$$

$$= x + x + 10$$

$$= 2x + 10$$

سوال کے مطابق جماعت کی جملہ تعداد 52 ہے لہذا

$$2x + 10 = 52$$

مساوات حل کرنے پر

$$2x = 52 - 10 \quad \text{10 کو مساوات کی دوسری جانب جا بدلی کرنے پر}$$

$$2x = 42$$

$$x = \frac{42}{2}$$

2 کو مساوات کی دائیں جانب جا بدلی کرنے پر

$$x = 21$$

Thus, the number of boys = 21

and the number of girls = $21 + 10 = 31$

Check : $21 + 31 = 52$ i.e. the total number of boys and girls is 52.

And $31 - 21 = 10$ i.e. the number of girls is 10 more than the number of boys.

Example 8: The present age of Ramu's father is three times that of Ramu. After five years the sum of their ages would be 70 years. Find their present ages.

Solution : Let Ramu's present age = x years.
Then the present age of his father = $3x$ years.
After 5 years Ramu's age = $x + 5$ years.
His father's age = $3x + 5$ years.
Sum of their ages after 5 years is = $(x + 5) + (3x + 5) = 4x + 10$ years.
According to the problem,
Sum of their ages after 5 years is $4x + 10 = 70$
 $4x = 70 - 10$
 $4x = 60$
 $x = \frac{60}{4} = 15$



Thus, Ramu's present age = 15 years.

Present age of his father = 3×15 years = 45 years.

Check : 45 is three times of 15 i.e., at present Ramu's father is 3 times that of Ramu,

After 5 years Ramu's age = $15 + 5 = 20$ years

After 5 years his father's age = $45 + 5 = 50$ years.

Sum of their ages = $20 + 50 = 70$ years.

Example 9 : A purse contains ₹250 in the denomination of ₹10 and ₹ 50. If the number of ₹10 notes is one more than that of ₹50 notes, find the number of notes of each denomination.

Solution : Let the number of ₹50 notes = x
Then the total value of ₹50 notes = $50x$
Number of ₹ 10 notes = $x + 1$
Then the total value of ₹ 10 notes = $10(x + 1)$

لہذا لڑکوں کی تعداد = 21

اور لڑکیوں کی تعداد = 21 + 10 = 31

جانچ: $21 + 31 = 52$ یعنی لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد 52 ہے۔

اور $31 - 21 = 10$ یعنی لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد کی سے 10 زیادہ ہے۔

مثال 8:- تشکیل کے والد کی موجودہ عمر تشکیل کی عمر کا تین گنا ہے۔ 5 سال بعد اگر دونوں کی عمروں کا مجموعہ 70 سال ہو تو دونوں کی موجودہ عمر بتلائیے۔



حل:- فرض کیجئے کہ تشکیل کی موجودہ عمر = x سال

تب تشکیل کے والد کی عمر = $3x$

5 سال بعد تشکیل کی عمر = $(x + 5)$ سال

5 سال بعد تشکیل کے والد کی عمر = $(3x + 5)$ سال

5 سال بعد دونوں کی عمروں کا مجموعہ = $(x + 5) + (3x + 5) = 4x + 10$

سوال کے مطابق دونوں کی عمروں کا مجموعہ = $4x + 10 = 70$

$$4x = 70 - 10$$

$$4x = 60$$

$$x = \frac{60}{4}$$

$$x = 15 \text{ یا } x = \frac{60}{4}$$

تشکیل کی موجودہ عمر 15 سال ہے

لہذا تشکیل کے والد کی موجودہ عمر = $x = 3 \times 15 = 45$ سال

جانچ:- 15 کا تین گنا 45 ہوتا ہے یعنی تشکیل کے والد کی موجودہ عمر تشکیل کی عمر کا تین گنا ہے۔

5 سال کے بعد تشکیل کی عمر 20 سال = $15 + 5$ اور تشکیل کے والد کی عمر 50 سال = $45 + 5$

ان دونوں کی عمروں کا مجموعہ 70 سال = $20 + 50$

مثال 9:- ایک پرس میں جملہ رقم -/250 ₹ ہے جو کہ -/10 ₹ اور -/50 ₹ کے نوٹوں پر مشتمل ہے۔ اگر پرس میں -/10 ₹ کے

نوٹ -/50 ₹ کے نوٹ سے ایک زیادہ ہے تو دونوں نوٹوں کی تعداد بتلائیے۔

حل:- فرض کیجئے کہ -/50 ₹ کے نوٹوں کی تعداد = x

تب -/50 ₹ کے نوٹوں کی قدر = $50x$

-/10 ₹ کے نوٹوں کی تعداد = $x + 1$

-/10 ₹ کے نوٹوں کی قدر = $10(x + 1)$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{Total value of money} &= 50x + 10(x+1) \\
 &= 50x + 10x + 10 \\
 &= 60x + 10
 \end{aligned}$$

Given, total value of the money that the purse contains = ₹250

Therefore, $60x + 10 = 250$

$$60x = 250 - 10$$

$$60x = 240$$

$$x = \frac{240}{60}$$

$$\therefore x = 4$$

Thus, the number of ₹50 notes = 4

Number of ₹10 notes = 4 + 1 = 5

Check : ₹10 notes (5) are one more than ₹50 notes (4).

$$\begin{aligned}
 \text{Value of the money} &= (50 \times 4) + (10 \times 5) \\
 &= 200 + 50 \\
 &= ₹250
 \end{aligned}$$



Example 10: Length of a rectangle is 8 m less than twice its breadth. If the perimeter of the rectangle is 56 m, find its length and breadth.

Solution : Let the breadth of the rectangle = x m.

Twice the breadth = $2x$ m.

Therefore, its length = $(2x - 8)$ m. (by problem)

Given, the perimeter of the rectangle = 56 m.

Perimeter of the rectangle = 2 (length + breadth)

Thus, perimeter = $2(2x - 8 + x)$ m.

$$= 2(3x - 8) \text{ m.}$$

$$= (6x - 16) \text{ m.}$$

Therefore, $6x - 16 = 56$ (Given data)

$$50x + 10(x + 1) = \text{جملہ رقم کی مقدار}$$

$$50x + 10x + 10 =$$

$$60x + 10 =$$

سوال کے مطابق پرس میں جملہ رقم کی مقدار -/250 ₹ دی گئی ہے

$$\text{لہذا } 60x + 10 = 250$$

$$60x = 250 - 10$$

$$60x = 240$$

$$x = \frac{240}{60}$$

$$x = 4$$

لہذا -/50 ₹ کے نوٹوں کی تعداد = 4

-/10 ₹ کے نوٹوں کی تعداد = 5 = 4 + 1

جانچ:-

-/10 ₹ کے نوٹ (5)، -/50 ₹ کے نوٹوں کی تعداد سے (1) زیادہ ہے

$$\text{روپیوں کی قدر} = 50 \times 4 + 10 \times 5$$

$$200 + 50$$

$$₹ 250/-$$

مثال 10:- ایک مستطیل کا طول اس کے عرض کے دو گنے سے 8 میٹر کم ہے، اگر اس مستطیل کا احاطہ 56 میٹر ہو تو طول اور عرض

کی پیمائش کیا ہوگی؟ بتائیے۔

حل:- فرض کیجئے کہ مستطیل کا عرض = x میٹر

عرض کا دو گنا = $2x$ میٹر

تیب مستطیل کا طول = $(2x - 8)$ میٹر (سوال کے مطابق)

مستطیل کا احاطہ = (عرض + طول) 2

$$= 2(2x - 8 + x)$$

$$= 2(3x - 8)$$

$$= 6x - 16$$

سوال کے مطابق مستطیل کا احاطہ 56 میٹر دیا گیا ہے۔

$$\text{لہذا } 6x - 16 = 56$$

$$6x = 56 + 16$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6}$$

$$\therefore x = 12$$

Breadth of the rectangle = 12 m.

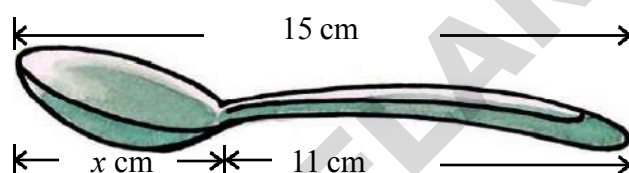
Length of the rectangle = $2 \times 12 - 8 = 16$ m.

Check : Perimeter = $2(\text{length} + \text{breadth}) = 2(16 + 12) = 2 \times 28 = 56$ m.

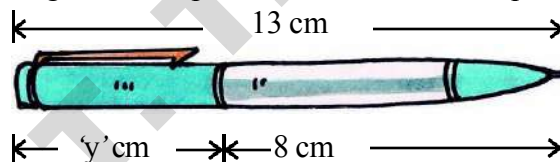


Exercise 3

- 1 Write the information given in the picture in the form of an equation. Also, find 'x' in the following figure.



- 2 Write the information given in the picture in the form of an equation. Also, find 'y' in the following figure.



3. If we add 7 to twice a number, we get 49. Find the number.
 4. If we subtract 22 from three times a number, we get 68. Find the number.
 5. Find the number when multiplied by 7 and then reduced by 3 is equal to 53.
 6. Sum of two numbers is 95. If one exceeds the other by 3, find the numbers.
 7. Sum of three consecutive integers is 24. Find the integers.
 8. Find the length and breadth of the rectangle given below if its perimeter is 72m.

$$5x + 4$$



9. Length of a rectangle exceeds its breadth by 4 m. If the perimeter of the rectangle is 84 m, find its length and breadth.

$$6x = 56 + 16$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6}$$

$$\therefore x = 12$$

مستطیل کا عرض = 12 میٹر

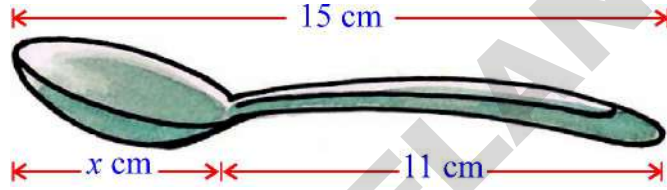
$$2x - 8 = 2 \times 12 - 8 = 16 = \text{مستطیل کا طول}$$

$$2(16 + 12) = 2 \times 28 = 56 \text{ میٹر} = \text{مستطیل کا احاطہ}$$

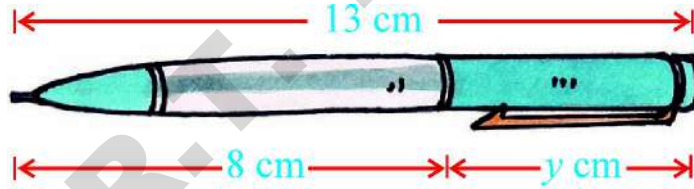
مشق - 3



1. تصویر کی اساس پر دی گئی اطلاعات کو مساوات کی شکل میں لکھئے ساتھ ہی ساتھ شکل میں دیئے گئے "x" کی قدر معلوم کیجئے۔



2. تصویر کی اساس پر دی گئی اطلاعات کو مساوات کی شکل میں لکھئے ساتھ ہی ساتھ شکل میں دیئے گئے "y" کی قدر معلوم کیجئے۔



3. کسی عدد کے دُگنے میں 7 کا اضافہ کرنے پر 49 حاصل ہوتا ہے تو عدد معلوم کیجئے۔
4. اگر کسی عدد کے تین گنا سے 22 تفریق کرنے پر 68 حاصل ہوتا ہے تب عدد معلوم کیجئے۔
5. کسی عدد کو 7 سے ضرب دے کر محاصل میں 3 کی کمی کرنے پر 53 حاصل ہوتا ہے تو عدد معلوم کیجئے۔
6. دو اعداد کا مجموعہ 95 ہے۔ اگر ایک عدد دوسرے عدد سے 3 زیادہ ہے تو اعداد معلوم کیجئے۔
7. اگر تین متواتر صحیح اعداد کا مجموعہ 24 ہے تب صحیح اعداد معلوم کیجئے۔
8. مستطیل کے طول اور عرض ذیل میں دیئے گئے ہیں اگر اس کا احاطہ 72 میٹر ہو تو مستطیل کا طول اور عرض معلوم کیجئے۔

$$5x + 4$$



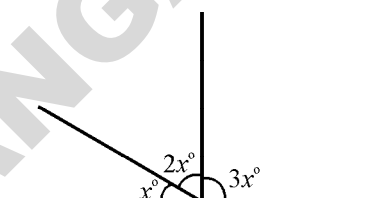
$$x - 4$$

9. مستطیل کا طول اس کے عرض سے 4 میٹر زیادہ ہے۔ اگر مستطیل کا احاطہ 84 میٹر ہو تو طول اور عرض معلوم کیجئے۔

10. After 15 years, Hema's age will become four times that of her present age. Find her present age.
11. A sum of ₹ 3000 is to be given in the form of 63 prizes. If the prize money is either ₹ 100 or ₹ 25. Find the number of prizes of each type.
12. A number is divided into two parts such that one part is 10 more than the other. If the two parts are in the ratio 5:3, find the number and the two parts.
13. Suhana said, “multiplying my number by 5 and adding 8 to it gives the same answer as subtracting my number from 20”.
Find Suhana's number.
14. The teacher tells in the class that the highest marks obtained by a student in her class is twice the lowest marks plus 7. The highest mark scored by the student is 87. What is the lowest mark scored by the student?
15. In adjacent figure, find the magnitude of each of the three angles formed?



(Hint: Sum of all angles at a point on a line is 180°)



16. Solve the following riddle:

I am a number

Tell my identity.

Take me two times over

And add a thirty six.

To reach a century

You still need four.



Looking Back

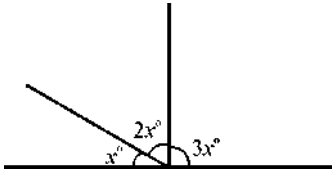
- Simple equations help in solving various problems in daily life.
- For balancing an equation we
 - (i) add the same number on both the sides or
 - (ii) subtract the same number form both the sides or
 - (iii) multiply both sides with the same number or
 - (iv) divides both the sides by the same number, so that the equality remains undisturbed.
- If the LHS and the RHS are interchanged, then the equation remains same.



10. 15 سال بعد شاہین کی عمر موجودہ عمر کا 4 گنا ہوگی، تو شاہین کی موجودہ عمر بتائیے۔
11. 63 انعامات تقسیم کرنے کے لئے -/3000 ₹ دیئے گئے ہیں، اگر انعام کی قیمت بحساب -/25 ₹ یا -/100 ₹ ہو تب ہر زمرہ کے انعامات کی تعداد معلوم کیجئے۔



12. اگر کسی عدد کو دو حصوں میں اس طرح تقسیم کیا گیا کہ ایک حصہ دوسرے حصہ کا 10 زیادہ ہے۔ اگر یہ دو اعداد 5:3 کی نسبت میں ہوں تب عدد معلوم کیجئے اور حصوں کو بھی معلوم کیجئے۔
13. آفرین نے کہا کہ ”میرے پاس موجود عدد کو 5 سے ضرب دے کر اس میں 8 جمع کرنے پر جو عدد حاصل ہوتا ہے، وہی عدد میرے پاس موجود عدد میں سے 20 کو تفریق کرنے پر حاصل ہوتا ہے تو بتائیے کہ آفرین کے پاس کونسا عدد تھا؟
14. ٹیچر نے کہا کہ ”میری جماعت میں اعلیٰ نشانات حاصل کرنے والا طالب علم، کم نشانات حاصل کرنے والے طالب علم کے ڈگنے سے 7 زیادہ ہے اگر اعلیٰ نشانات 87 ہو تو کم نشانات ہوں گے۔



15. متضد شکل میں دکھائے گئے ہر زاویہ کی پیمائش قدر معلوم کیجئے۔

(اشارہ: خط مستقیم پر تمام زاویوں کا مجموعہ 180 ہوتا ہے)

16. حسب ذیل پہیلی کو سلجھائیں۔

| | | | |
|------|----------|----------|--------|
| میں | ایک | عدد | ہوں |
| مجھے | بوجھو | تو | جانوں |
| مجھ | کو | دگنا | کردیں |
| پھر | 36 | کا اضافہ | کردیں |
| 100 | تک | | پہنچے |
| آپ | کو ضرورت | ہوگی | چار کی |

ہم نے کیا سیکھا:



- ☆ روزمرہ زندگی پر مبنی مختلف مسائل کے حل میں سادہ مساواتیں مدد و معاون ثابت ہوتے ہیں۔
- ☆ مساوات کو متوازن کرنے کے لئے ہم کو یہ کرنا چاہئے۔
- (i) مساوات کی دونوں جانب ایک ہی عدد کو جمع کریں (یا)
- (ii) مساوات کی دونوں جانب ایک ہی عدد کو تفریق کریں (یا)
- (iii) مساوات کی دونوں جانب ایک ہی عدد سے ضرب دیں (یا)
- (iv) مساوات کی دونوں جانب ایک ہی عدد سے تقسیم کریں تاکہ مساوات میں کوئی تبدیلی واقع نہ ہو۔
- ☆ LHS (بائیں ہاتھ کی جانب) اور RHS (دائیں ہاتھ کی جانب) کو باہم تبدیل کرنے پر مساوات میں کوئی فرق نہیں ہوگا۔



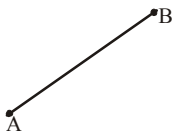
4.0 Introduction

You have learnt some geometrical ideas in previous classes. Let us have fun trying some thing we have already done.



Exercise - 1

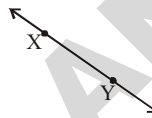
1. Name the figures drawn below.



(i)



(ii)



(iii)



(iv)

2. Draw the figures for the following.

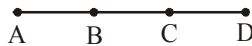
(i) \overline{OP}

(ii) Point X

(iii) \overline{RS}

(iv) \overleftrightarrow{CD}

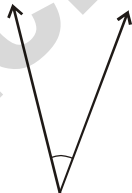
3. Name all the possible line segments in the following figure.



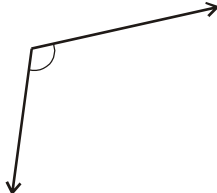
4. Write any five examples of angles that you have observed around.

Example : The angle formed when a scissor is opened.

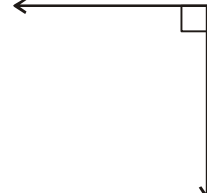
5. Identify the following given angles as acute, right or obtuse.



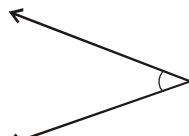
(i)



(ii)



(iii)



(iv)



(v)

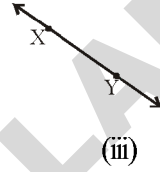
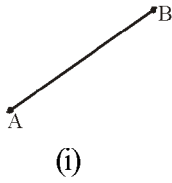
4.0- تمہید:-

ہم پچھلی جماعتوں میں جیومیٹری کے بنیادی اصول کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ ہم نے جو سیکھا ہے آئیے اُن کا اعادہ کریں۔

مشق - 1



1- مندرجہ ذیل اشکال کے نام دیجیے۔



2- مندرجہ ذیل کے اشکال بنائیے۔

(i) \overline{OP} (ii) نقطہ X (iii) \overline{RS} (iv) \overline{CD}

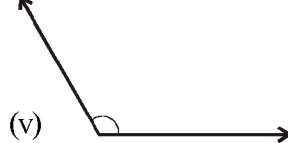
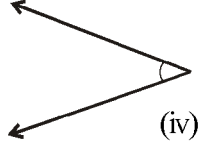
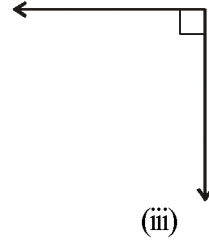
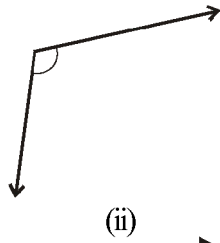
3- دیئے گئے خطی قطعہ میں ممکنہ خطی قطعات کے نام دیجیے۔



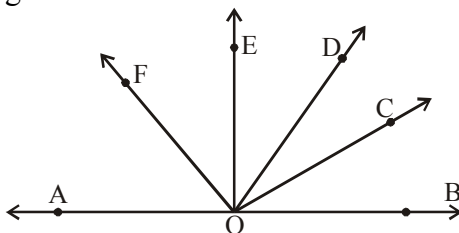
4- ان زاویوں کی کوئی پانچ مثالیں دیجیے جن کا آپ نے ماحول میں مشاہدہ کیا ہے۔

مثال:- قینچی کو مکمل کھولنے پر بننے والا زاویہ

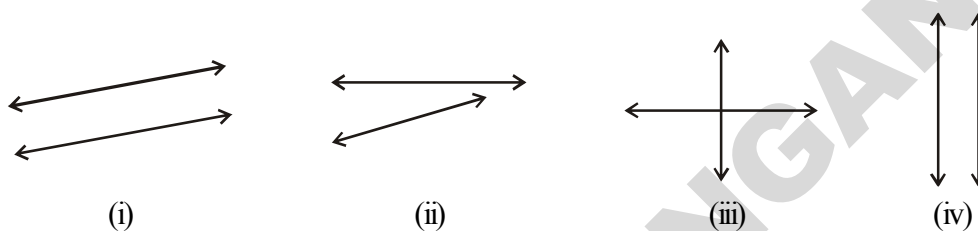
5- مندرجہ ذیل زاویوں میں زاویہ حادہ، زاویہ قائمہ اور زاویہ منفرجہ کی شناخت کیجیے۔



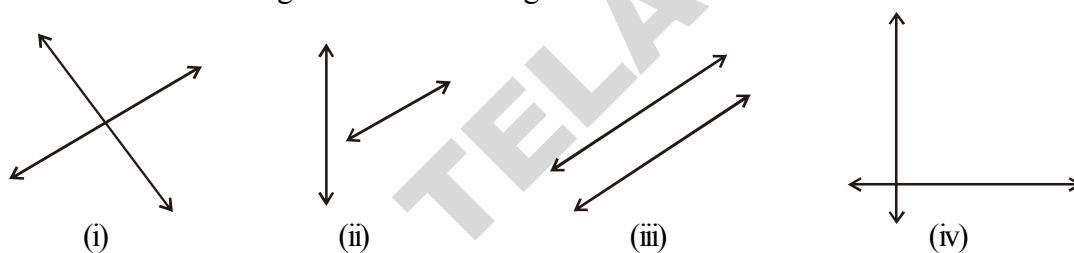
6. Name all the possible angles you can find in the following figure. Which are acute, right, obtuse and straight angles?



7. Which of the following pairs of lines are parallel? Why?



8. Which of the following lines are intersecting?



4.1 Learning about Pairs of Angles

We have learnt how to identify some angles in the previous chapter. Now we will learn about some more angles as well as various pairs of angles.

4.1.1 Complementary Angles

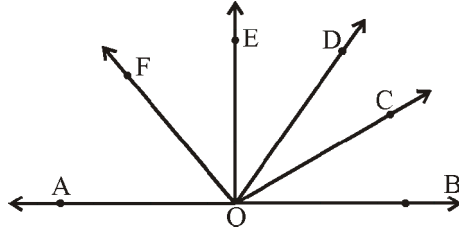
When the sum of two angles is equal to 90° , the angles are called complementary angles.



These are complementary angles, as their sum is $30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$.

We can also say that the complement of 30° is 60° and the complement of 60° is 30° .

6- مندرجہ ذیل شکل میں ممکنہ بننے والے زاویے جیسے، زاویہ حادہ، زاویہ منفرجہ، زاویہ قائمہ اور زاویہ مستقیم کے نام لکھئے۔



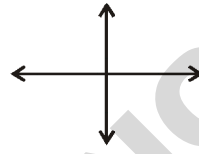
7- حسب ذیل میں کونسے خطوط کی جوڑیاں متوازی ہیں؟ اور کیوں؟



(i)



(ii)

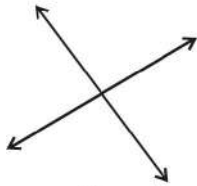


(iii)

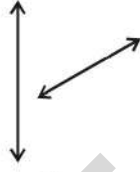


(iv)

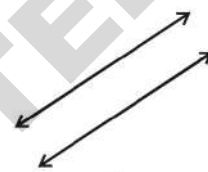
8- حسب ذیل میں کونسے خطوط قاطع خطوط ہیں۔



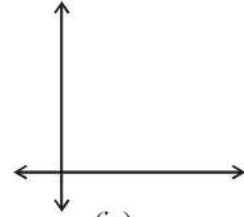
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

4.1 زاویوں کے جوڑیوں کے متعلق سیکھنا

ہم پچھلے باب میں زاویوں کی شناخت کے بارے میں سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم مزید چند زاویوں اور ان کے مختلف جوڑیوں کے بارے میں سیکھیں گے۔

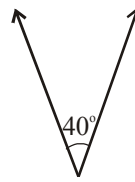
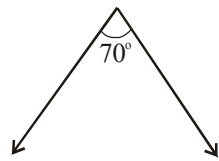
4.1.1 اتمائی زاویے (Complementary Angles)

اگر کسی دو زاویوں کا مجموعہ 90° ہو تو ان زاویوں کو اتمائی زاویے کہتے ہیں۔



یہ اتمائی زاویے ہیں چونکہ ان کا مجموعہ $30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ ہے۔

اور ہم ان کو اس طرح بھی کہہ سکتے ہیں، 30° کا تہہ 60° ہے اور 60° کا تہہ 30° ہے۔



In the above figures, the sum of the two angles is $70^\circ + 40^\circ \neq 90^\circ$. Thus, these angles are not a pair of complementary angles.



Try This

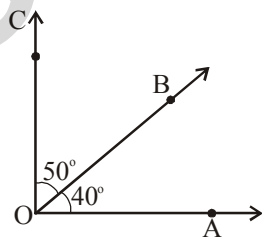
Draw any five pairs of complementary angles of your choice.

Do This

Draw an angle $\angle AOB = 40^\circ$. With the same vertex 'O' draw $\angle BOC = 50^\circ$, taking \overline{OB} as initial ray as shown in the figure.

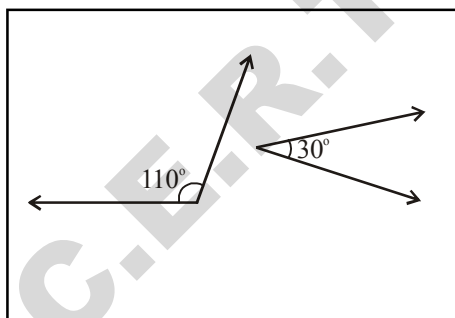
Since the sum of these angles is 90° , they together form a right angle.

Take another pair 60° and 50° and join in the same way. Do they form complementary angles? Why?

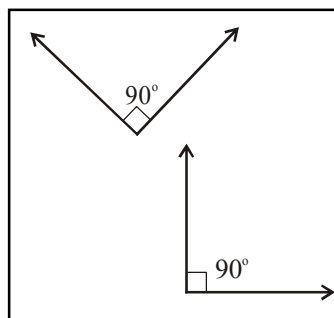


Exercise - 2

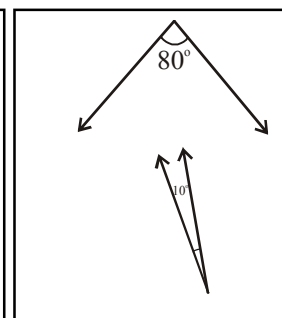
- Which of the following pairs of angles are complementary?



(i)

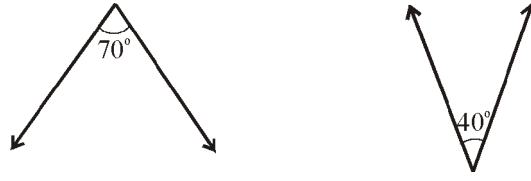


(ii)



(iii)

- Find the complementary angles of the following.
 - 25°
 - 40°
 - 89°
 - 55°
- Two angles are complement to each other and are also equal. Find them.
- Manasa says, "Each angle in any pair of complementary angles is always acute". Do you agree? Give reasons.

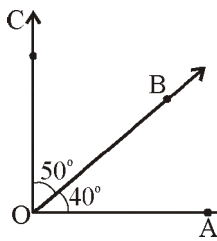


اوپر دی گئی اشکال میں دو زاویوں کا مجموعہ $70^\circ + 40^\circ \neq 90^\circ$ کے اس لیے یہ زاویوں کے جوڑ اتمامی زاویوں کے جوڑ نہیں ہیں۔

کوشش کیجیے: آپ اپنے پسندیدہ اتمامی زاویوں کی پانچ جوڑیاں لکھئے۔



یہ کیجیے

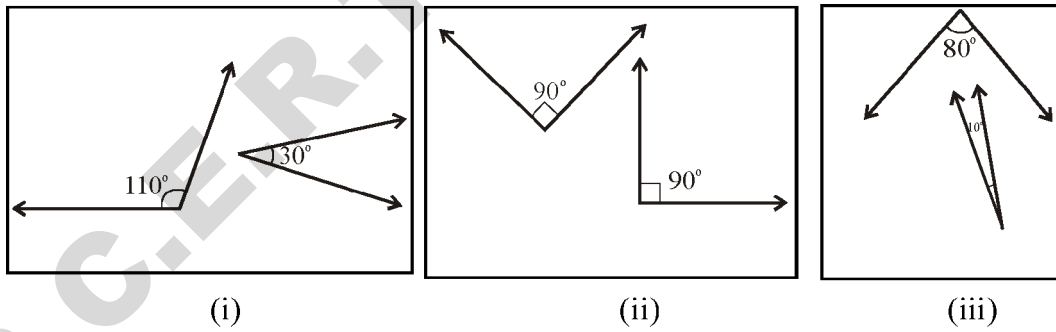


بتلائیے کہ ایک زاویہ $\angle AOB = 40^\circ$ بنائیے اسی راس 'O' سے $\angle BOC = 50^\circ$ اس طرح بنائیے کہ \overline{OB} اس کی ابتدائی شعاع ہے جیسا کہ شکل میں دیا گیا ہے چونکہ ان دو زاویوں کا مجموعہ 90° ہے۔ یہ دونوں زاویے ایک زاویہ قائمہ بناتے ہیں۔ ایک دوسری جوڑی 60° اور 50° لے کر ان کو شکل کی طرح جوڑیے کیا یہ اتمامی زاویہ بناتے ہیں۔ کیوں؟ اور کیوں نہیں؟

مشق - 2



1- ان میں کونسے زاویوں کے جوڑ اتمامی زاویہ بناتے ہیں



2- حسب ذیل کے اتمامی زاویے معلوم کیجیے۔

(i) 25° (ii) 40° (iii) 89° (iv) 55°

3- دو زاویوں کا مجموعہ اتمامی ہے اور آپس میں ایک دوسرے کے مساوی ہیں، زاویے معلوم کیجیے۔

4- نازنین کہتی ہے کہ ”اتمامی زاویہ کی جوڑ کا ہر ایک زاویہ ہمیشہ حادہ زاویہ ہوتا ہے“ کیا آپ اس بات سے متفق ہیں۔ وجہ بتائیے۔

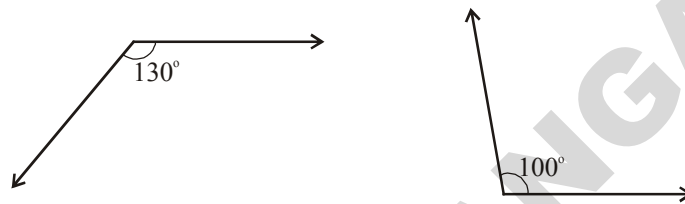
4.1.2 Supplementary Angles

When the sum of two angles are equal to 180° , then the angles are called supplementary angles.



The above pair of angles are supplementary as their sum is 180° i.e. $120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$.

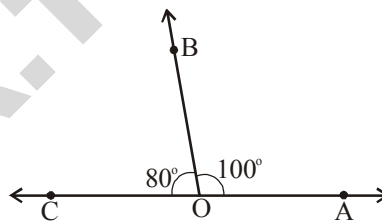
We say that the supplement of 120° is 60° and the supplement of 60° is 120° .



130° and 100° angles are not a pair of supplementary angles. Why?

Do This

Draw an angle $\angle AOB = 100^\circ$. With the same vertex O, draw $\angle BOC = 80^\circ$ such that \overline{OB} is common to two angles.



You will observe that the above angles form a straight angle i.e. 180° .

Thus, the angles 100° and 80° are supplementary to each other.

Are 130° and 70° supplementary angles? Why?



Try This

Write any five pairs of supplementary angles of your choice.

4.1.2 تکمیلہ زاویے (تمامی زاویے): (Supplementary Angles)

اگر کسی دو زاویوں کا مجموعہ 180° ہو تب وہ زاویے تمامی (تکمیلہ زاویے) کہلاتے ہیں۔



یہ جوڑ تکمیلہ زاویے بناتے ہیں اور ان کا مجموعہ $120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ ہے ہم کہہ سکتے ہیں کہ 60° کا تکمیلہ زاویہ 120° ہے اور 120° کا تکمیلہ زاویہ 60° ہے۔



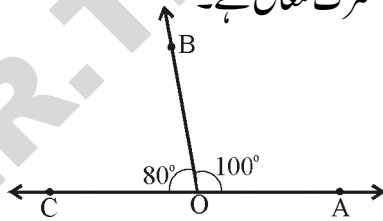
130° اور 100° تکمیلہ زاویوں کا جوڑ نہیں ہے۔ کیوں؟

یہ کیجیے



ایک زاویہ $\angle AOB = 100^\circ$ بنائیے اسی راس "O" سے $\angle BOC = 80^\circ$

اس طرح کھینچیے کہ \overline{OB} دو زاویوں کی مشترک شعاع ہے۔



آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ اوپر کے زاویے ایک زاویہ مستقیم 180° بناتے ہیں۔

اس طرح بننے والا زاویہ "زاویہ مستقیم" کہلاتا ہے۔

اس طرح دو زاویے 100° اور 80° ایک دوسرے کے تکمیلہ زاویے ہیں۔

کیا 130° اور 70° تکمیلہ زاویے ہیں؟ کیوں؟ کیوں نہیں۔

کوشش کیجیے:

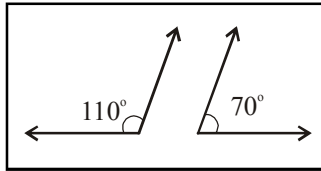
آپ اپنے پسند کے کوئی پانچ تکمیلہ زاویوں کے جوڑ لکھئے۔



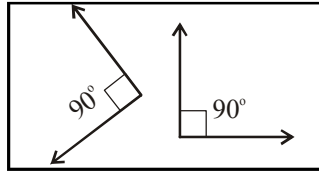


Exercise - 3

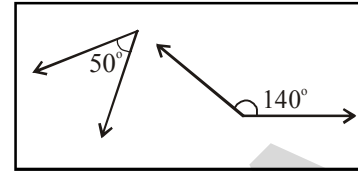
1. Which of the following pairs of angles are supplementary?



(i)



(ii)



(iii)

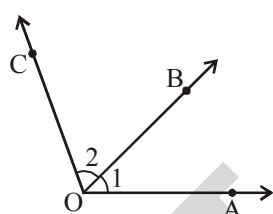
2. Find the supplementary angles of the given angles.

(i) 105° (ii) 95° (iii) 150° (iv) 20°

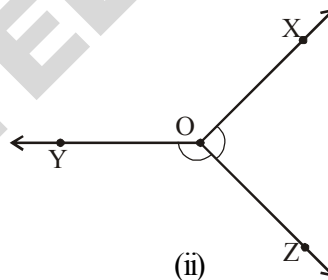
3. Two acute angles cannot form a pair of supplementary angles. Justify.
 4. Two angles are equal and supplementary to each other. Find them.

4.1.3 Adjacent Angles

The angles having a common arm and a common 'vertex' are called as adjacent angles.



(i)

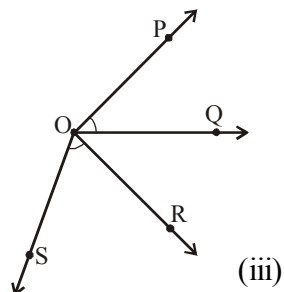


(ii)

The angles $\angle AOB$ and $\angle BOC$ in Figure (i) are adjacent angles, as they have a common vertex 'O' and common arm \overline{OB} .

Are the angles in Figure (ii) adjacent angles? If yes, which is the common vertex and which is the common arm?

Now, look at figure (iii).



(iii).

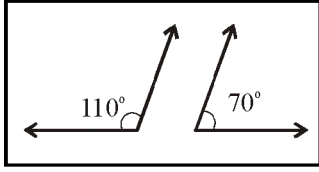
Are $\angle QOP$ and $\angle SOR$ adjacent angles. Why?

Which angles are adjacent to each other in the above figure?

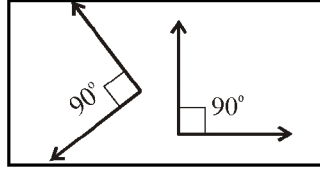
Why do you think they are adjacent angles?



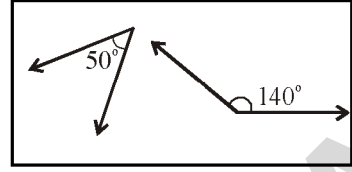
1- ان میں سے کونسے جوڑے تکمیلہ زاویہ بناتے ہیں؟



(i)



(ii)



(iii)

2- مندرجہ ذیل زاویوں کے تکمیلہ زاویے معلوم کیجیے؟

20° (iv)

150° (iii)

95° (ii)

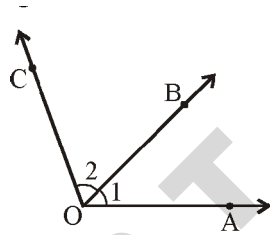
105° (i)

3- دو حادہ زاویے تکمیلہ زاویہ کی جوڑ نہیں بنا سکتے ثابت کیجیے؟

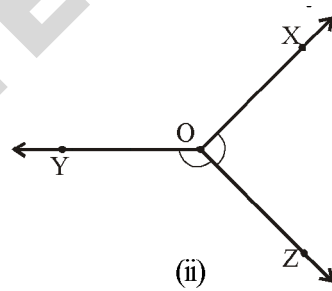
4- دو زاویے مساوی اور ایک دوسرے کے تکمیلہ زاویے ہیں؟ زاویے معلوم کیجیے؟

4.1.3 متصلہ زاویے:

ایسے زاویے جو مشترکہ بازو اور مشترکہ راس پر بننے میں متصلہ زاویے کہلاتے ہیں۔



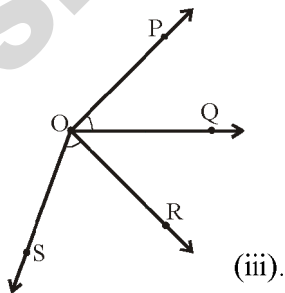
(i)



(ii)

اوپر دی گئی شکل میں (i) $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ متصلہ زاویے ہیں۔ جیسا کہ ان کا مشترکہ راس 'O' ہے اور مشترکہ بازو \overrightarrow{OB} ہے۔

کیا شکل (ii) میں بتائیے گئے زاویے متصلہ زاویے ہیں؟ ان میں کونسا راس اور کونسا بازو مشترک ہے بتائیے۔



(iii).

اب شکل (iii) پر غور کریں۔

کیا $\angle QOP$ اور $\angle SOR$ متصلہ زاویے ہیں؟ کیوں؟ اور کیوں نہیں؟

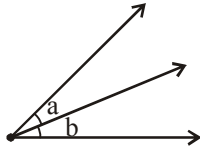
شکل (iii) میں کونسے زاویے متصلہ زاویے ہیں۔

آپ ایسا کیوں سوچتے ہیں کہ یہ متصلہ زاویے ہیں۔

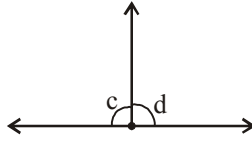


Exercise - 4

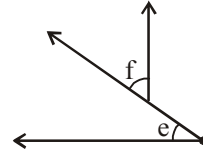
1. Which of the following are adjacent angles?



(i)

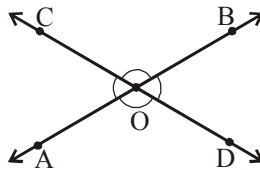


(ii)



(iii)

2. Name all pairs of adjacent angles in the figure. How many pairs of adjacent angles are formed? Why these angles are called adjacent angles?

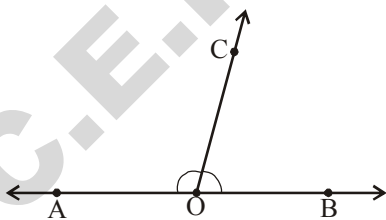


3. Can two adjacent angles be supplementary? Draw figure.
4. Can two adjacent angles be complementary? Draw figure.
5. Give four examples of adjacent angles in daily life.

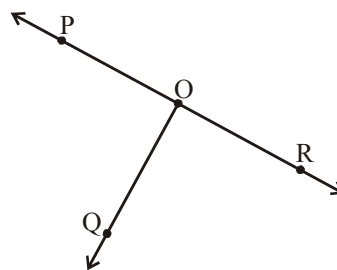
Example : Angles between the spokes at the centre of a cycle wheel.

- (i) _____ (ii) _____
(iii) _____ (iv) _____

4.1.3 (a) Linear Pair



(i)



(ii)

Look at Figure (i). $\angle COA$ and $\angle BOC$ are adjacent angles. What is the sum of these angles?

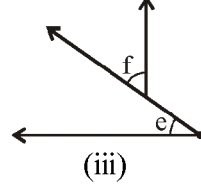
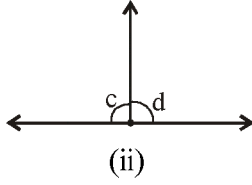
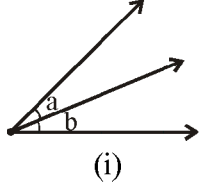
These angles together form a straight angle. Similarly, look at Figure (ii). Do $\angle POQ$ and $\angle QOR$ together form a straight angle?

A pair of adjacent angles whose sum is a straight angle (180°) is called a Linear Pair.

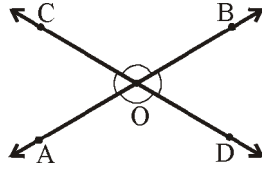
مشق - 4



1- مندرجہ ذیل میں کونسے زاویے متصلہ ہیں؟



2- ذیل میں دی گئی شکل میں بننے والے تمام متصلہ زاویوں کے نام لکھئے۔ کتنے متصلہ زاویے تشکیل پائیں گئے اور یہ زاویے کیوں متصلہ زاویے کہلاتے ہیں؟



3- کیا دو متصلہ زاویے تکمیلہ زاویے ہوتے ہیں؟ شکل بنائیے۔

4- کیا دو متصلہ زاویے اتما می زاویے ہوتے ہیں؟ شکل بنائیے۔

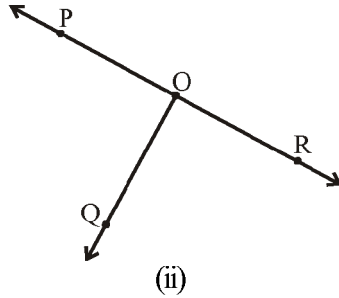
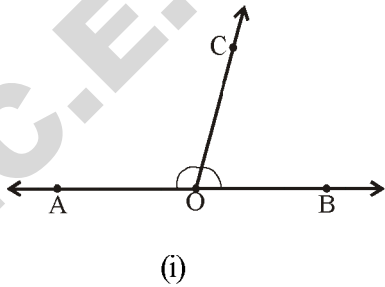
5- کیا آپ نے روزمرہ زندگی میں متصلہ زاویوں کا مشاہدہ کیا ہے؟ چار مثالیں دیجیے۔

مثال:- سیکل کے پہیے کی کاڑیوں کے درمیان بننے والے زاویے۔

(i) _____ (ii) _____

(iii) _____ (iv) _____

4.1.3 (a) خطی جوڑ (Linear Pairs)



شکل (i) پر غور کیجیے $\angle AOC$ اور $\angle BOC$ متصلہ زاویے ہیں۔ ان زاویوں کا مجموعہ کیا ہوگا؟

یہ دونوں زاویے مل کر زاویہ مستقیم بناتے ہیں۔ اسی طرح شکل (ii) پر غور کریں کیا زاویے $\angle POQ$ اور $\angle ROQ$ مل کر

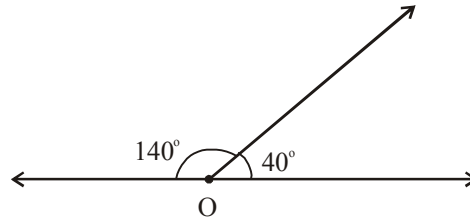
زاویہ مستقیم بناتے ہیں؟

متصلہ زاویوں کا جوڑ جن کا مجموعہ (180°) ہو زاویہ مستقیم کہلاتا ہے۔ اور یہہ جوڑ خطی جوڑ کہلاتے ہیں۔

Do This

Two adjacent angles are 40° and 140° . Do they form a linear pair?

Draw a picture and check. Renu drew the picture like this.

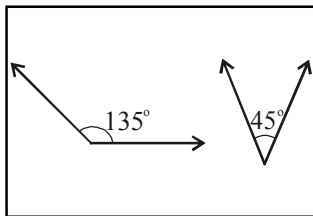


Has she drawn correctly? Do these adjacent angles form a linear pair?

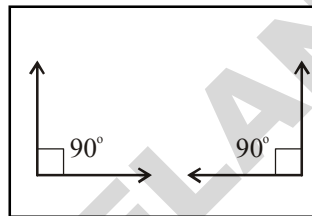


Exercise - 5

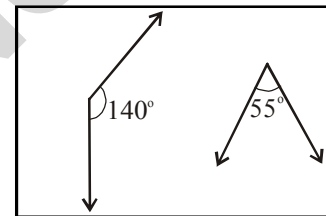
1. Draw the following pairs of angles as adjacent angles. Check whether they form a linear pair.



(i)

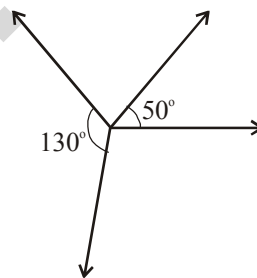


(ii)



(iii)

2. Niharika took two angles 130° and 50° and tried to check whether they form a linear pair. She made the following picture.

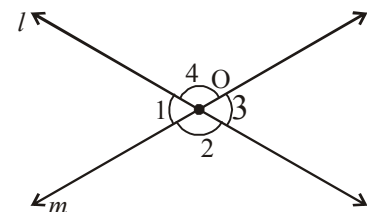


Can we say that these two angles form a linear pair? If not, what is Niharika's mistake?

4.1.4 Vertically Opposite Angles

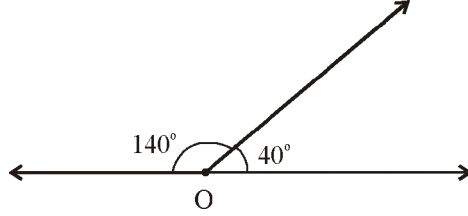
When two lines intersect, the angles that are formed opposite to each other at the point of intersection (vertex) are called vertically opposite angles.

In above figure two lines ' l ' and ' m ' intersect each other at ' O '. Angle $\angle 1$ is opposite to angle $\angle 3$ and the other pair of opposite angles is $\angle 2$ and $\angle 4$. Thus, $\angle 1$, $\angle 3$ and $\angle 2$, $\angle 4$ are the two pairs of vertically opposite angles.





دو متصلہ زاویے 40° اور 140° ہیں۔ کیا یہ خطی جوڑ بناتے ہیں؟
شکل بنائیے اور اس کی جانچ کیجیے۔ عائشہ نے اس طرح ایک شکل کھینچی ہے۔

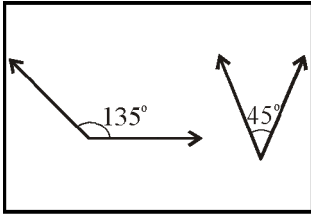


کیا یہ شکل صحیح ہے؟ کیا یہ متصلہ زاویے خطی جوڑ بناتے ہیں؟

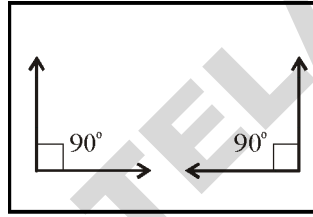
مشق - 5



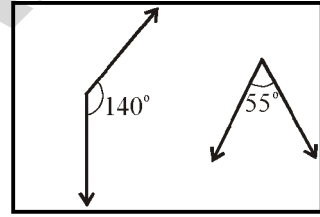
1- مندرجہ ذیل زاویوں کے جوڑ کو متصلہ زاویوں میں ظاہر کیجیے؟ کیا یہ خطی جوڑ بناتے ہیں؟ جانچ کیجئے



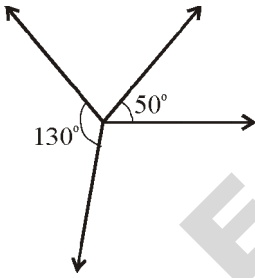
(i)



(ii)



(iii)



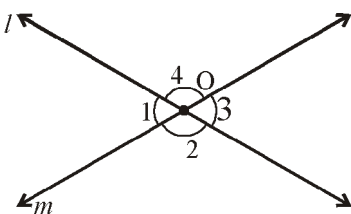
2- انجم 130° اور 50° زاویے لے کر اُس کی جانچ کرتی ہے کہ آیا یہ خطی جوڑ بناتے ہیں یا نہیں؟ وہ مندرجہ ذیل شکل بناتی ہے۔

کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ یہ دو زاویے خطی جوڑ نہیں بناتے؟ اگر نہیں، تو انجم سے کہاں

غلطی سرزد ہوئی۔

4.1.4 متقابل کے راسی زاویے (Vertically Opposite Angles)

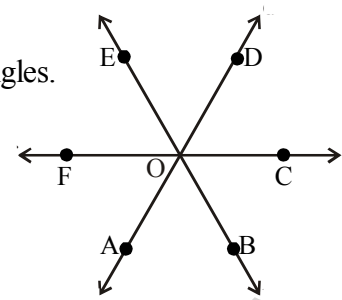
جب دو خطوط آپس میں قطع کرتے ہیں تب، نقطہ تقاطع پر بننے والے متقابل کے زاویے متقابل کے راسی زاویے کہلاتے ہیں۔ شکل میں دو خطوط l اور m نقطہ O پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔



$\angle 1$, $\angle 3$ کا متقابل کا زاویہ ہے، اور اس طرح دوسری جوڑی $\angle 2$ اور $\angle 4$ ہے۔

اس طرح $\angle 1$, $\angle 3$ اور $\angle 2$, $\angle 4$ دو متقابل کے راسی زاویوں کے جوڑ ہیں۔

From the adjacent figure, identify the pairs of vertically opposite angles.



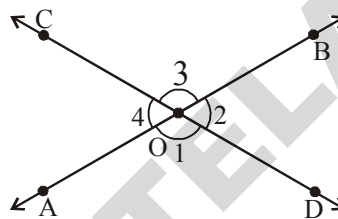
Do This

Draw two lines \overline{AB} and \overline{CD} such that they intersect at point 'O'.

Trace the figure given below on a tracing paper. Place the traced figure over the figure given below and rotate it such that $\angle DOB$ coincides $\angle COA$. Observe the angles $\angle AOD$ and $\angle BOC$ also $\angle COA$ and $\angle DOB$.



You will notice that $\angle AOD = \angle BOC$ and $\angle COA = \angle DOB$.



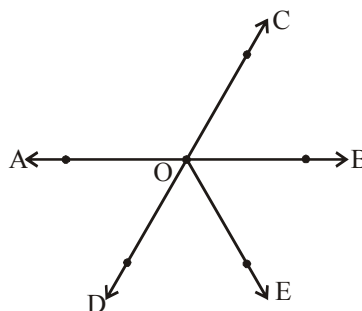
We can conclude that vertically opposite angles are equal.

Note : Take two straws. Fix them at a point 'O' with a pin. Place them such that the straw on top covers the one below. Rotate one of the straws. You will find that they make vertically opposite angles.

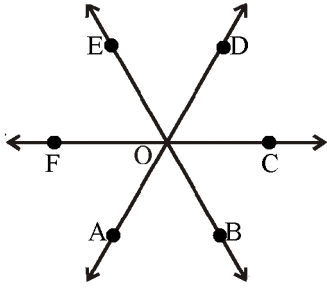


Exercise - 6

1. Name two pairs of vertically opposite angles in the figure.



متصلہ شکل میں کونسے زاویے مقابل کے راسی زاویے ہیں۔



یہ کیجیے



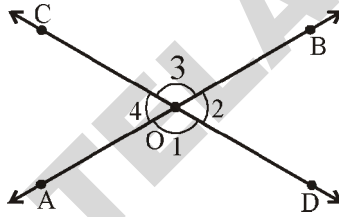
دو قطع خطوط \overline{AB} اور \overline{CD} اس طرح کھینچئے کہ وہ نقطہ O پر قطع کریں۔

ذیل میں دی گئی شکل مومی کاغذ پر اتاریئے۔ اور اس کو اس طرح گھمائیئے کہ

$\angle COA$ ، $\angle BOD$ پر سے منطبق ہو جائے۔

زاویوں کے جوڑ $\angle AOD$ اور $\angle BOC$ اور $\angle COA$ اور $\angle DOB$ کا مشاہدہ کیجیے۔

آپ مشاہدہ کریں گے کہ $\angle COA = \angle DOB$ اور $\angle AOD = \angle BOC$ ہیں۔



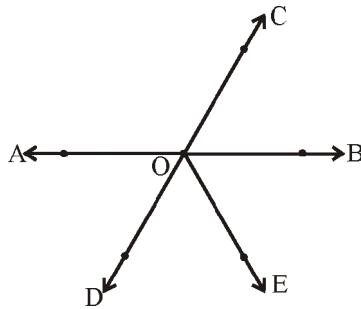
اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ مقابل کے راسی زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

نوٹ:۔ دونلیاں (Straws) لیجیے۔ دونوں کو ایک نقطہ O پر جوڑیئے (پن کی مدد سے) اب ان دونوں کو ایک دوسرے پر اس طرح رکھیں کہ اوپری نکی نچلی پر مکمل طور پر منطبق ہو جائے۔ اب ان نکیوں کو گھمائیئے۔ آپ مشاہدہ کریں گے کہ وہ مقابل کے راسی زاویے بناتے ہیں۔

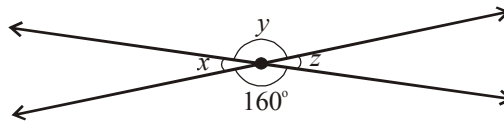
مشق - 6



1۔ دی گئی شکل میں دو جوڑ مقابل کے راسی زاویوں کے نام دیجیے۔



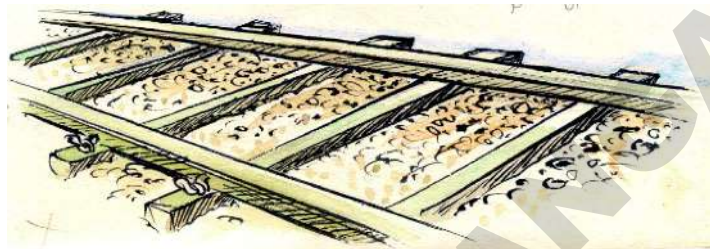
2. Find the measure of x , y and z without actually measuring them.



3. Give some examples of vertically opposite angles in your surroundings.

4.2 Transversal

You might have seen railway track. The following is the example for transversal lines.



A line which intersects two or more lines at distinct points is called a transversal.

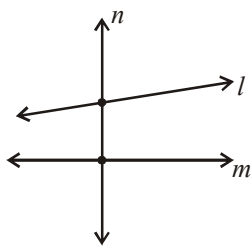


Figure (i)

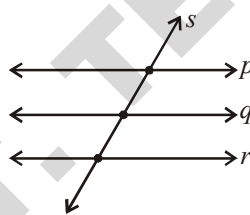


Figure (ii)

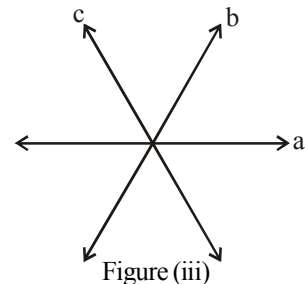


Figure (iii)

In Fig (i) two lines ' l ' and ' m ' are intersected by a line ' n ', at two distinct points.

Therefore, ' n ' is a transversal to ' l ' and ' m '.

In Fig (ii) three lines ' p ', ' q ' and ' r ' are intersected by a line ' s ', at three distinct points.

So, ' s ' is a transversal to ' p ', ' q ' and ' r '.

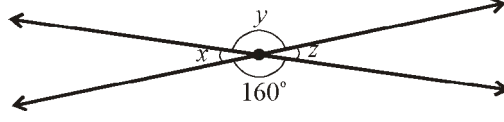
In Fig (iii) two lines ' a ' and ' b ' are intersected by a line ' c '. The point of intersection of ' c ' is the same as that of ' a ' and ' b '. The three lines are thus intersecting lines and none of them is a transversal to the other as no line intersects other two lines at distinct points.



Try This

How many transversals can be drawn for two distinct lines?

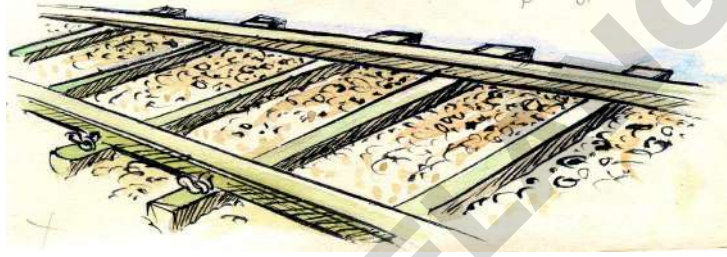
2- x, y, z کی قدر بغیر پیمائش کے معلوم کیجیے؟



3- آپ کے اطراف و اکناف میں بننے والے مقابل کے راسی زاویوں کا مشاہدہ کیجیے۔ اور چند مثالیں دیجیے۔

4.2 عرضی قاطع خط (Transversal)

آپ نے ریل کی پٹریوں کو دیکھا ہوگا۔ دو متوازی خطوط ایک قاطع خط سے قطع ہوتے ہیں، اس کی مثال ریل کی پٹری ہے۔



ایک خط جو دو یا دو سے زیادہ خطوط کو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے، عرضی قاطع خط کہلاتا ہے۔

شکل (i) میں: دو خطوط l اور m اور n سے قطع ہوتے ہیں۔ اسلئے l اور m پر ایک عرضی قاطع خط ہے۔

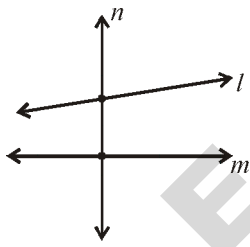


Figure (i)

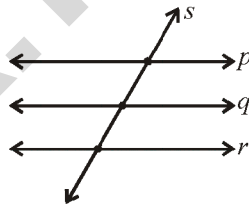


Figure (ii)

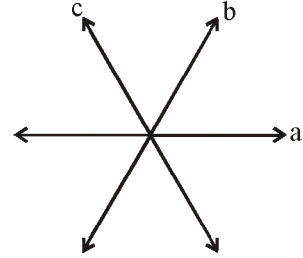


Figure (iii)

شکل (ii) میں: تین خطوط p, q, r اور s کو خط s تین مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے، اسلئے خط s کو عرضی قاطع خط کہا جاتا ہے۔

شکل (iii) میں: دو خطوط a اور b خط c سے قطع ہوتے ہیں خط c کا نقطہ تقاطع خطوط a اور b کا بھی نقطہ تقاطع ہے۔

اس لیے یہ تین خطوط متقاطع خطوط ہیں ان میں سے کوئی بھی عرضی قاطع خط نہیں ہے۔

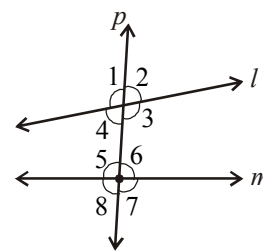
یہ کیجیے:

دو مختلف خطوط سے کتنے قاطع خط کھینچے جاسکتے ہیں؟



4.2.1 Angles made by a transversal

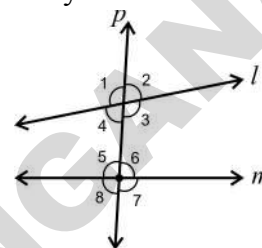
When a transversal cuts two lines, 8 angles are formed. This is because at each intersection 4 angles are formed. Observe the figure.



Here ' l ' and ' m ' are two lines intersected by the transversal ' p '. Eight angles $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$ and $\angle 8$ are formed.

Angles $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ and $\angle 6$, are lying inside ' l ' and ' m '. They are thus called interior angles. The angles $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ and $\angle 8$ are on the outside of the lines ' l ' and ' m '. They are thus called exterior angles.

Look at adjacent figure.



$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ and $\angle 8$ are exterior angles.

$\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ and $\angle 6$ are interior angles.

We have learnt about vertically opposite angles and noted the fact that they are equal.

Renu looked at figure for vertically opposite angles, and said $\angle 1 = \angle 3$ and $\angle 2 = \angle 4$.

Which are the other two pairs of vertically opposite angles?

She said that each exterior angle is paired with an vertically opposite angle which is in the interior. The angles in these pairs are equal. Do you agree with Renu?

Do This

- Identify the transversal in Figure (i) and (ii).

Identify the exterior and interior angles and fill the table given below:

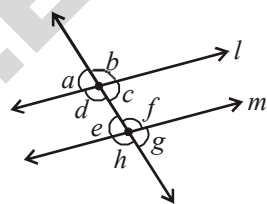


Figure (i)

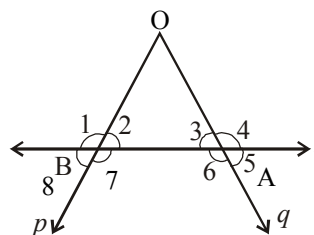
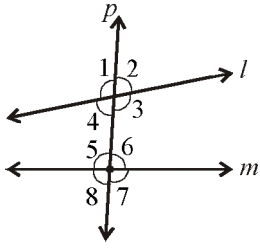


Figure (ii)

| Figure | Transversal | Exterior angles | Interior angles |
|--------|-------------|-----------------|-----------------|
| (i) | | | |
| (ii) | | | |

4.2.1 عرضی قاطع خط سے بننے والے زاویے:

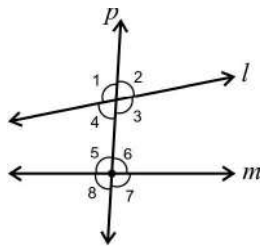


عرضی قاطع خط جب دو خطوط کو قطع کرتا ہے تب 8 زاویے تشکیل پاتے ہیں۔ ہر ایک نقطہ تقاطع پر 4 زاویے بنتے ہیں۔ شکل کا مشاہدہ کیجیے۔

یہاں پر l اور m دو خطوط ہیں جو عرضی قاطع خط p سے قطع ہوتے ہیں۔ اس طرح 8 زاویے $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7, \angle 8$ بنتے ہیں۔

زاویے $\angle 5, \angle 4, \angle 3, \angle 6$ خطوط l اور m کے اندرونی جانب بنتے ہیں۔ اسلئے انکو داخلی زاویے کہتے ہیں۔ $\angle 7, \angle 2, \angle 1$ اور $\angle 8, \angle l$ اور m خطوط کے بیرونی جانب بنتے ہیں۔ اس لئے ان زاویوں کو خارجی زاویے کہتے ہیں۔

متصلہ شکل پر غور کیجیے۔



زاویے $\angle 1, \angle 2, \angle 7$ اور $\angle 8$ خارجی زاویے ہیں۔

زاویے $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ داخلی زاویے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ مقابل کے راسی زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

اس حقیقت کی رو سے عائشہ شکل پر غور کرتی ہے جہاں پر متقابل راسی زاویے ہیں اور کہتی ہے کہ

$$\angle 1 = \angle 3 \text{ اور } \angle 2 = \angle 4$$

مزید کون سے زاویوں کے دو جوڑا انتصابی مقابل کے راسی زاویے ہیں؟

وہ کہتی ہے کہ ہر ایک خارجی زاویہ جوڑا بناتا ہے ایک داخلی مقابل کے زاویے سے، اس طرح کے زاویوں کے جوڑا مساوی ہوتے ہیں۔ کیا آپ عائشہ کے بیان سے متفق ہیں؟

یہ کیجیے



1- شکل (i) اور (ii) میں عرضی قاطع خط کی نشاندہی کیجیے۔

خارجی اور داخلی زاویوں کی نشاندہی کرتے ہوئے۔ ذیل میں دیئے گئے جدول کو پُر کیجیے۔

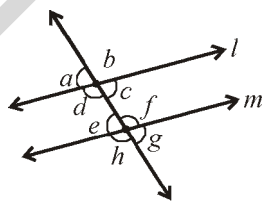


Figure (i)

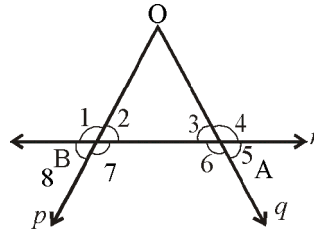
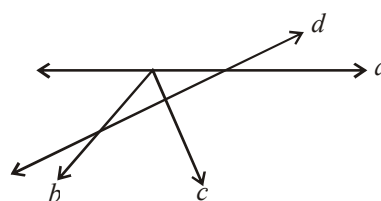
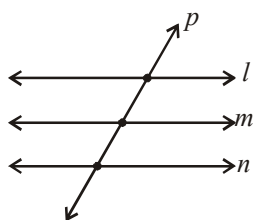


Figure (ii)

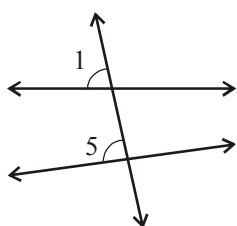
| داخلي زاویے | خارجی زاویے | عرضی قاطع خط | شکل |
|-------------|-------------|--------------|------|
| | | | (i) |
| | | | (ii) |

2. Consider the following lines. Which line is a transversal? Find the number of angles formed and list them. Which are the exterior angles and which are the interior angles?

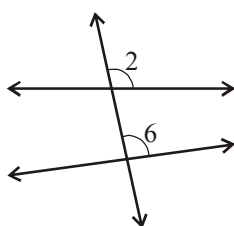


4.2.1 (a) Corresponding Angles

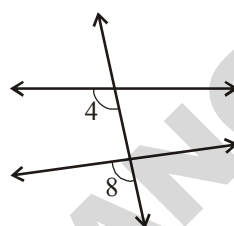
Look at figures (i), (ii), (iii) and (iv) below-



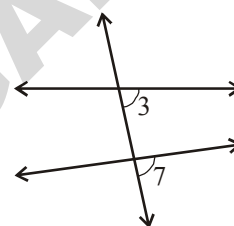
(i)



(ii)



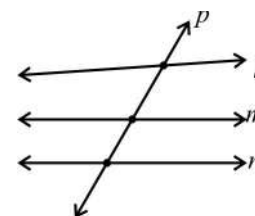
(iii)



(iv)

Consider the pairs of angles $(\angle 1, \angle 5)$, $(\angle 2, \angle 6)$, $(\angle 4, \angle 8)$, $(\angle 3, \angle 7)$. Is there something common among these pairs of angles? These angles lie on different vertices. They are on the same side of the transversal and in each pair one is an interior angle and the other is an exterior angle. Thus, each of the above pair of angles are called corresponding angles.

What happens when a line is transversal to three lines? Which are the corresponding angles in this case? What is the number of exterior and interior angles in this case?



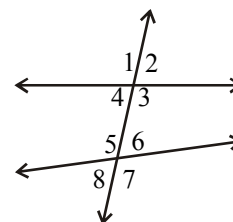
What would happen if number of lines intersected by the transversal becomes 4, 5 and more?

Can you predict the number of exterior and the interior angles that are corresponding to each other?

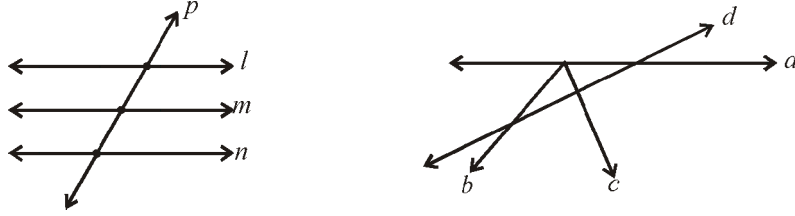
4.2.1 (b) Interior and Exterior Alternate Angles

Look at the adjacent figure. Find the angles which have the following three properties:

- (i) Have different vertices.
 - (ii) Are on the either side of the transversal
 - (iii) Lie 'between' the two lines (i.e. are interior angles).
- Such pairs of angles are called interior alternate angles.

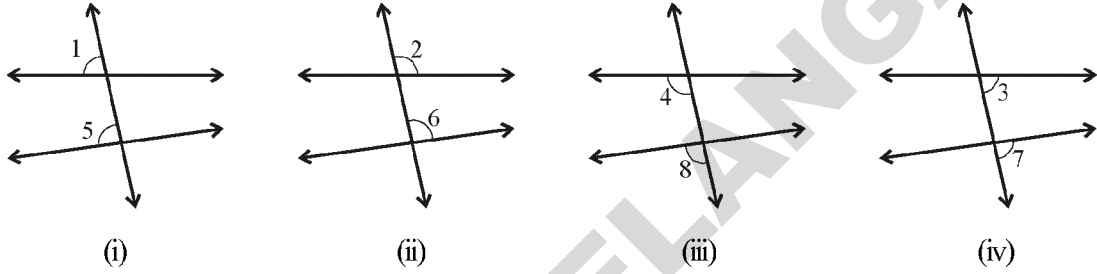


2- ذیل کی خطوط پر غور کیجیے۔ ان میں کونسا خط، عرضی قاطع خط ہے؟ ان میں بننے والے تمام زاویوں کی، اعداد سے نشاندہی کیجیے۔ ان میں کونسے خارجی زاویے ہیں اور کونسے داخلی زاویے ہیں۔



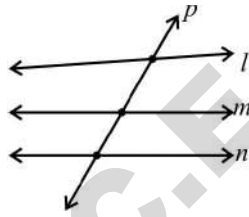
4.2.1(a) نظیری زاویے (Corresponding Angles)

شکل (i)، (ii)، (iii)، (iv) پر غور کیجیے۔



زاویوں کے جوڑ پر غور کیجیے۔ $(\angle 1, \angle 5)$, $(\angle 2, \angle 6)$, $(\angle 4, \angle 8)$, $(\angle 3, \angle 7)$ کیا آپ ان زاویوں کی جوڑ میں کچھ مشترک پاتے ہیں۔ یہ زاویے مختلف راس پر بنے ہیں۔ اور یہ زاویے عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔ اور ان میں ایک زاویہ بیرونی جانب اور ایک اندرونی جانب واقع ہے۔ مندرجہ بالا زاویوں کے جوڑ نظیری زاویے کہلاتے ہیں۔ اگر ایک عرضی قاطع خط تین خطوط کو مختلف نقطوں پر قطع کرتا ہے، تب کیا ہوگا؟ اس صورت میں نظیری زاویے کونسے

ہوں گے؟



اس صورت میں خارجی اور داخلی زاویوں کی تعداد کیا ہوگی؟ 4، 5 خطوط کو اگر ایک عرضی قاطع خط قطع کرتا ہے تو کیا ہوگا؟ کیا آپ ان سے بننے والے خارجی، داخلی اور نظیری زاویوں کا قیاس کر سکتے ہیں؟

4.2.1(b) داخلی اور خارجی متبادلہ زاویے:

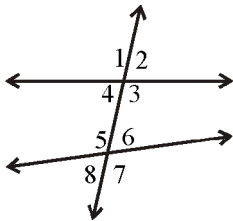
متصلہ شکل پر غور کیجیے۔ ان زاویوں کو بتائیے جن میں مندرجہ ذیل تین خصوصیات پائی جاتی ہیں۔

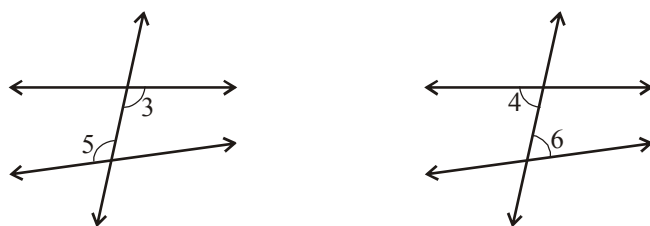
(i) مختلف راس رکھتے ہیں۔

(ii) عرضی قاطع خط کے دونوں جانب واقع ہوتے ہیں۔

(iii) دو خطوط کے درمیان واقع ہوتے ہیں (داخلی زاویے)

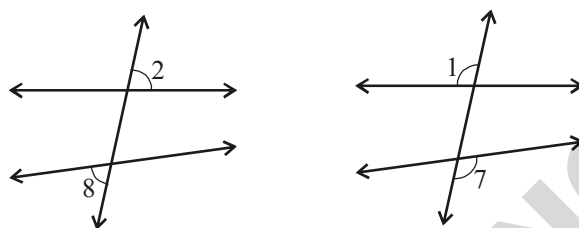
اس طرح کے زاویوں کے جوڑ داخلی متبادلہ زاویے کہلاتے ہیں۔





The pairs of angles ($\angle 3, \angle 5$) and ($\angle 4, \angle 6$) are the two pairs of interior alternate angles.

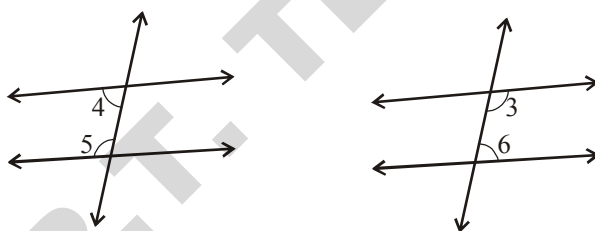
Similarly, you may find two pairs of exterior alternate angles.



The pairs of angles ($\angle 2, \angle 8$) and ($\angle 1, \angle 7$) are called alternate exterior angles.

4.2.1 (c) Interior Angles on the same side of the transversal

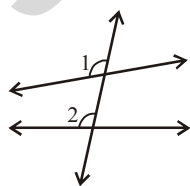
Interior angles can be on the same side of the transversal too.



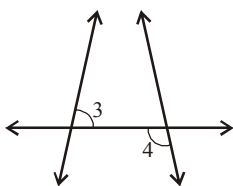
Angles ($\angle 4, \angle 5$) and ($\angle 3, \angle 6$) are the two pairs of interior angles on the same side of the transversal.

Do This

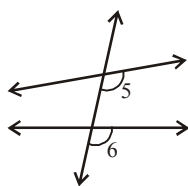
1. Name the pairs of angles in each figure by their property.



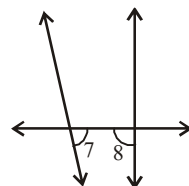
(i)



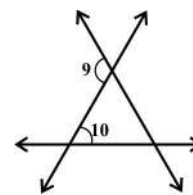
(ii)



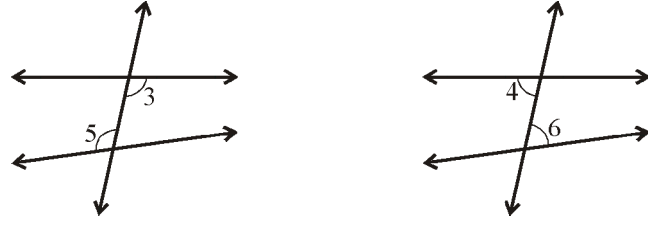
(iii)



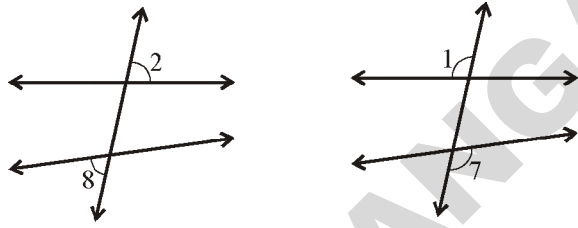
(iv)



(v)



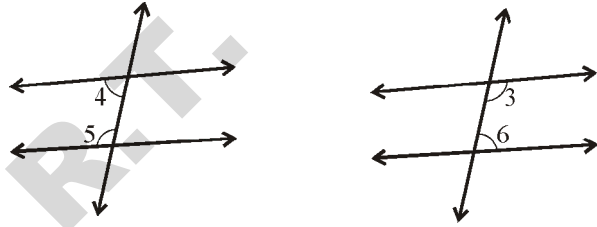
زاویوں کے جوڑے (3, 5) اور (4, 6) داخلی متبادلہ زاویوں کے جوڑے ہیں۔ اسی طرح آپ دو جوڑے خارجی متبادلہ زاویوں کے حاصل کر سکتے ہیں۔



زاویوں کے جوڑے (2, 8) اور (1, 7) خارجی متبادلہ زاویوں کے جوڑے کہلاتے ہیں۔

4.2.1(c) عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب والے داخلی زاویے:

داخلی زاویے عرضی قاطع خط کے ایک جانب شکل میں دئے گئے طریقہ پر پائے جاتے ہیں۔

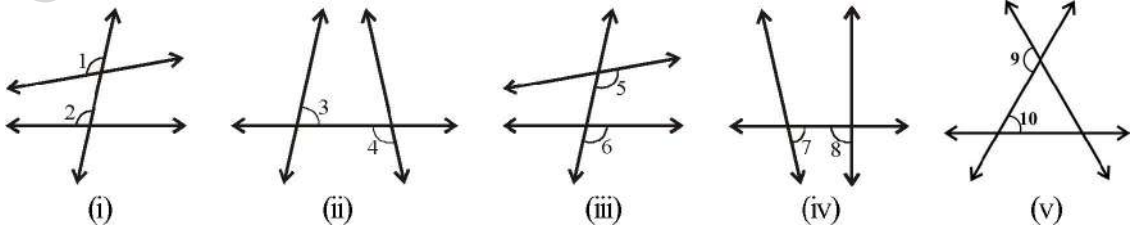


زاویے 4, 5 اور 3, 6 داخلی زاویوں کے جوڑے ہیں۔ جو عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔

یہ کیجیے



1- زاویوں کی خصوصیات کی رو سے ان کے جوڑے کے نام لکھئے۔

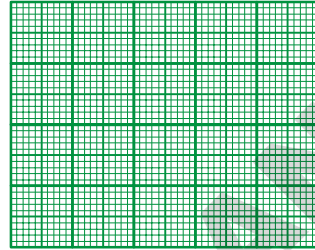
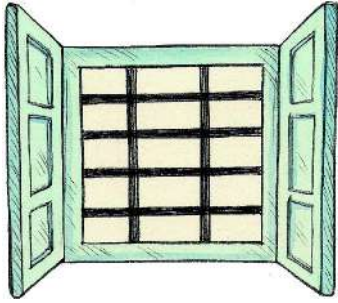


4.2.2 Transversal on parallel lines

You know that two coplanar lines which do not intersect are called parallel lines.

Let us look at transversals on parallel lines and the properties of angles on them.

Look at the pictures.



These give examples for parallel lines with a transversal.

Do This

Take a ruled sheet of paper. Draw two lines ' l ' and ' m ' parallel to each other and draw a transversal ' p ' on these lines.

Label the pairs of corresponding angles as shown in Figures (i), (ii), (iii) and (iv).

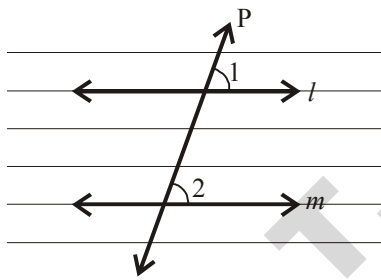


Figure (i)

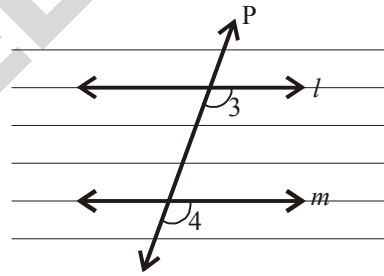


Figure (ii)

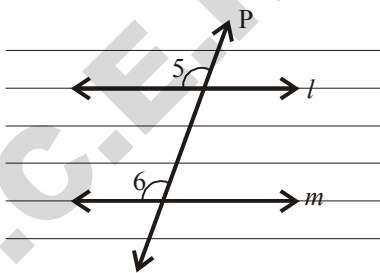


Figure (iii)

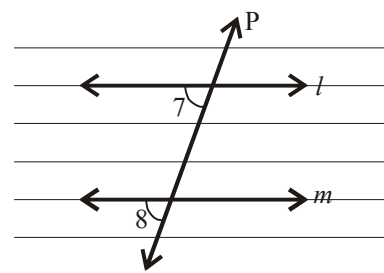


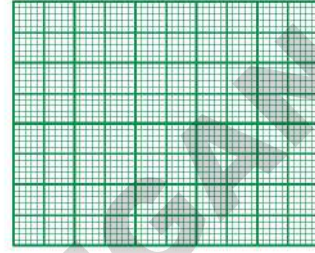
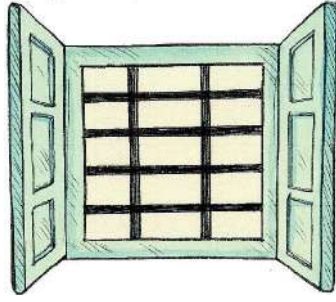
Figure (iv)

Place the tracing paper over Figure (i). Trace the lines ' l ', ' m ' and ' p '. Slide the tracing paper along ' p ', until the line ' l ' coincides with line ' m '. You find that $\angle 1$ on the traced figure coincides with $\angle 2$ of the original figure. Thus $\angle 1 = \angle 2$

Are the remaining pairs of corresponding angles equal? Check by tracing and sliding.

4.2.2 متوازی خطوط پر عرضی قاطع خط:

ایسے دو ہم مستوی خطوط جو قطع نہیں کرتے متوازی خطوط کہلاتے ہیں۔
آئیے ہم غور کریں کہ متوازی خطوط پر عرضی قاطع خط سے بننے والے زاویوں کے خواص کیا ہیں۔
ذیل میں دی گئی کھڑکی اور گراف پیپر پر غور کیجیے۔



یہ دی گئی مثالیں متوازی خطوط پر عرضی قاطع خط کو ظاہر کرتے ہیں۔

یہ کیجیے



ایک کاغذ لیجئے جس پر متوازی لکیں ہوں۔ ان پر دو متوازی خطوط کھینچئے جہاں l اور m ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔ ان دو خطوط پر ایک عرضی قاطع خط p کھینچئے۔

نظیری زاویوں کے جوڑ جو اشکال (i)، (ii)، (iii)، (iv) میں دی گئی ہیں۔ ان کے نام لکھئے۔

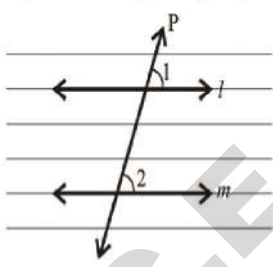


Figure (i)

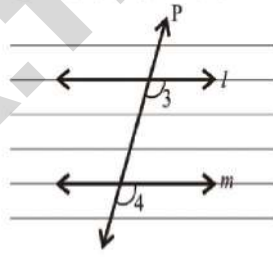


Figure (ii)

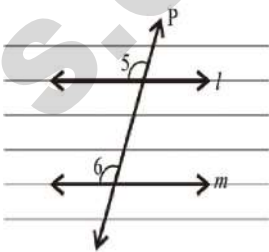


Figure (iii)

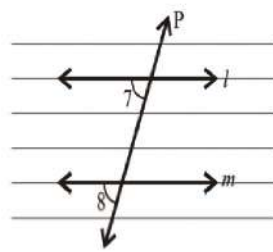


Figure (iv)

شکل (i) پر مومی کاغذ (Trace paper) رکھ کر l ، m اور p پر مشق کریں۔ مومی کاغذ کو خط p سے اس طرح کھینچئے کہ خط l اور خط m منطبق ہو جائے۔
آپ مشاہدہ کریں گے کہ کیا مومی کاغذ پر بنا ہوا زاویہ $\angle 1$ اصل کاغذ پر بننے والے زاویے $\angle 2$ پر منطبق ہوتا ہے۔

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ اس طرح}$$

کیا نظیری زاویوں کے مابقی جوڑ بھی مساوی ہیں؟
مومی کاغذ کے استعمال سے اور اوپر بتلائے گئے عمل کی مدد سے جانچ کیجیے۔

You will find that if a pair of parallel lines are intersected by a transversal then the angles in each pair of corresponding angles are equal.

We can use this 'corresponding angles' property to get another result.

In the adjacent figure ' l ' and ' m ' are a pair of parallel lines and ' p ' is a transversal.

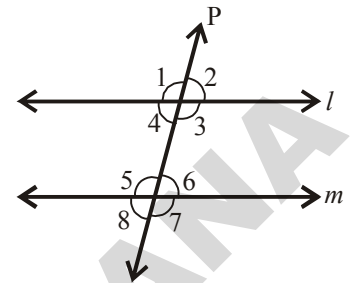
As all pairs of corresponding angles are equal,

$$\angle 1 = \angle 5$$

But $\angle 1 = \angle 3$ (vertically opposite angles)

$$\text{Thus, } \angle 3 = \angle 5$$

Similarly, you can show that $\angle 4 = \angle 6$.



Therefore, if a pair of parallel lines are intersected by a transversal then the angles in each pair of alternate interior angles are equal.

Do you find the same result for exterior alternate angles? Try.

Now, we find one more interesting result about interior angles on the same side of the transversal.

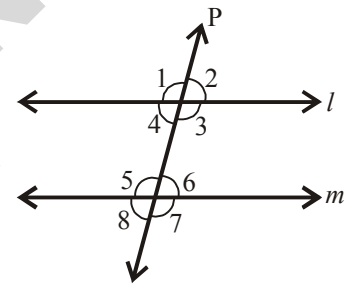
In the adjacent figure ' l ' and ' m ' a pair of parallel lines intersected by a transversal ' p '.

$$\angle 3 = \angle 5 \text{ (alternate interior angles)}$$

But $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ (Why?)

$$\text{Thus, } \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$$

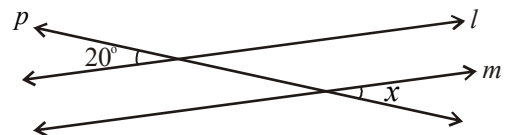
Similarly $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ (Give reason)



Thus, if a pair of parallel lines are intersected by a transversal then the angles in each pair of interior angles on the same side of the transversal are supplementary.

Example 1 : In the adjacent figure, ' l ' and ' m ' are a pair of parallel lines.

' p ' is a transversal. Find ' x '.

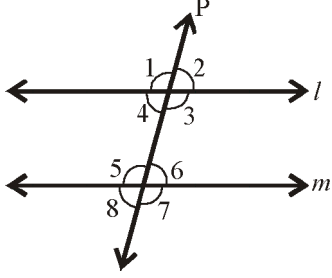


Solution : Given $l \parallel m$, p is a transversal.

$\angle x$ and 20° are a pair of exterior alternate angles, therefore they are equal.

Thus, $\angle x = 20^\circ$.

آپ نے غور کیا ہوگا کہ اگر متوازی خطوط کے جوڑ عرضی قاطع خط سے قطع ہوتے ہیں تب بننے والے نظیری کے زاویوں کے جوڑ آپس میں مساوی ہوتے ہیں۔



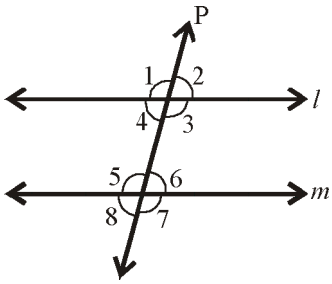
نظیری زاویوں کی اس خاصیت کی مدد سے ہم دوسرے نتائج بھی اخذ کر سکتے ہیں۔
متصلہ شکل میں l اور m متوازی خطوط کے جوڑ ہیں اور p ایک عرضی قاطع خط ہے۔

جیسا کہ تمام نظیری زاویوں کے جوڑ مساوی ہوتے ہیں
 $\angle 1 = \angle 5$

لیکن $\angle 1 = \angle 3$ (مقابل کے راسی زاویے)

اس طرح $\angle 3 = \angle 5$ ، اسی طرح آپ بتا سکتے ہیں کہ $\angle 4 = \angle 6$

اس لیے اگر متوازی خطوط کے جوڑ عرضی قاطع خط سے قطع ہوتے ہیں تب بننے والے اندرونی متبادلہ زاویوں کے جوڑ مساوی ہوتے ہیں۔



کیا آپ خارجی متبادلہ زاویوں کے لیے بھی یہی نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں؟ کوشش کیجیے۔

آئیے اب ہم عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویوں کے بارے میں بڑی دلچسپ بات جانیں گے۔

دی گئی شکل میں l اور m متوازی خطوط کے جوڑ عرضی قاطع خط p سے قطع ہوتے ہیں۔

$\angle 3 = \angle 5$ (داخلی متبادلہ زاویے)

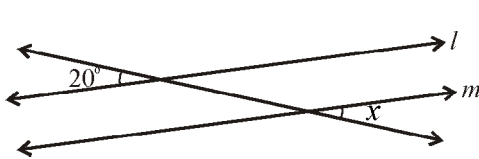
لیکن $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ (کیوں؟)

لہذا $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

اسی طرح $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ (دیا گیا ہے)

اس طرح اگر متوازی خطوط کے جوڑ عرضی قاطع خط سے قطع ہوتے ہیں تب عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویے تکمیلہ ہوتے ہیں۔

مثال 1:- مندرجہ ذیل شکل میں l اور m متوازی خطوط کے جوڑ ہیں اور p عرضی قاطع خط ہے تب x کی قدر معلوم کیجیے۔



حل: دیا گیا ہے کہ $l \parallel m$ جہاں p عرضی قاطع خط ہے۔

$\angle x$ اور 20° خارجی متبادلہ زاویوں کا جوڑ ہے، یہ دونوں زاویے

مساوی ہیں۔ اس طرح $\angle x = 20^\circ$

Do This

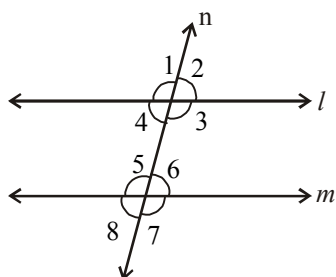


Figure (i)

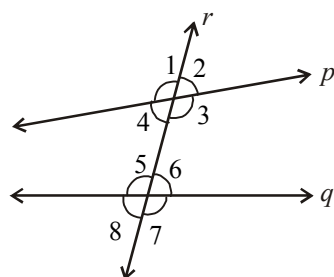


Figure (ii)

Trace the copy of figures (i) and (ii) in your note book. Measure the angles using a protractor and fill the following tables.

Table 1 : Fill the table with the measures of the corresponding angles.

| Figure | Pairs of corresponding angles | | | |
|--------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | 1 st pair | 2 nd pair | 3 rd pair | 4 th pair |
| (i) | $\angle 1 = \dots\dots\dots$ | $\angle 2 = \dots\dots\dots$ | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ | $\angle 7 = \dots\dots\dots$ | $\angle 8 = \dots\dots\dots$ |
| (ii) | $\angle 1 = \dots\dots\dots$ | $\angle 2 = \dots\dots\dots$ | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ | $\angle 7 = \dots\dots\dots$ | $\angle 8 = \dots\dots\dots$ |

Find out in which figure the pairs of corresponding angles are equal.

What can you say about the lines 'l' and 'm' ?

What can you say about the lines 'p' and 'q' ?

Which pair of lines are parallel?

Thus, when a transversal intersects two lines and the pair of corresponding angles are equal then the lines are parallel.

Table 2 : Fill the table with the measures of the interior alternate angles.

| Figure | Pairs of interior alternate angles | |
|--------|------------------------------------|------------------------------|
| | 1 st pair | 2 nd pair |
| (i) | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ |
| (ii) | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ |

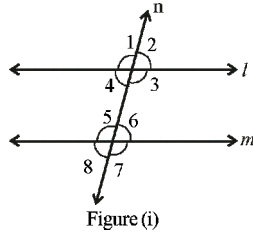


Figure (i)

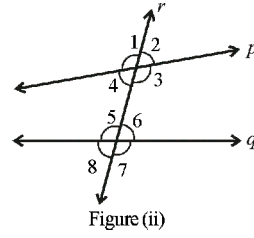


Figure (ii)

شکل (i) اور (ii) کو اپنی نوٹ بک پر اتاریئے۔ ان کے زاویوں کی پیمائش چاندہ کی مدد سے کیجئے اور مندرجہ ذیل جدول پر کیجئے۔

جدول 1: جدول کو نظیری زاویوں کی پیمائش سے مکمل کیجئے۔

| شکل | نظیری زاویوں کے جوڑ | | | |
|------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | پہلی جوڑ | دوسری جوڑ | تیسری جوڑ | چوتھی جوڑ |
| (i) | $\angle 1 = \dots\dots\dots$ | $\angle 2 = \dots\dots\dots$ | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ | $\angle 7 = \dots\dots\dots$ | $\angle 8 = \dots\dots\dots$ |
| (ii) | $\angle 1 = \dots\dots\dots$ | $\angle 2 = \dots\dots\dots$ | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ | $\angle 7 = \dots\dots\dots$ | $\angle 8 = \dots\dots\dots$ |

بتائیے کہ کس شکل میں نظیری زاویوں کی جوڑ مساوی ہیں؟

خطوط l اور m کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

خطوط p اور q کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

کون سے خطوط کی جوڑ آپس میں متوازی ہے؟

اس طرح، اگر کوئی عرضی قاطع خط دو خطوط کو قطع کرتا ہو اور ان کے نظیری زاویوں کے جوڑ مساوی ہوں

تب وہ دو خطوط آپس میں متوازی ہوتے ہیں۔

جدول 2: داخلی متبادلہ زاویوں کی پیمائش کرتے ہوئے جدول کو پُر کیجئے۔

| شکل | داخلی متبادلہ زاویوں کی جوڑیاں | |
|------|--------------------------------|------------------------------|
| | پہلی جوڑی | دوسری جوڑی |
| (i) | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ |
| (ii) | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ |

Find out in which figure the pairs of interior alternate angles are equal?

What can you say about the lines 'l' and 'm'?

What can you say about the lines 'p' and 'q'?

Thus, if a pair of lines are intersected by a transversal and the alternate interior angles are equal then the lines are parallel.

Table 3 : Fill the table with the measures of interior angles on the same side of the transversal

| Figure | Pairs of interior angles on the same side of the transversal. | | | |
|--------|---|------------------------------------|--|------------------------------------|
| | 1 st pair | | 2 nd pair | |
| (i) | $\angle 3 = \dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots$ | $\angle 3 + \angle 6 = \dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots$ | $\angle 4 + \angle 5 = \dots\dots$ |
| (ii) | $\angle 3 = \dots\dots$ $\angle 6 = \dots\dots$ | $\angle 3 + \angle 6 = \dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots$ $\angle 5 = \dots\dots$ | $\angle 4 + \angle 5 = \dots\dots$ |

In which figure the pairs of interior angles on the same side of the transversal are supplementary (i.e. sum is 180°)?

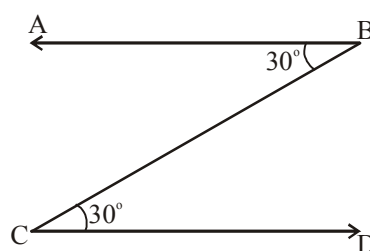
What can you say about the lines 'l' and 'm'?

What can you say about the lines 'p' and 'q'?

Thus, if a pair of lines are intersected by a transversal and the interior angles on the same side of the transversal are supplementary then the lines are parallel.

Example 2 : In the figure given below, two angles are marked as 30° each.

Is $AB \parallel CD$? How?



Solution : The given angles form a pair of interior alternate angles with transversal \overline{BC} and therefore, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.



Exercise - 7

- Fill up the blanks-
 - The line which intersects two or more lines at distinct points is called _____
 - If the pair of alternate interior angles are equal then the lines are _____

بتائیے کہ کس شکل میں اندرونی متبادل زاویوں کی جوڑی مساوی ہے؟

خطوط m اور l کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

خطوط p اور q کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

اس طرح، اگر خطوط کی جوڑی عرضی قاطع خط سے قطع ہوتی ہیں اور ان کے داخلی متبادل زاویے مساوی ہوتے ہیں تب وہ

خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

جدول 3: - عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویوں کی پیمائش کرتے ہوئے جدول کو پُر کریں۔

| شکل | عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویے | | | |
|------|---|---|------------------------------|---|
| | پہلی جوڑی | | دوسری جوڑی | |
| (i) | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 3 + \angle 6 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 + \angle 5 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ | | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | |
| (ii) | $\angle 3 = \dots\dots\dots$ | $\angle 3 + \angle 6 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 = \dots\dots\dots$ | $\angle 4 + \angle 5 = \dots\dots\dots$ |
| | $\angle 6 = \dots\dots\dots$ | | $\angle 5 = \dots\dots\dots$ | |

کس شکل میں داخلی زاویوں کے جوڑے عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویوں کے مجموعہ (180°)

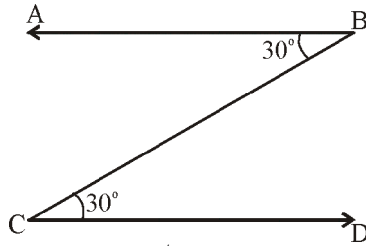
اور m خطوط کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

اور p خطوط کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟

لہذا، اگر خطوط کی جوڑی عرضی قاطع خط سے قطع ہوتی ہے اور عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے اندرونی زاویے

تکمیلہ ہوتے ہیں۔ تب وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

مثال 2: - نیچے دی گئی شکل میں دو زاویے 30° کے دکھائے گئے ہیں۔ اس صورت میں کیا $AB \parallel CD$



حل: دیئے گئے زاویے داخلی متبادل زاویے ہیں جس کا عرضی قاطع خط BC ہے۔ زاویے مساوی ہیں، لہذا $AB \parallel CD$

مشق - 7



1- خالی جگہوں کو پُر کیجیے:

(i) ایک خط جو دو یا دو سے زائد خطوط کو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے..... کہلاتا ہے

(ii) اگر متبادل داخلی زاویوں کی جوڑی مساوی ہوتی ہے تب خطوط..... ہوتے ہیں۔

(iii) The sum of interior angles on the same side of the transversal are supplementary then the lines are _____

(iv) If two lines intersect each other then the number of common points they have _____.

2. In the adjacent figure, the lines ' l ' and ' m ' are parallel and ' n ' is a transversal.

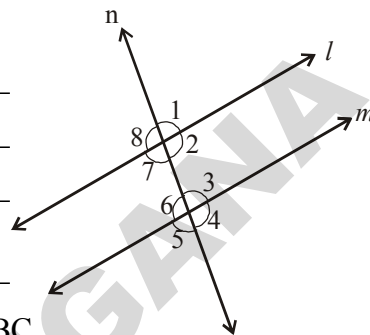
Fill in the blanks for all the situations given below-

(i) If $\angle 1 = 80^\circ$ then $\angle 2 =$ _____

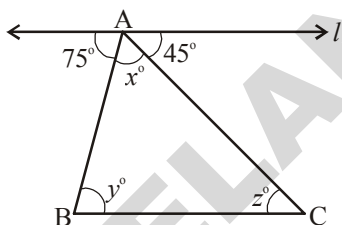
(ii) If $\angle 3 = 45^\circ$ then $\angle 7 =$ _____

(iii) If $\angle 2 = 90^\circ$ then $\angle 8 =$ _____

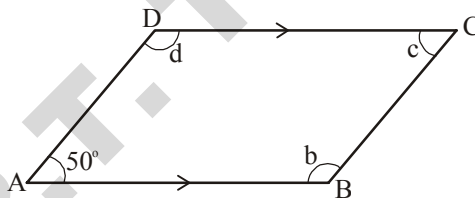
(iv) If $\angle 4 = 100^\circ$ then $\angle 8 =$ _____



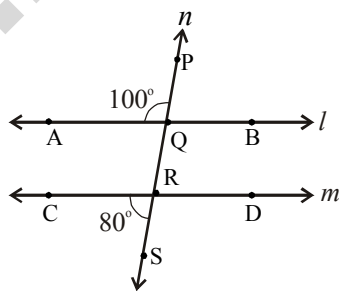
3. Find the measures of x, y and z in the figure, where $l \parallel BC$



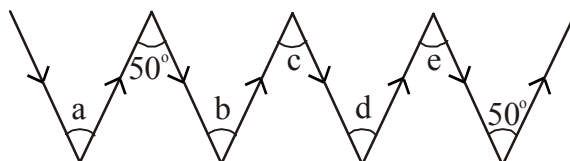
4. ABCD is a quadrilateral in which $AB \parallel DC$ and $AD \parallel BC$. Find $\angle b, \angle c$ and $\angle d$.



5. In a given figure, ' l ' and ' m ' are intersected by a transversal ' n '. Is $l \parallel m$?



6. Find $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d$ and $\angle e$ in the figure? Give reasons.



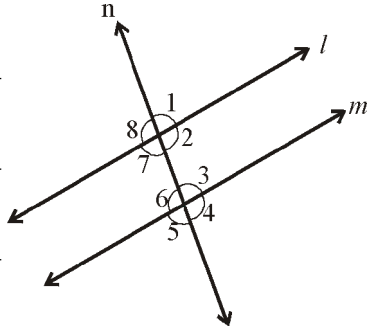
(Note: Two arrow marks pointing in the same direction represent parallel lines.)

(iii) اگر عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے دو داخلی زاویوں کا مجموعہ تکمیلہ زاویہ بناتا ہو تب وہ خطوط ہیں

(iv) اگر دو خطوط آپس میں قطع کرتے ہیں تو ان میں پائے جانے والے مشترک نقاط

2- دی گئی شکل میں خطوط l اور m متوازی ہیں۔ اور n ایک عرضی قاطع خط ہے۔

دے گئی حالات کو مد نظر رکھتے ہوئے خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔



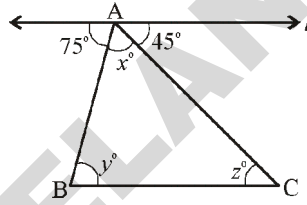
(i) اگر $\angle 1 = 80^\circ$ تب $\angle 2 = \dots\dots\dots$

(ii) اگر $\angle 3 = 45^\circ$ تب $\angle 7 = \dots\dots\dots$

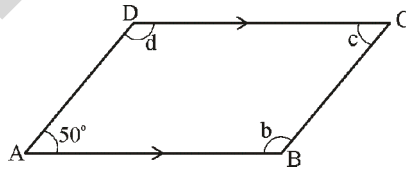
(iii) اگر $\angle 2 = 90^\circ$ تب $\angle 8 = \dots\dots\dots$

(iv) اگر $\angle 4 = 100^\circ$ تب $\angle 8 = \dots\dots\dots$

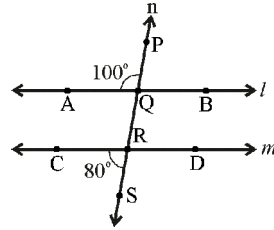
3- زاویے x, y کی پیمائش کیجیے جبکہ $l \parallel BC$ کے



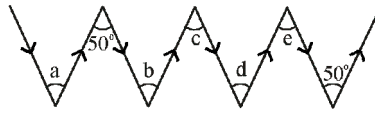
4- ABCD ایک چار ضلعی ہے جس میں $AD \parallel BC$ اور $AB \parallel DC$ تب بتائیے کہ $\angle b$ ، $\angle c$ اور $\angle d$ کی قدر کیا ہوگی۔



5- دی گئی شکل میں l اور m خطوط ایک عرضی قاطع خط n سے قطع کرتے ہیں۔ کیا $l \parallel m$ ہے۔



6- حسب ذیل شکل میں $\angle a$ ، $\angle b$ ، $\angle c$ ، $\angle d$ اور $\angle e$ کی قدر معلوم کیجیے اور وجہ بتائیے۔

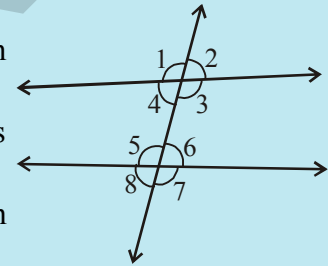


نوٹ: ایک ہی سمت میں بنائے گئے تیر کے نشان متوازی خطوط کو ظاہر کرتے ہیں۔



Looking Back

1. (i) If the sum of two angles is equal to 90° , then the angles are called complementary angles.
 - (ii) Each angle in a pair of complementary angles is acute.
2. (i) If the sum of two angles is equal to 180° , then the angles are called supplementary angles.
 - (ii) Each angle in a pair of supplementary angles may be either acute or right or obtuse.
 - (iii) Two right angles always supplement to each other.
3. The angles formed on both sides of a common arm and a common vertex are adjacent angles.
4. A pair of complementary angles or a pair of supplementary angles need not be adjacent angles.
5. A pair of angles that are adjacent and supplementary form a linear pair.
6. (i) When two lines intersect each other at a point (vertex), the angles formed opposite to each other are called vertically opposite angles.
 - (ii) A pair of vertically opposite angles are always equal in measure
7. (i) A line which intersects two or more lines at distinct points is called a transversal to the lines.
 - (ii) A transversal makes eight angles with two lines as shown in the adjacent figure.



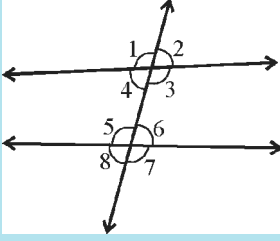
| S.No. | Types of angles | No. of Pairs | Angles |
|-------|---|--------------|--|
| 1. | Interior angles | — | $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ |
| 2. | Exterior angles | — | $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$ |
| 3. | Vertically opposite angles | 4 pairs | $(\angle 1, \angle 3); (\angle 4, \angle 2); (\angle 5, \angle 7); (\angle 8, \angle 6)$ |
| 4. | Corresponding angles | 4 pairs | $(\angle 1, \angle 5); (\angle 2, \angle 6); (\angle 4, \angle 8); (\angle 3, \angle 7)$ |
| 5. | Alternate interior angles | 2 pairs | $(\angle 3, \angle 5); (\angle 4, \angle 6)$ |
| 6. | Alternate exterior angles | 2 pairs | $(\angle 1, \angle 7); (\angle 2, \angle 8)$ |
| 7. | Interior angles on the same side of transversal | 2 pairs | $(\angle 3, \angle 6); (\angle 4, \angle 5)$ |

8. When a transversal intersects a pair of parallel lines, the angles in
 - (i) Each pair of corresponding angles are equal.
 - (ii) Each pair of alternate interior angles are equal.
 - (iii) Each pair of alternate exterior angles are equal.
 - (iv) Each pair of interior angles on the same side of the transversal are supplementary.



ہم نے کیا سیکھا:

- 1- (i) اگر دو زاویوں کا مجموعہ 90° کے مساوی ہوتا ہے۔ تب وہ زاویے، اتما می زاویے کہلاتے ہیں۔
(ii) اتما می زاویوں کے جوڑ میں ہر زاویہ، حادہ زاویہ ہوتا ہے۔
- 2- (i) اگر کسی دو زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔ تب وہ زاویے تکمیلہ زاویے (اتما می زاویے) کہلاتے ہیں۔
(ii) تکمیلہ زاویوں کے جوڑی کا ہر ایک زاویہ یا منفرجہ، قائمہ، یا حادہ زاویہ ہو سکتا ہے۔
(iii) دو زاویہ قائمہ آپس میں ایک دوسرے کے تکمیلہ زاویے ہوتے ہیں۔
- 3- ایسے زاویے جو مشترکہ بازو اور مشترکہ راس پر بنتے ہیں متصلہ زاویے کہلاتے ہیں۔
- 4- اتما می زاویوں کے جوڑ اور تکمیلہ زاویوں کے جوڑ آپس میں متصلہ زاویے نہیں ہوتے۔
- 5- ایک زاویہ کی جوڑی جو متصلہ تکمیلہ زاویہ کی شکل کو ظاہر کرتی ہے یہ خطی جوڑی بناتی ہیں۔
- 6- (i) جب دو خطوط ایک ہی نقطہ پر قطع کرتے ہیں تب ایک دوسرے سے بننے والے مقابل کے زاویے مقابل کے راسی زاویے کہلاتے ہیں۔
(ii) مقابل کے راسی زاویے کے جوڑ کی پیمائش ہمیشہ مساوی ہوتے ہے۔
- 7- (i) ایک خط جو دو یا دو سے زائد خطوط کو مختلف نقاط پر قطع کرتا ہو۔
عرضی قاطع خط کہلاتا ہے۔
(ii) ایک عرضی قاطع خط دو خطوط کے ساتھ آٹھ زاویے بناتا ہے۔
جیسا کہ متصلہ شکل میں بتایا گیا ہے۔



| شمار | زاویوں کی اقسام | جوڑیوں کی تعداد | زاویے |
|------|---|-----------------|--|
| 1 | داخلی زاویے | — | $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ |
| 2 | خارجی زاویے | — | $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$ |
| 3 | مقابل راسی زاویے | 4 جوڑیاں | $(\angle 5, \angle 6), (\angle 1, \angle 3), (\angle 4, \angle 2), (\angle 8, \angle 6)$ |
| 4 | نظیری زاویے | 4 جوڑیاں | $(\angle 4, \angle 8), (\angle 1, \angle 5), (\angle 2, \angle 6), (\angle 3, \angle 7)$ |
| 5 | داخلی متبادلہ زاویے | 2 جوڑیاں | $(\angle 3, \angle 5), (\angle 4, \angle 6)$ |
| 6 | خارجی متبادلہ زاویے | 2 جوڑیاں | $(\angle 1, \angle 7), (\angle 2, \angle 8)$ |
| 7 | عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویے | 2 جوڑیاں | $(\angle 3, \angle 6), (\angle 4, \angle 5)$ |

8- جب کبھی ایک عرضی قاطع خط متوازی خطوط کی جوڑی کو قطع کرتا ہے تب یہ زاویے۔

- (i) نظیری زاویوں کی ہر ایک جوڑی مساوی ہوتی ہے۔
- (ii) داخلی متبادلہ زاویوں کی ہر ایک جوڑی مساوی ہوتی ہیں۔
- (iii) خارجی متبادلہ زاویوں کی ہر ایک جوڑی مساوی ہوتی ہیں۔
- (iv) عرضی قاطع خط کے ایک ہی جانب بننے والے زاویے تکمیلہ ہوتے ہیں۔

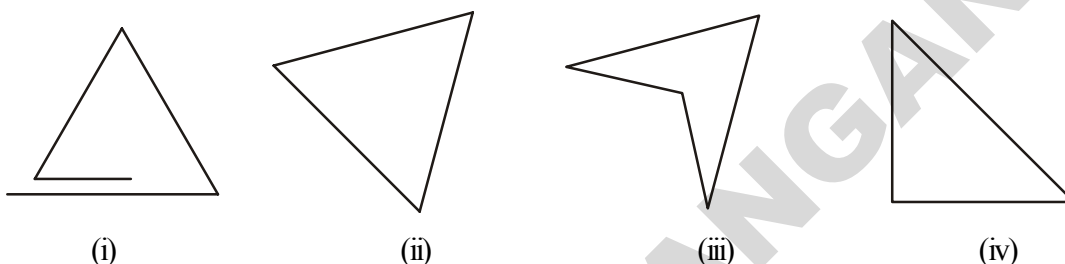
TRIANGLE AND ITS PROPERTIES

5



5.0 Introduction

You have learnt about triangles in your previous class. Look at the figures given below. Which of these are triangles?

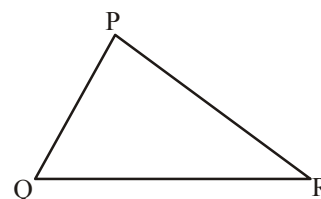


Discuss with your friends why only some of these figures are triangles.

We know that a triangle is a closed figure made up of three line segments.

Observe $\triangle PQR$ in the adjacent figure. It has

- (i) Three sides which are \overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RP}
- (ii) Three angles which are $\angle RQP$, $\angle QPR$, $\angle PRQ$
- (iii) Three vertices which are P, Q, R



The side opposite to vertex P is \overline{QR} . Can you name the sides which are opposite to vertices Q and R?

Likewise, the side opposite to $\angle QPR$ is \overline{QR} . Can you name the side which is opposite to $\angle RQP$?



Try This

Uma felt that a triangle can be formed with three collinear points. Do you agree? Why? Draw diagram to justify your answer.

Note: If three or more points lie on the same line, then they are called collinear points.

Note: LM = Length of Line segment of LM ; \overline{LM} = Line segment LM

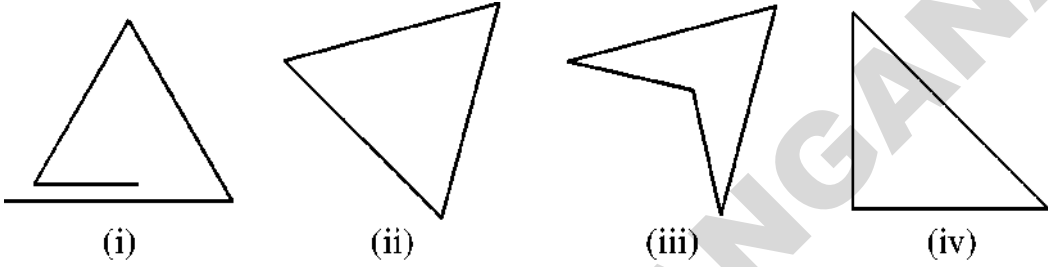
\overrightarrow{LM} = Ray LM ; \overleftrightarrow{LM} = Line LM

مثلث اور ان کی خصوصیات

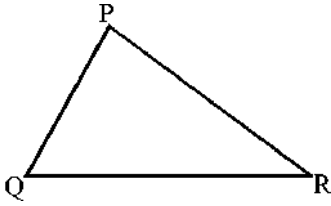
TRIANGLE AND ITS PROPERTIES

5.0 تمہید

سابقہ جماعت میں آپ مثلث سے واقف ہو چکے ہیں، حسب ذیل اشکال کا مشاہدہ کیجئے۔ ان میں کونسے مثلث ہیں۔



آپ اپنے ساتھیوں سے بحث کیجئے اور بتائیے کہ ان میں سے صرف چند اشکال ہی کو مثلث کیوں مانتے ہیں؟
تین خطی قطعوں سے بننے والی بند شکل کو مثلث کہتے ہیں۔



i تین اضلاع \overline{PQ} ، \overline{QR} ، \overline{RP} ہیں۔

ii تین زاویے $\angle RPQ$ ، $\angle QRP$ ، $\angle PQR$ ہیں۔

iii تین راس P، Q، R ہیں۔

راس P کے مقابل کا ضلع \overline{QR} ہے کیا آپ راس Q اور R کے مقابل کے اضلاع کے نام بتلا سکتے ہیں؟
اسی طرح زاویہ $\angle QPR$ کے مقابل کا ضلع \overline{QR} ہے کیا آپ زاویہ $\angle PQR$ کے مقابل کے ضلع کا نام بتا سکتے ہیں۔

کوشش کیجئے



مشاہدہ یہ محسوس کرتی ہے کہ تین ہم خط نقاط سے ایک مثلث تشکیل پاتا ہے۔ کیا آپ متفق ہیں۔ کیوں؟
آپ کے جواب کی جانچ کے لئے اشکال اُتاریئے۔

نوٹ: اگر تین یا تین سے زائد نقاط ایک ہی خط پر واقع ہوں تب یہ ہم خط نقاط کہلاتے ہیں۔

نوٹ: - \overline{LM} = خطی قطعہ LM کا طول ; \overline{LM} = خطی قطعہ LM

; \overline{LM} = شعاع LM ; \overline{LM} = خط LM

5.1 Classification of triangles

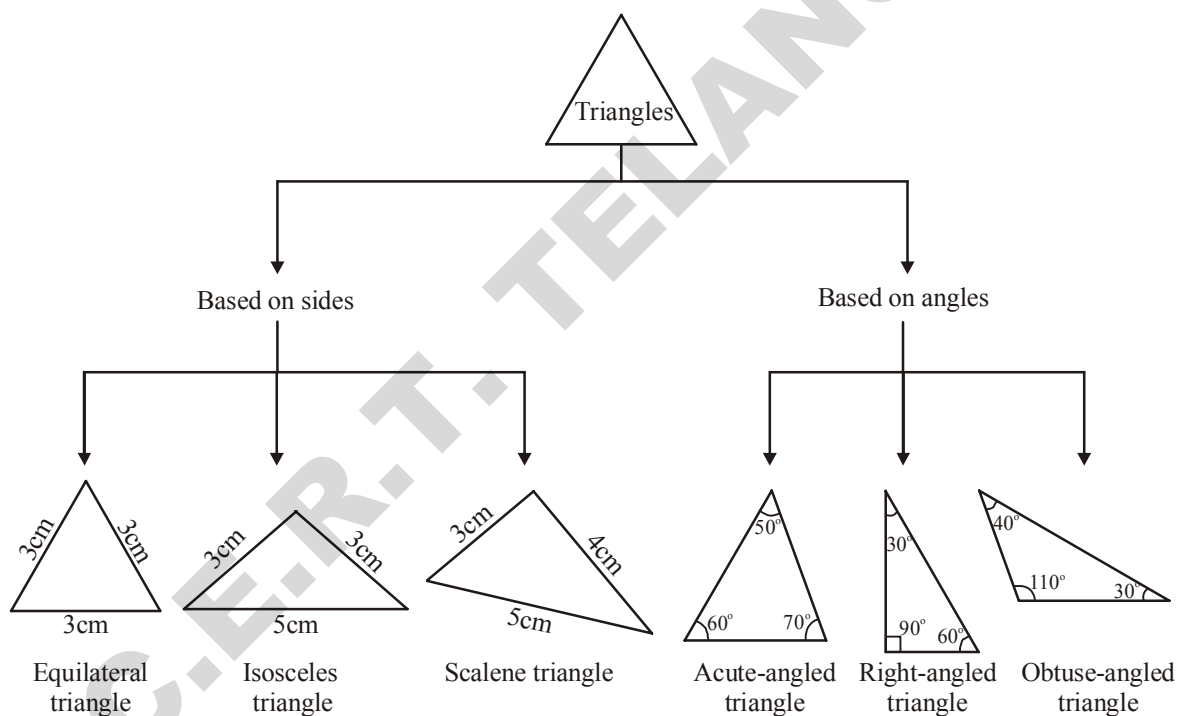
Triangles can be classified based on their sides and angles.

Based on the sides, triangles are classified into three types:

- A triangle having all three sides of equal length is called an Equilateral Triangle.
- A triangle having two sides of equal length is called an Isosceles Triangle.
- If all the three sides of a triangle are of different length, the triangle is called a Scalene Triangle.

Based on the angles, triangles are again classified into three types:

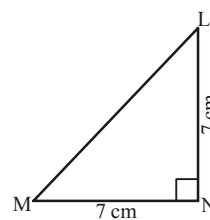
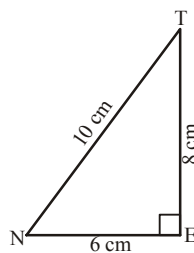
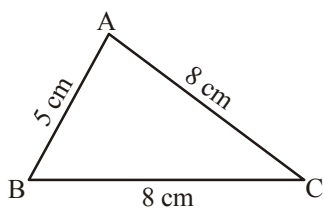
- A triangle whose all angles are acute is called an acute-angled triangle.
- A triangle whose any one of angles is obtuse is called an obtuse-angled triangle.
- A triangle whose any one of angles is a right angle is called a right-angled triangle.



Do This

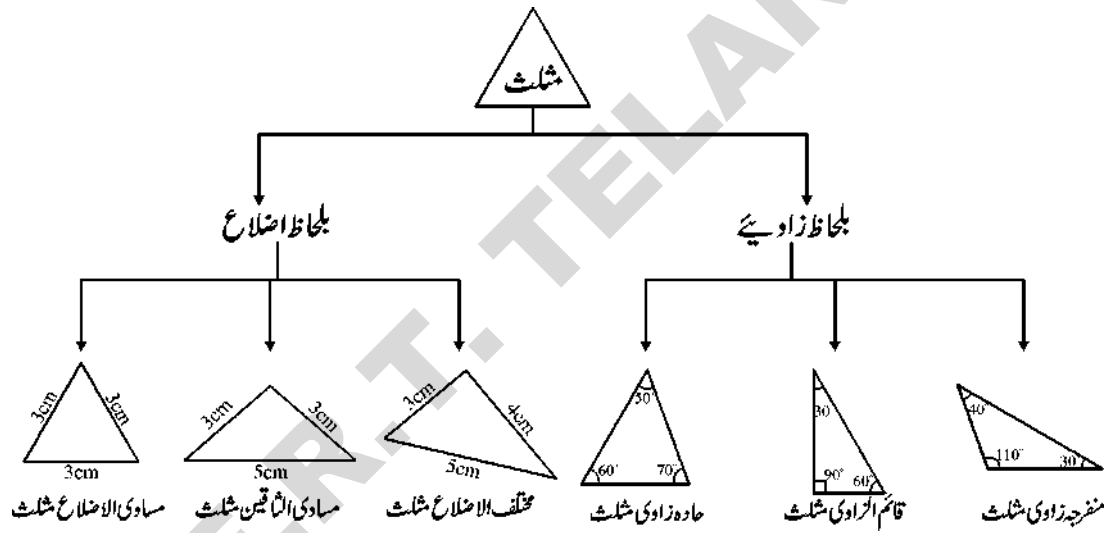


1. Classify the following triangles according to their (i) sides and (ii) angles.



5.1 مثلثات کی درجہ بندی:-

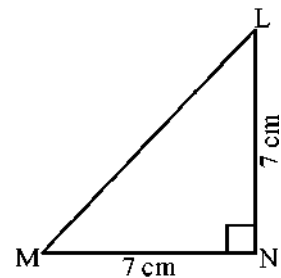
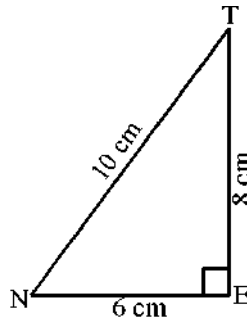
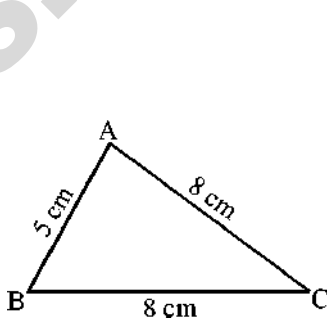
- مثلثات کی درجہ بندی ان کے اضلاع اور زاویوں کی بنیاد پر کی جاتی ہے۔
- ☆ ایسا مثلث جس کے تینوں اضلاع کے طول مساوی ہوں مساوی الاضلاع مثلث کہلاتا ہے۔
 - ☆ ایسا مثلث جس کے کم از کم دو اضلاع کے طول مساوی ہوں متساوی الثاقین مثلث کہلاتا ہے۔
 - ☆ اگر تمام اضلاع کے طول مختلف ہوں ایسا مثلث مختلف الاضلاع مثلث کہلاتا ہے۔
 - ☆ بلحاظ زاویے مثلثات کے مزید تین اقسام ہیں۔
 - ☆ ایسا مثلث جس کے تمام زاویے حادہ ہوں حادہ زاویہ مثلث کہلاتا ہے۔
 - ☆ ایسا مثلث جس کا ایک زاویہ منفرجہ زاویہ ہو منفرجہ زاویہ مثلث کہلاتا ہے۔
 - ☆ ایسا مثلث جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو، قائم الزاویہ مثلث کہلاتا ہے۔

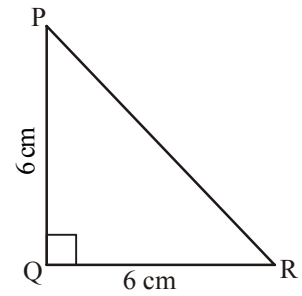
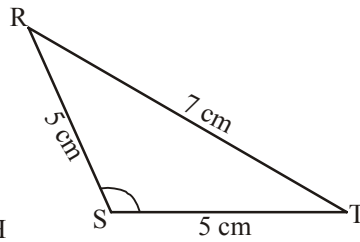
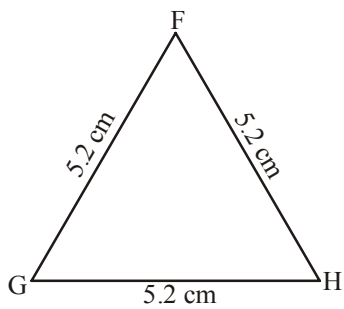


یہ کیجیے



1. حسب ذیل مثلثات کی درجہ بندی ان کے (i) اضلاع (ii) زاویوں کی بنیاد پر کیجئے۔





- (2) Write the six elements (i.e. the 3 sides and 3 angles) of $\triangle ABC$.
- (3) Write the side opposite to vertex Q in $\triangle PQR$.
- (4) Write the angle opposite to side \overline{LM} in $\triangle LMN$.
- (5) Write the vertex opposite to side \overline{RT} in $\triangle RST$.

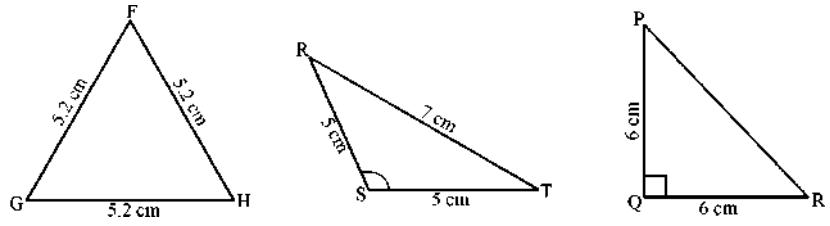
If we consider triangles in terms of both sides and angles we can have the following types of triangles:

| Type of Triangle | Equilateral | Isosceles | Scalene |
|------------------|-------------|-----------|---------|
| Acute-angled | | | |
| Right-angled | | | |
| Obtuse-angled | | | |



Try This

1. Make paper-cut models of the various types of triangles discussed above. Compare your models with those of your friends.
2. Rashmi claims that no triangle can have more than one right angle. Do you agree with her. Why?
3. Kamal claims that no triangle can have more than two acute angles. Do you agree with him. Why?



2. ΔABC کے چھ عنصر (یعنی 3 ضلع اور 3 زاویے) لکھئے۔

3. ΔPQR میں راس Q کے مقابل کا ضلع لکھئے۔

4. ΔLMN میں ضلع \overline{LM} کے مقابل کا زاویہ لکھئے۔

5. ΔRST میں ضلع \overline{RT} کے مقابل کا راس لکھئے۔

اگر ہم مثلثات کو بلحاظ ضلع اور زاویے دیکھیں تب ہمیں حسب ذیل اقسام حاصل ہوتی ہیں۔

| مختلف الاضلاع | مساوی الشاقین | مساوی الاضلاع | مثلث کے اقسام |
|---------------|---------------|---------------|-------------------|
| | | | حادہ زاویہ مثلث |
| | | | قائم الزاویہ مثلث |
| | | | منفرجہ زاویہ مثلث |

کوشش کیجئے

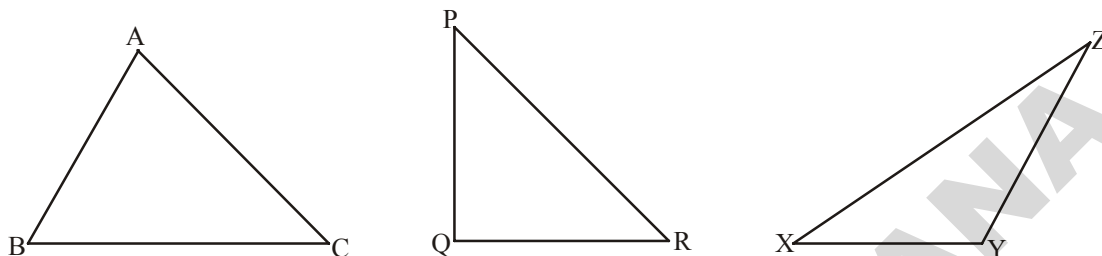


- مندرجہ بالا بحث کئے گئے مختلف اقسام کے مثلثات کے نمونے مقوے یا کاغذ کی مدد سے بنائیے۔ اپنے دوستوں کے بنائے گئے نمونوں کے ساتھ ان کا تقابل کیجئے۔
- ریشماں کا کہنا ہے کہ ایک مثلث میں ایک سے زائد قائمہ زاویے نہیں ہوتے ہیں کیا آپ ریشماں کی بات سے متفق ہیں؟ کیوں؟
- کمال کا کہنا ہے کہ دو سے زائد حادہ زاویے والے مثلث نہیں ہوتے ہیں کیا آپ کمال سے متفق ہیں؟ کیوں؟

5.2 Relationship between the sides of a triangle

5.2.1 Sum of the lengths of two sides of a triangle

Draw any three triangles say $\triangle ABC$, $\triangle PQR$ and $\triangle XYZ$ as given below:



Use your ruler to find the lengths of their sides and tabulate your results as follows:

| Name of Δ | Length of sides | Sum of lengths of two sides | Is this true? | Yes/No |
|------------------|-----------------|-----------------------------|---------------|--------|
| ΔABC | CA = | AB + BC = | AB + BC > CA | |
| | AB = | BC + CA = | BC + CA > AB | |
| | BC = | CA + AB = | CA + AB > BC | |
| ΔPQR | RP = | PQ + QR = | PQ + QR > RP | |
| | PQ = | QR + RP = | QR + RP > PQ | |
| | QR = | RP + PQ = | RP + PQ > QR | |
| ΔXYZ | ZX = | XY + YZ = | XY + YZ > ZX | |
| | XY = | YZ + ZX = | YZ + ZX > XY | |
| | YZ = | ZX + XY = | ZX + XY > YZ | |

We can see that in all the above examples, the sum of the lengths of any two sides of a triangle is greater than the length of the third side.

For eg. In $\triangle ABC$, $AB + BC > CA$

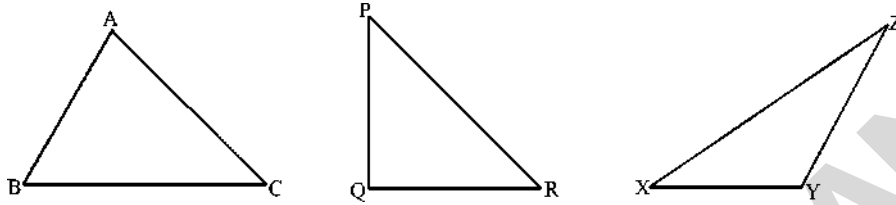
$$BC + CA > AB$$

$$CA + AB > BC$$

5.2 مثلث کے اضلاع کے مابین رشتہ:-

5.2.1 مثلث کے دو اضلاع کے طول کا مجموعہ:-

کوئی تین مثلثات تشکیل دیجئے، اور انہیں ΔABC ، ΔPQR ، ΔXYZ نام دیجئے جیسا کہ نیچے شکل میں بتلایا گیا ہے۔



پٹری کے استعمال سے ان کے اضلاع کے طول معلوم کیجئے اور ان کے نتائج کو جدول میں درج کیجئے۔

| Δ کا نام | Δ کے اضلاع | دو اضلاع کا مجموعہ | کیا یہ صحیح ہے؟ | ہاں/نہیں |
|-----------------|-------------------|--------------------|-----------------|----------|
| ΔABC | $AB =$ | $AB + BC =$ | $AB + BC > CA$ | |
| | $BC =$ | $BC + CA =$ | $BC + CA > AB$ | |
| | $CA =$ | $CA + AB =$ | $CA + AB > BC$ | |
| ΔPQR | $PQ =$ | $PQ + QR =$ | $PQ + QR > RP$ | |
| | $QR =$ | $QR + RP =$ | $QR + RP > PQ$ | |
| | $RP =$ | $RP + PQ =$ | $RP + PQ > QR$ | |
| ΔXYZ | $XY =$ | $XY + YZ =$ | $XY + YZ > ZX$ | |
| | $YZ =$ | $YZ + ZX =$ | $YZ + ZX > XY$ | |
| | $ZX =$ | $ZX + XY =$ | $ZX + XY > YZ$ | |

مندرجہ بالا تمام مثالوں میں ہم یہہہ دیکھ سکتے ہیں کہ کسی بھی مثلث کے کوئی دو اضلاع کے طول کا مجموعہ تیسرے ضلع کے

طول سے بڑا ہوتا ہے۔

$$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{CA}$$

مثلاً ΔABC میں

$$\overline{BC} + \overline{CA} > \overline{AB}$$

$$\overline{CA} + \overline{AB} > \overline{BC}$$

5.2.2 Difference between the lengths of two sides of a triangle

Take the same triangles as in the above example and tabulate your results as follows:

| Name of Δ | Length of sides | Difference between lengths of two sides | Is this true? | Yes/No |
|------------------|-----------------|---|----------------|--------|
| ΔABC | $AB =$ | $BC - CA =$ | $BC - CA < AB$ | |
| | $BC =$ | $CA - AB =$ | $CA - AB < BC$ | |
| | $CA =$ | $AB - BC =$ | $AB - BC < CA$ | |
| ΔPQR | $PQ =$ | $QR - RP =$ | $QR - RP < PQ$ | |
| | $QR =$ | $RP - PQ =$ | $RP - PQ < QR$ | |
| | $RP =$ | $PQ - QR =$ | $PQ - QR < RP$ | |
| ΔXYZ | $XY =$ | $YZ - ZX =$ | $YZ - ZX < XY$ | |
| | $YZ =$ | $ZX - XY =$ | $ZX - XY < YZ$ | |
| | $ZX =$ | $XY - YZ =$ | $XY - YZ < ZX$ | |

From these observations we can conclude that the difference between the lengths of any two sides of a triangle is less than the length of the third side.

For eg. In ΔABC , $AB - BC < CA$; $BC - AB < CA$
 $BC - CA < AB$; $CA - BC < AB$
 $CA - AB < BC$; $AB - CA < BC$



Try This

The lengths of two sides of a triangle are 6 cm and 9 cm. Write all the possible lengths of the third side.

Example 1: Can a triangle have sides with lengths 6 cm, 5 cm and 8 cm?

Solution: Let the sides of the triangle be $AB = 6$ cm

$$BC = 5 \text{ cm}$$

$$CA = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Sum of any two sides i.e., } AB + BC = 6 + 5 = 11 > 8$$

$$BC + CA = 5 + 8 = 13 > 6$$

$$CA + AB = 8 + 6 = 14 > 5$$

Since, the sum of the lengths of any two sides is greater than the length of the third side. So, the triangle can be constructed using the above given measurements.

5.2.2 مثلث کے دو اضلاع کے طول کا فرق:-

مندرجہ بالا مثال کے ہی مثلثات کو لیجئے اور نتائج کو جدول میں درج کیجئے۔

| Δ کا نام | Δ کے اضلاع | دو اضلاع کا فرق | کیا یہ صحیح ہے؟ | ہاں/نہیں |
|----------|------------|-----------------|-----------------|----------|
| ΔABC | AB = | BC - CA = | BC - AB > AC | |
| | BC = | CA - AB = | CA - AB > BC | |
| | CA = | AB - BC = | AB - BC > CA | |
| ΔPQR | PQ = | QR - RP = | QR - RP > PQ | |
| | QR = | RP - PQ = | RP - PQ > QR | |
| | RP = | PQ - QR = | PQ - QR > RP | |
| ΔXYZ | XY = | YZ - ZX = | YZ - ZX > XY | |
| | YZ = | ZX - XY = | ZX - XY > YZ | |
| | ZX = | XY - YZ = | XY - YZ > ZX | |

ان مشاہدات کی رو سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ مثلث کے کوئی دو اضلاع کے طول کا فرق اس کے تیسرے ضلع کے طول سے چھوٹا ہوتا ہے۔

$$\begin{array}{l} \overline{AB} - \overline{BC} < \overline{CA} \quad : \quad \overline{BC} - \overline{AB} < \overline{CA} \quad \text{مثلاً } \Delta ABC \text{ میں} \\ \overline{AB} - \overline{BC} < \overline{CA} \quad : \quad \overline{CA} - \overline{BC} < \overline{AB} \\ \overline{CA} - \overline{AB} < \overline{BC} \quad : \quad \overline{AB} - \overline{CA} < \overline{BC} \end{array}$$

کوشش کیجئے



ایک مثلث کے اضلاع کے طول 6 سمر، اور 9 سمر ہیں تیسرے ضلع کے تمام ممکنہ طول لکھئے۔

مثال 1:- کیا مثلث کے اضلاع کے طول 6 سمر، 5 سمر اور 8 سمر ہو سکتے ہیں؟

حل:- فرض کیجئے کہ CA = 8 cm, BC = 5 cm, AB = 6 cm,

$$AB + CA = 6 + 5 = 11 > 8 \quad \text{کوئی دو اضلاع کے طول کا مجموعہ}$$

$$BC + CA = 5 + 8 = 13 > 6$$

$$CA + AB = 8 + 6 = 14 > 5$$

چونکہ کوئی دو اضلاع کے طول کا مجموعہ تیسرے ضلع کے طول سے بڑا ہے یہ مثلث کی تشکیل ممکن ہے۔

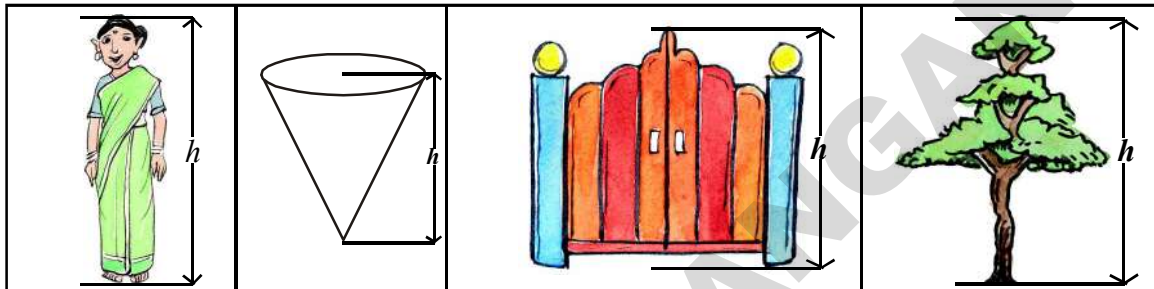


Exercise - 1

1. Is it possible to have a triangle with the following sides?
- (i) 3 cm, 4 cm and 5 cm. (ii) 6 cm, 6 cm and 6 cm.
 (iii) 4 cm, 4 cm and 8 cm. (iv) 3 cm, 5 cm and 7 cm.

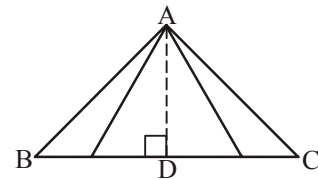
5.3 Altitudes of a triangle

In your daily life you might have come across the word 'height' in different situations. How will you measure the height of different figures given below?



You will measure it from the top point of the object to its base as shown in the figures. Let us use this criteria to measure the height for a triangle.

In a given $\triangle ABC$, the height is the distance from vertex A to the base \overline{BC} . However, you can think of many line segments from A to \overline{BC} . Which among them will represent the height?



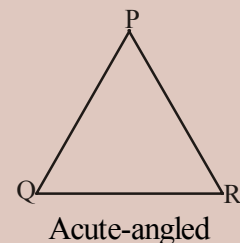
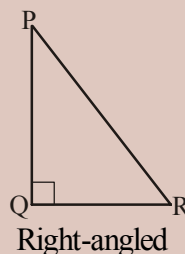
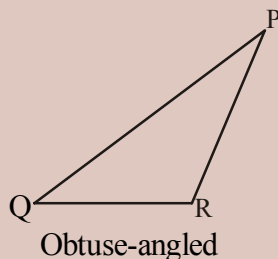
The height is given by length of the line segment that starts from A and is perpendicular to \overline{BC} .

Thus, the line segment \overline{AD} is the altitude of the triangle and its length is height. An altitude can be drawn from each vertex.



Try This

- (i) Draw altitudes from P to \overline{QR} for the following triangles. Also, draw altitudes from the other two vertices. (you can use set squares if needed)



- (ii) Will an altitude always lie in the interior of a triangle?
 (iii) Can you think of a triangle in which the two altitudes of a triangle are two of its sides?

مشق - 1

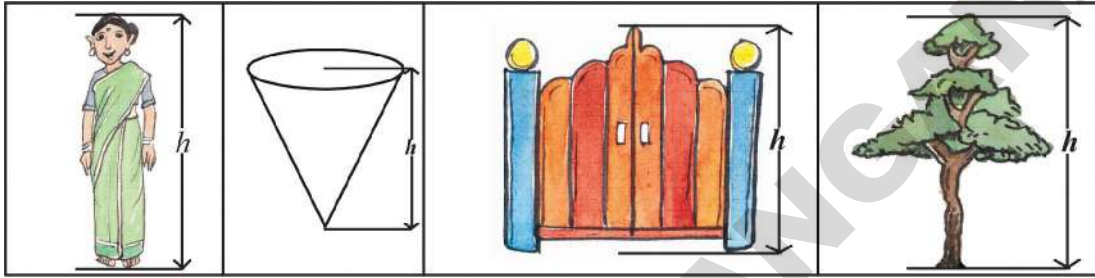


حسب ذیل اضلاع کے طول کی مدد سے کیا مثلث کی تشکیل ممکن ہے؟

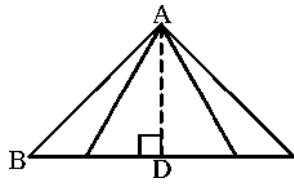
(i) 3 سمر، 4 سمر، 5 سمر (ii) 6 سمر، 6 سمر، 6 سمر (iii) 4 سمر، 4 سمر، 8 سمر (iv) 3 سمر، 5 سمر، 7 سمر،

5.3 مثلث کا ارتفاع:-

روزمرہ زندگی میں مختلف موقعوں پر آپ کو لفظ ”بلندی“ سے سابقہ پڑا ہوگا، آپ کس طرح حسب ذیل اشکال کی بلندیوں کی پیمائش کریں گے۔



آپ کسی چیز کی پیمائش اس کے اوپری حصہ سے نچلے حصہ تک کریں گے جیسا کہ شکل میں بتلایا گیا۔ آئیے ہم اسی اصول کو استعمال کرتے ہوئے ایک مثلث کی بلندی کی پیمائش کریں گے۔



دیا گیا ہے کہ ΔABC ، میں راس A سے قاعدہ \overline{BC} کا فاصلہ بلندی ہے، کسی بھی طرح سے آپ A سے \overline{BC} تک کئی خطی قطعے کھینچ سکتے ہیں۔ ان میں سے کونسا خط بلندی کو ظاہر کرتا ہے؟ ایسے خطی قطعہ کا طول جو راس A سے شروع ہو کر \overline{BC} پر عمود وار ہوتا ہے بلندی ہے۔

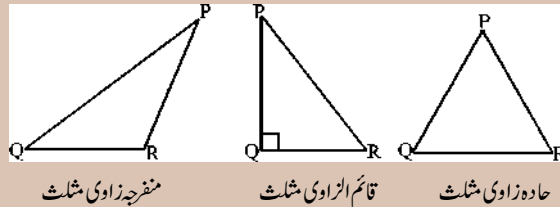
کو ظاہر کرتا ہے اس طرح خطی قطعہ \overline{AD} مثلث کا ارتفاع ہے اور اس کا طول بلندی ہے۔ ہر راس سے ایک ارتفاع کھینچا جاسکتا ہے۔

کوشش کیجئے



(i) حسب ذیل مثلثات میں P سے \overline{QR} پر ارتفاع کھینچئے۔ مزید دو راسوں سے بھی ارتفاع کھینچئے۔

(آپ ضرورت پڑنے پر گننے بھی استعمال کر سکتے ہیں۔)



منفرج زاوی مثلث

قائم الزاوی مثلث

حادہ زاوی مثلث

(ii) کیا ارتفاع ہمیشہ مثلث کے اندر واقع ہونگے۔

(iii) کیا آپ ایسے مثلث کا تصور کر سکتے ہیں جس کے دو ارتفاع اس کے دو اضلاع ہوں گے۔

5.4 Medians of a triangle

Make a paper cut out of $\triangle ABC$.

Now fold the triangle in such a way that the vertex B falls on vertex C. The line along which the triangle has been folded will

intersect side \overline{BC} as shown in Figure 1. The point of intersection is the mid-point of side \overline{BC} which we call D. Join vertex A and this mid-point D (as can be seen in Figure 2).

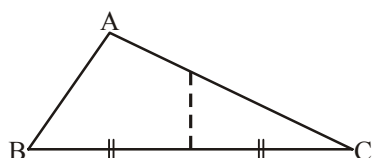


Figure 1

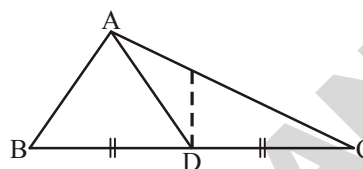


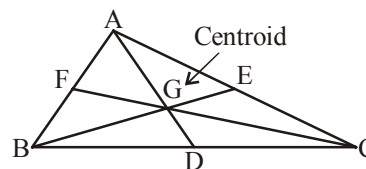
Figure 2

Similarly, fold the triangle in such a way that the vertex A falls on vertex C. The line along which the triangle has been folded will intersect side \overline{AC} . The point of intersection is the mid-point of side \overline{AC} which is marked as E. Join vertex B and this mid-point E.

Lastly, fold the triangle in such a way that the vertex A falls on vertex B. The line along which the triangle has been folded will intersect side \overline{AB} . The point of intersection of F is the mid-point of side AB. Join vertex C and this mid-point F.

AD, BE and CF are the line segments formed by joining the vertices A, B and C of the triangle to the mid-points of the opposite sides. They are called the medians of the triangle.

You will observe that the three medians intersect each other at a point in the interior of the triangle. This point of concurrency is called the Centroid (G).



Thus, line segments which join the vertex of the triangle to the mid-point of the opposite side are called medians of the triangle. This point of concurrency of medians is called the Centroid (G).



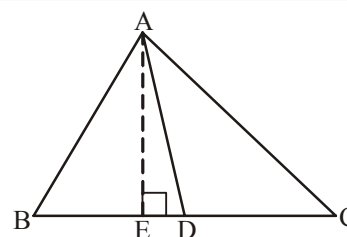
Try This

Take paper cut outs of right-angled triangles and obtuse-angled triangles and find their centroid.



Exercise - 2

1. In $\triangle ABC$, D is the midpoint of BC
 - (i) AD is the _____
 - (ii) AE is the _____



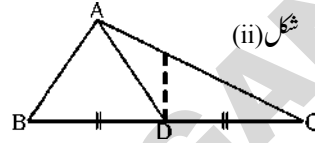
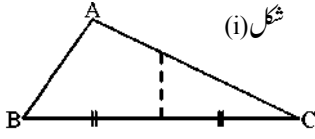
5.4 مثلث کے وسطیے :-



کاغذ کی مدد سے ایک مثلث ΔABC بنائیے

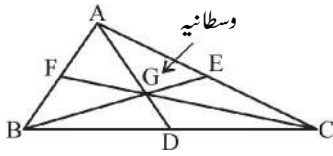
اب مثلث کو اس طرح موڑیے کہ راس B راس C پر منطبق ہو جائے۔

خط جسکے ہمراہ کاغذ کو موڑا جا چکا ہے وہ \overline{BC} کو شکل (i) میں بتلائے گئے طریقہ سے قطع کرتا ہے۔ نقطہ تقاطع جو \overline{BC} کا وسطی نقطہ ہے کو D نام دیجئے۔ ایک خط راس A سے نقطہ D کو ملاتے ہوئے کھینچئے (جیسا کہ شکل (ii) میں بتلایا گیا ہے)



ٹھیک اسی طرح سے کاغذ کو اس انداز میں موڑیے کہ راس A راس C پر منطبق ہو جائے۔ خط جسکے ہمراہ کاغذ کو موڑا گیا ہے۔ ضلع \overline{AC} کو قطع کرتا ہے ان کا نقطہ تقاطع ضلع \overline{AC} کا وسطی نقطہ ہے ایک خط راس B سے وسطی نقطہ کو ملاتے ہوئے کھینچئے اس کو E نام دیجئے۔

آخر میں کاغذ کو اس انداز میں موڑیے کہ راس A، راس B پر منطبق ہو جائے خط جس کے ہمراہ کاغذ کو موڑا گیا ہے وہ ضلع



\overline{AB} کا وسطی نقطہ ہے ایک خط راس C سے وسطی نقطہ کو ملاتے ہوئے کھینچئے۔ اس کو F نام دیجئے۔ خطی قطعات \overline{AD} ، \overline{BE} ، \overline{CF} جو راسوں سے مقابل کے ضلعوں کے وسطی نقاط کو ملاتے ہیں۔ یہ مثلث کے وسطیے کہلاتے ہیں۔

آپ یہ مشاہدہ کریں گے کہ یہ تین وسطیے مثلث کے اندر ایک نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اس نقطہ تراکز کو مرکز وسطانی (مرکز ثقل) Centroid کہتے ہیں۔

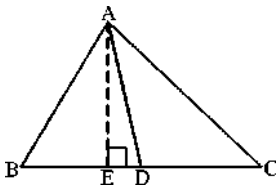
پس خطی قطعات جو مثلث کے راسوں سے مقابل کے اضلاع کے وسطی نقاط کو ملاتے ہیں مثلث کے وسطیے کہلاتے ہیں۔ اور ان کا نقطہ تراکز مرکز وسطانی (مرکز ثقل) کہلاتا ہے۔

کوشش کیجئے



کاغذ کی مدد سے قائم الزاویہ مثلثات اور منفرجہ زاویہ مثلثات بنائیے اور ان کے مرکز وسطانی معلوم کیجئے۔

مشق - 2



1. ΔABC میں 'D' \overline{BC} کا وسطی نقطہ ہے۔ تب

(i) \overline{AD} ایک ہیں۔

(ii) \overline{AE} ایک ہیں۔

2. Name the triangle in which the two altitudes of the triangle are two of its sides.
3. Does a median always lie in the interior of the triangle?
4. Does an altitude always lie in the interior of a triangle?
5. (i) Write the side opposite to vertex Y in $\triangle XYZ$.
(ii) Write the angle opposite to side \overline{PQ} in $\triangle PQR$.
(iii) Write the vertex opposite to side \overline{AC} in $\triangle ABC$.

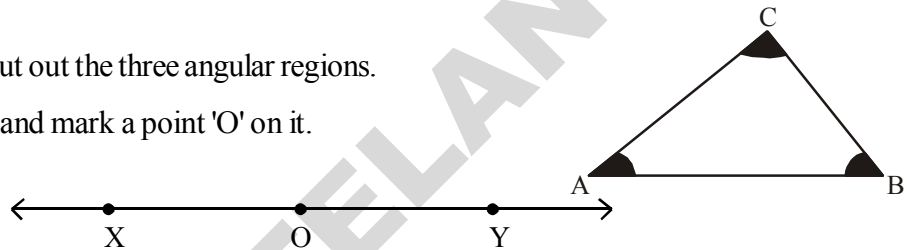
5.5 Properties of triangles

5.5.1 Angle-sum property of a triangle

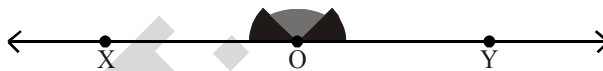
Let us learn about this property through the following four activities

Activity 1

1. On a white sheet of paper, draw a triangle ABC. Using colour pencils mark its angles as shown.
2. Using scissors, cut out the three angular regions.
3. Draw a line XY and mark a point 'O' on it.



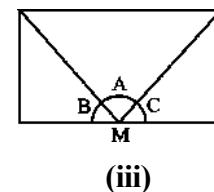
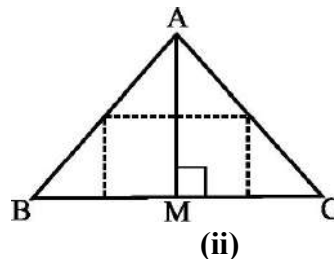
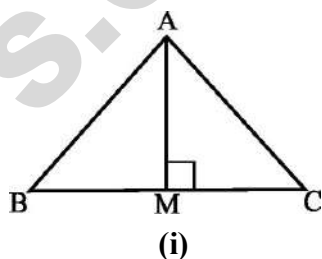
4. Paste the three angular cut outs adjacent to each other to form one angle at 'O' as shown in the figure below.



You will find that three angles now constitute a straight angle. Thus, the sum of the measures of angles of a triangle is equal to 180° .

Activity 2

Take a piece of paper and cut out a triangle, say ABC. Draw the altitude AM by folding $\triangle ABC$. Now, fold the three corners such that all the vertices A, B and C touch at M as shown in the following figures.



You will see that all the three angles A, B and C form a straight line and thus $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

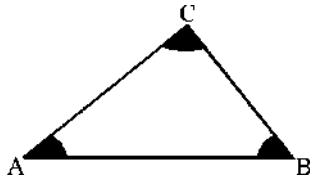
2. ایک ایسے مثلث کا نام دیجئے جس میں دو ارتفاع ہی اس کے دو اضلاع ہوں۔
3. کیا وسطانیہ ہمیشہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے؟
4. کیا ارتفاع ہمیشہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے؟
5. (i) ΔXYZ میں راس Y کے مقابل کا ضلع لکھئے۔
- (ii) ΔPQR میں ضلع PQ کے مقابل کا زاویہ لکھئے۔
- (iii) ΔABC میں ضلع AC کے مقابل کا راس لکھئے۔

5.5 مثلثات کی خصوصیات:-

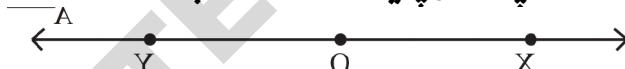
5.5.1 مثلث کے زاویوں کے مجموعے کی خاصیت۔

آئیے ہم اس خاصیت کو حسب ذیل مشاغل کے ذریعہ جانیں گے۔
مشغلہ 1:-

1. ایک سفید کاغذ پر ایک مثلث ABC کھینچئے، رنگین پنسل کے استعمال سے شکل میں بتلائیے گئے طریقے سے زاویوں کی نشاندہی کیجئے۔



2. قینچی کی مدد سے نشان زدہ تین زاویوں کے علاقوں کو کاٹ دیں۔
3. ایک خط XY کھینچئے اور اس پر ایک نقطہ 'O' نوٹ کیجئے۔

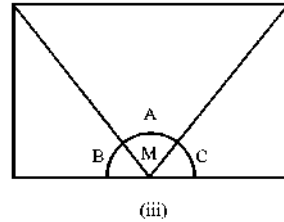
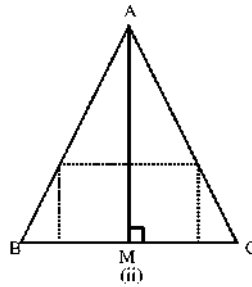
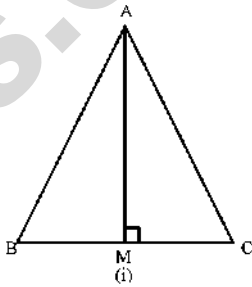


4. کاٹے گئے زاوی گوشوں کو نقطہ 'O' پر ایک دوسرے کے متصل چسپاں کیجئے۔



اس سے آپ کو یہ معلوم ہوگا کہ اب یہ ایک زاویہ مستقیم بناتے ہیں پس مثلث کے زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° کے مساوی ہوتا ہے۔
مشغلہ 2:-

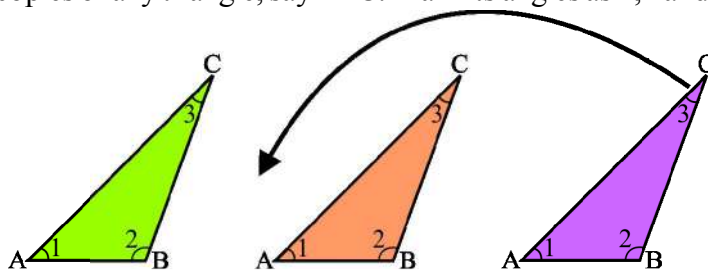
ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجئے اور اس سے ایک مثلث تراشئے اس کو ABC کا نام دیجئے۔ ΔABC کو موڑتے ہوئے ایک ارتفاع \overline{AM} بنائیے۔ اب تین کونوں کو اس طرح موڑیے کہ تمام راس A، B، اور C نقطہ M کو مس کریں جس طرح کے شکل میں بتلایا گیا ہے۔



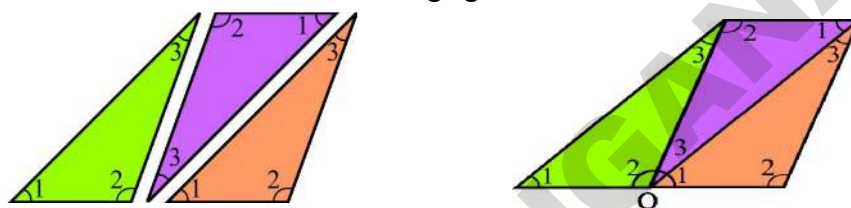
آپ یہ مشاہدہ کریں گے کہ تمام زاویے A، B، اور C ایک خط مستقیم بناتے ہیں۔ پس $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Activity 3

Take three copies of any triangle, say ABC. Mark its angles as 1, 2 and 3 as shown below:



Arrange these triangular cut-outs as shown in the following figures.



What do you observe about $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ at the point 'O'?

You will observe that three angles form a straight line and so measure 180° .

Activity 4

Draw any three triangles, say $\triangle ABC$, $\triangle PQR$ and $\triangle XYZ$ in your note book. Use your protractor and measure each of the angles of these triangles.

| Name of the Triangle | Measure of angles | Sum of the measures of the three angles |
|----------------------|---|---|
| $\triangle ABC$ | $\angle A = \dots, \angle B = \dots, \angle C = \dots,$ | $\angle A + \angle B + \angle C =$ |
| $\triangle PQR$ | $\angle P = \dots, \angle Q = \dots, \angle R = \dots,$ | $\angle P + \angle Q + \angle R =$ |
| $\triangle XYZ$ | $\angle X = \dots, \angle Y = \dots, \angle Z = \dots,$ | $\angle X + \angle Y + \angle Z =$ |

Allowing marginal errors in measurements, you will find that the sum of the three angles of a triangle is 180° .

Now, let us observe the proof- “the sum of the angles of a triangle is equal to 180° ” through logical argumentation.

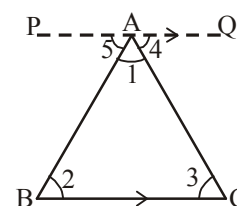
Proof of angle-sum property of a triangle:

Statement : The sum of the three angles of a triangle is 180°

Given : A triangle ABC

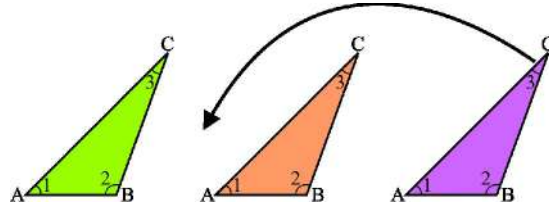
To prove : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Construction : Through A draw a line segment PQ parallel to BC.

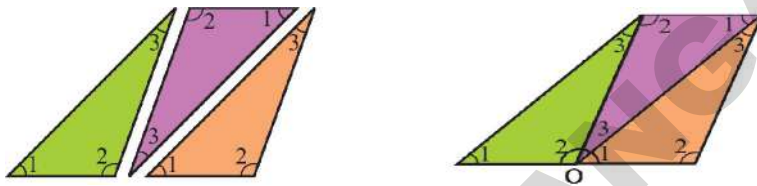


مشغلہ 3:-

کوئی تین مثلثات کے نمونے لیجئے۔ انہیں ABC کا نام دیجئے۔ ان کے زاویوں کو 1, 2 اور 3 کا نام دیجئے جیسا کہ شکل میں بتلایا گیا ہے۔



مثلثات کے نمونوں کو شکل میں بتلائے گئے طریقوں سے ترتیب دیجئے۔



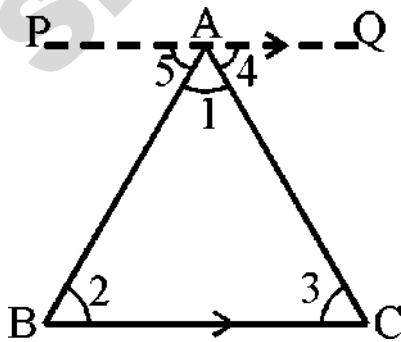
نقطہ O پر $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ کے متعلق آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔
آپ یہ مشاہدہ کریں گے کہ تینوں زاویے ایک خط مستقیم بناتے ہیں اور اس کی پیمائش 180° ہوگی۔

مشغلہ 4:-

آپ اپنی کاپی میں تین مثلثات کھینچئے اور انہیں ΔABC ، ΔPQR اور ΔXYZ کا نام دیجئے۔ چاندہ کے استعمال سے ان تمام مثلثات کے زاویوں کی پیمائش کیجئے۔

| مثلث کا نام | زاویوں کی پیمائش طبعی اعداد میں | تین زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ |
|--------------|--|----------------------------------|
| ΔABC | $\angle A = \dots, \angle B = \dots, \angle C = \dots$ | $\angle A + \angle B + \angle C$ |
| ΔPQR | $\angle P = \dots, \angle Q = \dots, \angle R = \dots$ | $\angle P + \angle Q + \angle R$ |
| ΔXYZ | $\angle X = \dots, \angle Y = \dots, \angle Z = \dots$ | $\angle X + \angle Y + \angle Z$ |

پیمائش کے دوران چھوٹی غلطیوں کو نظر انداز کرنے پر آپ کو یہ معلوم ہوگا کہ مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180° ہوگا۔ اب آپ مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180° سے متعلق منطقی سوچ کا مشاہدہ کریں گے۔



مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180° ہونے کا ثبوت:-

بیان: مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

دیا گیا ہے: ایک مثلث ABC میں

ثابت کرنا ہے کہ (مطلوب): $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

عمل: A سے گزرتا ہو BC کے متوازی ایک خطی قطعہ PQ کھینچا گیا۔

Proof:

Mark the angles with the numbers as indicated in the figure:

$$\begin{aligned}\angle 2 &= \angle 5 && \text{(alternate interior angles)} \\ \angle 3 &= \angle 4 && \text{(alternate interior angles)} \\ \angle 2 + \angle 3 &= \angle 5 + \angle 4 && \text{(adding above two equations)} \\ \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 &= \angle 1 + \angle 5 + \angle 4 && \text{(adding } \angle 1 \text{ to both sides)} \\ \text{But } \angle 1 + \angle 5 + \angle 4 &= 180^\circ && \text{(angles forming a straight line)} \\ \therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 &= 180^\circ \\ \therefore \angle A + \angle B + \angle C &= 180^\circ.\end{aligned}$$

Thus, the sum of the three angles of a triangle is 180° .

Example 1: In $\triangle ABC$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, find $\angle C$.

Solution : In $\triangle ABC$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (angle-sum property of a triangle)

$$\begin{aligned}30^\circ + 45^\circ + \angle C &= 180^\circ && \text{(substituting given values in question)} \\ 75^\circ + \angle C &= 180^\circ \\ \angle C &= 180^\circ - 75^\circ \\ \therefore \angle C &= 105^\circ\end{aligned}$$

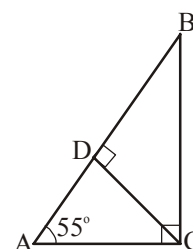
Example 2 : In $\triangle ABC$, if $\angle A = 3 \angle B$ and $\angle C = 2 \angle B$. Find all the three angles of $\triangle ABC$.

Solution : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [angle-sum property of a triangle]

$$\begin{aligned}3 \angle B + \angle B + 2 \angle B &= 180^\circ && [\angle A = 3 \angle B, \angle C = 2 \angle B] \\ 6 \angle B &= 180^\circ \\ \text{Therefore, } \angle B &= 30^\circ \\ \text{Thus, } \angle A &= 3 \angle B = 3 \times 30^\circ = 90^\circ \\ \angle C &= 2 \angle B = 2 \times 30^\circ = 60^\circ\end{aligned}$$

Example 3 : $\triangle ABC$ is right angled at C, $CD \perp AB$ and $\angle A = 55^\circ$.

Find (i) $\angle DCA$ (ii) $\angle BCD$ (iii) $\angle ABC$



Solution : In $\triangle ACD$,

$$\begin{aligned}\angle CAD + \angle ADC + \angle DCA &= 180^\circ \text{ (angle-sum property of a triangle)} \\ 55^\circ + 90^\circ + \angle DCA &= 180^\circ \text{ (substituting values given in question)}\end{aligned}$$

ثبوت: شکل میں بتائیے گئے طریقے سے زاویوں کی نشاندہی کیجئے۔

(متبادلہ زاویے) $1 \dots\dots\dots \angle 2 = \angle 5$

(متبادلہ زاویے) $2 \dots\dots\dots \angle 3 = \angle 4$

(1 اور 2 کو جمع کرنے پر) $\angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 4$

$\angle 1$ کو دونوں جانب جمع کرنے پر $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 5 + \angle 4$

زاویے جو خط مستقیم بناتے ہیں $\angle 1 + \angle 5 + \angle 4 = 180^\circ$ لیکن

اسلئے $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

پس مثلث کے زاویوں کا مجموعہ 180° ہے۔ $\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

مثال 1:- ΔABC میں $\angle A = 30^\circ$ ، $\angle B = 45^\circ$ تب $\angle C$ کیا ہوگا؟

حل:- ΔABC میں $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

(مساوات میں قیمتیں درج کرنے پر) $30^\circ + 45^\circ + \angle C = 180^\circ$

$75^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\angle C = 180^\circ - 75^\circ$

$\angle C = 105^\circ$

مثال 2:- ΔABC میں اگر $\angle A = 3\angle B$ اور $\angle C = 2\angle B$ تب ΔABC کے تمام زاویے معلوم کیجئے؟

حل:- ΔABC میں $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

(چونکہ $\angle A = 3\angle B$ اور $\angle C = 2\angle B$) $3\angle B + \angle B + 2\angle B = 180^\circ$

پس اس طرح $6\angle B = 180^\circ$ اور $\angle B = 30^\circ$

پس $\angle A = 3\angle B = 3 \times 30^\circ = 90^\circ$

$\angle C = 2\angle B = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

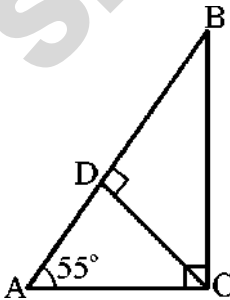
مثال 3:- ΔABC میں C پر زاویہ قائمہ ہے اور $CD \perp AB$ ، $\angle A = 55^\circ$

(i) $\angle ACD$ (ii) $\angle BCD$ (iii) $\angle ABC$ معلوم کیجئے۔

حل:- ΔACD میں

(مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت) $\angle CAD + \angle ADC + \angle DCA = 180^\circ$

(سوال میں دی گئی قیمتوں کو درج کرنے پر) $55^\circ + 90^\circ + \angle DCA = 180^\circ$



$$145^\circ + \angle DCA = 180^\circ$$

$$\angle DCA = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

Therefore, $\angle DCA = 35^\circ$

(ii) In $\triangle ABC$,

$$\angle ACB = 90^\circ$$

Therefore, $\angle DCA + \angle BCD = 90^\circ$ (from the figure $\angle ACB = \angle DCA + \angle BCD$)

$$35^\circ + \angle BCD = 90^\circ \text{ (from (i), } \angle DCA = 35^\circ \text{)}$$

$$\angle BCD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

(iii) In $\triangle ABC$,

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ \text{ (angle-sum property of a triangle)}$$

$$\angle ABC + 90^\circ + 55^\circ = 180^\circ \text{ (given)}$$

$$\angle ABC + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 145^\circ$$

Therefore, $\angle ABC = 35^\circ$

Example 4 : The angles of a triangle are in the ratio 2 : 3 : 4. Find the angles.

Solution : The given ratio between the angles of the triangle = 2 : 3 : 4

$$\text{Sum of the terms of the ratio} = 2 + 3 + 4 = 9$$

$$\text{Sum of the angles of a triangle} = 180^\circ$$

$$\text{Therefore, } 1^{\text{st}} \text{ angle} = \frac{2}{9} \times 180^\circ = 40^\circ$$

$$2^{\text{nd}} \text{ angle} = \frac{3}{9} \times 180^\circ = 60^\circ$$

$$3^{\text{rd}} \text{ angle} = \frac{4}{9} \times 180^\circ = 80^\circ$$

Thus, the angles of the triangle are 40° , 60° and 80° .

$$145^\circ + \angle DCA = 180^\circ$$

$$\angle DCA = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

$$\angle DCA = 35^\circ \text{ اس لیے}$$

$$\angle ACB = 90^\circ \text{ میں } \Delta ABC \text{ مثلث (ii)}$$

$$\text{اسلئے (ii) } \angle ACB = \angle DCA + \angle BCD \text{ (شکل کی رو سے)}$$

$$(\angle DCA = 35^\circ \text{ سے، (ii) اور (i)}) \quad 35^\circ + \angle BCD = 90^\circ$$

$$\angle BCD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\text{(iii) مثلث } \Delta ABC \text{ میں}$$

$$\text{(مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)} \quad \angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$$

$$\text{(دیا گیا ہے)} \quad \angle ABC + 90^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 145^\circ$$

$$\angle ABC = 35^\circ \text{ اسلئے}$$

مثال 4:- ایک مثلث کے زاویوں میں 2 : 3 : 4 کی نسبت ہے زاویے معلوم کیجئے۔

حل: مثلث کے زاویوں میں دی گئی نسبت = 2 : 3 : 4 =

$$9 = 2 + 3 + 4 = \text{ زاویوں کی نسبت کا مجموعہ}$$

$$180^\circ = \text{ مثلث کے زاویوں کا مجموعہ}$$

$$40^\circ = \frac{2}{9} \times 180^\circ = \text{ اسلئے پہلا زاویہ}$$

$$60^\circ = \frac{3}{9} \times 180^\circ = \text{ دوسرا زاویہ}$$

$$80^\circ = \frac{4}{9} \times 180^\circ = \text{ تیسرا زاویہ}$$

پس مثلث کے زاویے 40° ، 60° اور 80° ہیں۔

Example 5 : Find the value of angle 'x' in the figure.

Solution : $\angle ECD = \angle CBA = 73^\circ$

(Since $AB \parallel CD$ these two are alternate angles)

In $\triangle ECD$,

$$\angle DEC + \angle CDE + \angle ECD = 180^\circ$$

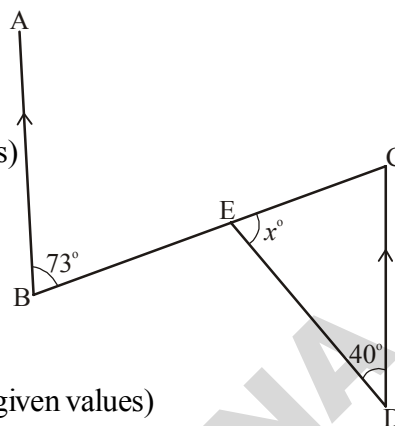
(sum of angles in a triangle is 180°)

$$x^\circ + 40^\circ + 73^\circ = 180^\circ \quad (\text{substituting given values})$$

$$x^\circ + 113^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = 180^\circ - 113^\circ$$

$$x^\circ = 67^\circ$$



Example 6 : One angle of $\triangle ABC$ is 40° and the other two angles are equal. Find the measure (value) of each equal angle.

Solution : Let $\angle C = 40^\circ$ and $\angle A = \angle B = x^\circ$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad (\text{sum of angles in a triangle is } 180^\circ)$$

$$x^\circ + x^\circ + 40^\circ = 180^\circ \quad (\text{substituting values given in the question})$$

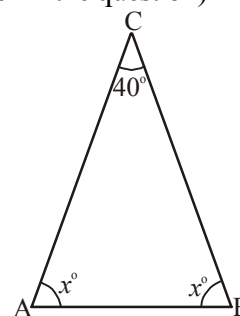
$$2x^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 40^\circ$$

$$2x = 140^\circ$$

$$x^\circ = 70^\circ$$

Thus, each equal angle is 70° .



Example 7 : In the figure, D and E are the points on sides AB and AC of $\triangle ABC$ such that $DE \parallel BC$. If $\angle B = 30^\circ$ and $\angle A = 40^\circ$, find (i) x (ii) y (iii) z

Solution : (i) $\angle EDA = \angle CBA$ (corresponding angles as $DE \parallel BC$)

Therefore, $x^\circ = 30^\circ$

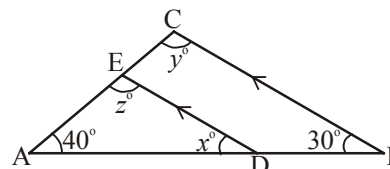
(ii) In $\triangle ABC$,

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad (\text{sum of angles in a triangle is } 180^\circ)$$

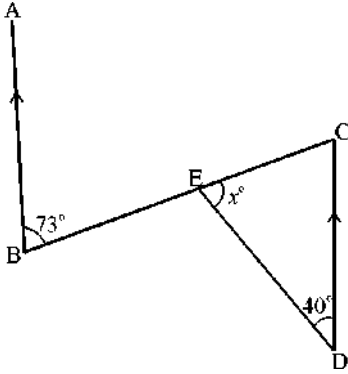
$$40^\circ + 30^\circ + y^\circ = 180^\circ \quad (\text{substituting given values})$$

$$70^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore y^\circ = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$



مثال 5:- دی گئی شکل میں زاویہ "x" کی قدر معلوم کیجئے۔



حل: $\angle ECD = \angle ABC = 73^\circ$

(چونکہ $AB \parallel CD$ یہہ دونوں متبادلہ زاویے ہیں)

میں $\triangle ECD$

$\angle CED + \angle EDC + \angle DCE = 180^\circ$

مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت

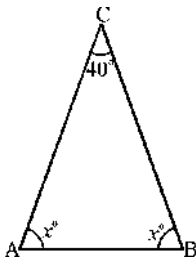
(سوال میں دی گئی قدروں کو درج کرنے پر) $x^\circ + 40^\circ + 73^\circ = 180^\circ$

$x^\circ + 113^\circ = 180^\circ$

$x^\circ = 180^\circ - 113^\circ$

$x^\circ = 67^\circ$

مثال 6:- مثلث $\triangle ABC$ میں ایک زاویہ 40° ہے اور دوسرے زاویے مساوی ہیں۔ دو مساوی زاویوں میں ہر ایک کی پیمائش کیا ہوگی۔



حل:- فرض کرو کہ $\angle A = \angle B = x^\circ$ اور $\angle C = 40^\circ$

(مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت) $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

(سوال میں دی گئی قیمتوں کو درج کرنے پر) $x^\circ + x^\circ + 40^\circ = 180^\circ$

$2x^\circ + 40^\circ = 180^\circ$

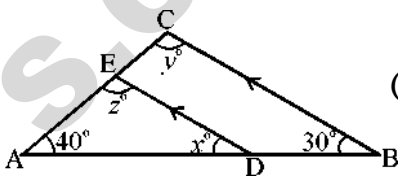
$2x^\circ = 180^\circ - 40^\circ$

$2x^\circ = 140^\circ$

$x^\circ = 70^\circ$

پس ہر ایک زاویہ 70° درجہ ہوگا

مثال 7:- شکل میں D اور E مثلث $\triangle ABC$ کے ضلع AB اور AC کے نقاط ہیں جہاں $DE \parallel BC$ اگر $\angle B = 30^\circ$ اور



$\angle A = 40^\circ$ تب (i) x (ii) y (iii) z، معلوم کیجئے۔

حل:- (i) $\angle EDA = \angle CBA$ (نظیری زاویے ہیں چونکہ $DE \parallel BC$)

اسلئے $x^\circ = 30^\circ$

(ii) میں $\triangle ABC$ $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

(سوال میں دی گئی قیمتوں کو درج کرنے پر) $40^\circ + 30^\circ + y^\circ = 180^\circ$

تب $70^\circ + y^\circ = 180^\circ$ اس لیے $y^\circ = 110^\circ$

(iii) $y^\circ = z^\circ = 110^\circ$ (corresponding angles since $DE \parallel BC$)

(OR)

In $\triangle ADE$, $\angle A + \angle ADE + \angle AED = 180^\circ$ (the sum of the three angles of a triangle is 180°)

$$30^\circ + 40^\circ + z^\circ = 180^\circ$$

$$70^\circ + z^\circ = 180^\circ$$

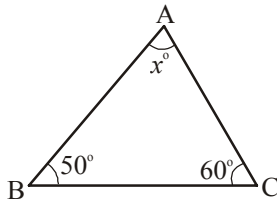
$$z^\circ = 180^\circ - 70^\circ$$

$$z^\circ = 110^\circ$$

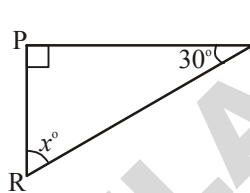


Exercise - 3

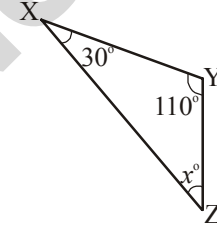
1. Find the value of the unknown 'x' in the following triangles.



(i)

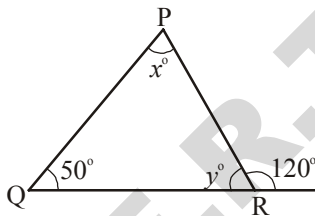


(ii)

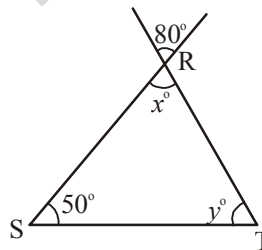


(iii)

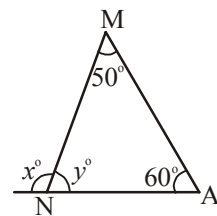
2. Find the values of the unknowns 'x' and 'y' in the following diagrams.



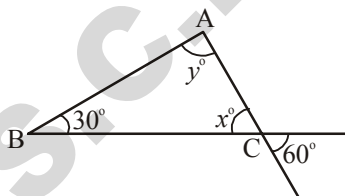
(i)



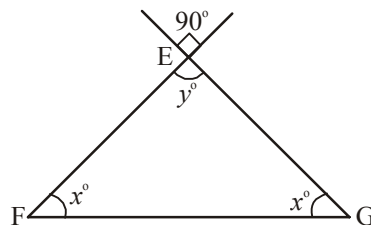
(ii)



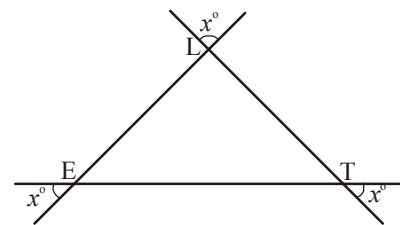
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

3. Find the measure of the third angle of triangles whose two angles are given below:

(i) $38^\circ, 102^\circ$

(ii) $116^\circ, 30^\circ$

(iii) $40^\circ, 80^\circ$

4. In a right-angled triangle, one acute angle is 30° . Find the other acute angle.

(iii)

(DE||BC نظر سے زاویے ہیں جو کہ $Y^{\circ}=Z^{\circ}=110^{\circ}$)

(یا)

 $\angle A + \angle ADE + \angle AED = 180^{\circ}$ (ہمیں معلوم ہوا ہے کہ تینوں زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے)

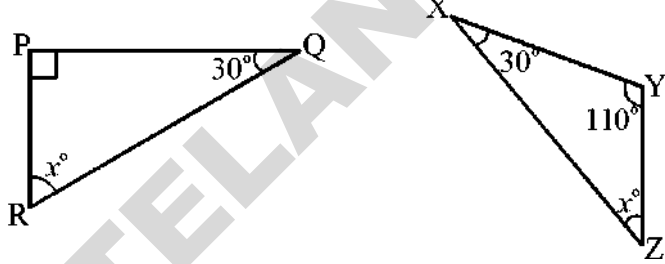
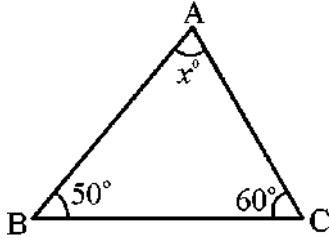
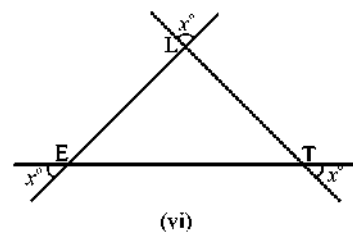
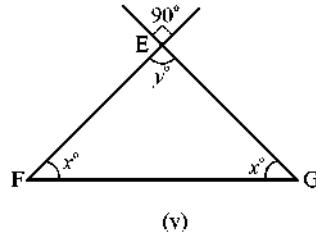
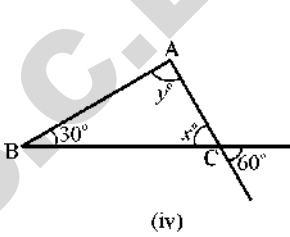
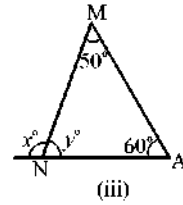
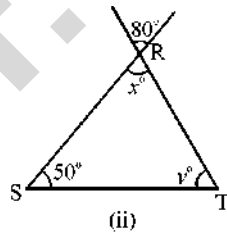
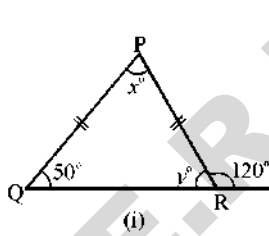
$$30 + 40 + z^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$70^{\circ} + z^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$z^{\circ} = 180^{\circ} - 70^{\circ}$$

$$z^{\circ} = 110^{\circ}$$

مشق - 3

1. حسب ذیل مثلثات میں x کی قدر معلوم کیجئے۔2. حسب ذیل اشکال میں x اور y کی قدریں معلوم کیجئے

3. مثلثات کے دو زاویے دیئے گئے ہیں تیسرے زاویے کی پیمائش کیا ہوگی؟

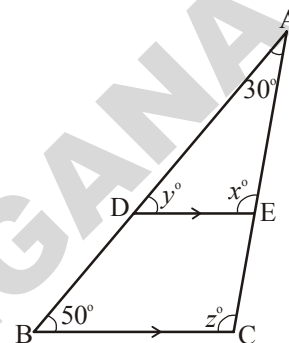
(i) $102^{\circ}, 38^{\circ}$ (ii) $30^{\circ}, 116^{\circ}$ (iii) $80^{\circ}, 40^{\circ}$ 4. ایک قائم الزاوی مثلث میں ایک حادہ زاویہ 30° ہے دوسرا حادہ زاویہ معلوم کرو۔

5. State true or false for each of the following statements.

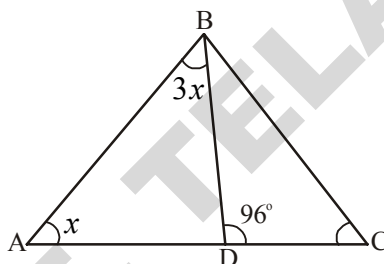
- (i) A triangle can have two right angles.
- (ii) A triangle can have two acute angles.
- (iii) A triangle can have two obtuse angles.
- (iv) Each angle of a triangle can be less than 60° .

6. The angles of a triangle are in the ratio 1 : 2 : 3. Find the angles.

7. In the figure, $DE \parallel BC$, $\angle A = 30^\circ$ and $\angle B = 50^\circ$. Find the values of x , y and z .



8. In the figure, $\angle ABD = 3 \angle DAB$ and $\angle CDB = 96^\circ$. Find $\angle ABD$.

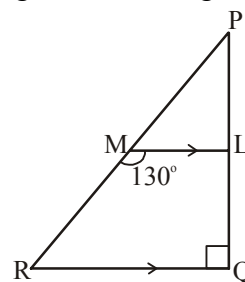


9. In ΔPQR $\angle P = 2 \angle Q$ and $2 \angle R = 3 \angle Q$, calculate the angles of ΔPQR .

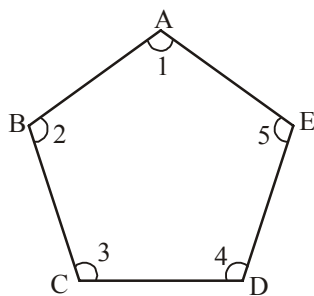
10. If the angles of a triangle are in the ratio 1 : 4 : 5, find the angles.

11. The acute angles of a right triangle are in the ratio 2 : 3. Find the angles of the triangle.

12. In the figure, ΔPQR is right angled at Q, $\overline{ML} \parallel \overline{RQ}$ and $\angle LMR = 130^\circ$. Find $\angle MPL$, $\angle LMP$ and $\angle QRP$.



13. In Figure ABCDE, find $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$.

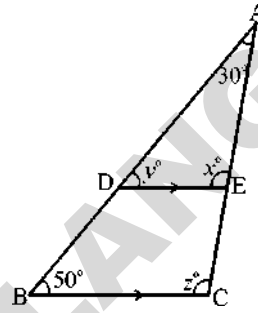


5. حسب ذیل بیانات صادق ہیں یا کاذب، بیان کیجئے۔

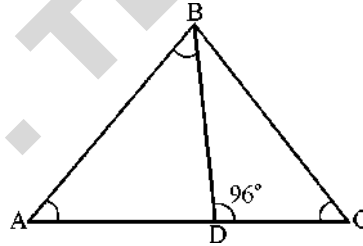
- () (i) ایک مثلث میں دو قائمہ زاویے ہو سکتے ہیں
 () (ii) ایک مثلث میں دو حادہ زاویے ہو سکتے ہیں
 () (iii) ایک مثلث میں دو منفرجہ زاویے ہو سکتے ہیں
 () (iv) مثلث کا ہر زاویہ 60° سے چھوٹا ہو سکتا ہے

6. ایک مثلث کے زاویے $1 : 2 : 3$ کی نسبت میں ہیں زاویے معلوم کرو۔

7. شکل میں $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\angle A = 30^\circ$ اور $\angle B = 50^\circ$ تب x ، y اور z کی قدریں معلوم کیجئے



8. شکل میں $\angle ABD = 3\angle DAB$ اور $\angle BDC = 96^\circ$ ہو تو $\angle ABD$ معلوم کیجئے۔



9. ΔPQR میں $\angle P = 2\angle Q$ اور $\angle R = 3\angle Q$ ہو تو ΔPQR کے تمام زاویے معلوم کیجئے۔

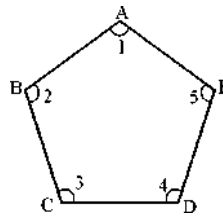
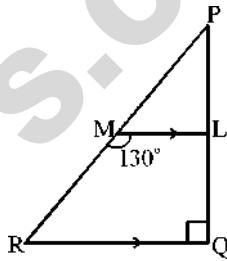
10. اگر مثلث کے زاویوں میں $1 : 4 : 5$ کی نسبت ہو تو زاویے معلوم کرو۔

11. ایک قائمہ الزاویہ مثلث کے حادہ زاویوں میں $2 : 3$ کی نسبت ہو تو مثلث کے زاویے معلوم کرو۔

12. شکل میں ΔPQR ، Q پر قائمہ الزاویہ بناتا ہے $\overline{ML} \parallel \overline{RQ}$ اور $\angle MPL = 130^\circ$ ،

$\angle LMP$ ، $\angle PLM$ اور $\angle PRQ$ معلوم کیجئے۔

13. شکل ABCDE میں $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ معلوم کیجئے۔



5.5.2 Exterior angle of a triangle

Draw $\triangle ABC$ and produce one of its sides say BC to a point D as shown in the Figure 1. Observe the $\angle ACD$ formed at point C . This angle lies in the exterior of $\triangle ABC$. We call it the exterior angle of $\triangle ABC$ formed at vertex C .

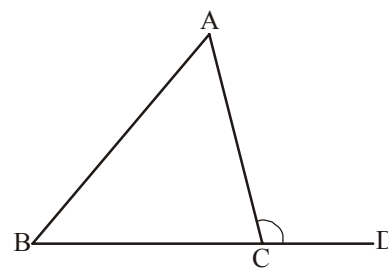


Figure 1

Clearly $\angle BCA$ is an adjacent angle to $\angle ACD$. The remaining two angles of the triangle namely $\angle BAC$ or $\angle A$ and $\angle CBA$ or $\angle B$ are called the two interior opposite angles of $\angle ACD$. Now cut out (or make trace copies of) $\angle A$ and $\angle B$ and place them adjacent to each other as shown in the Figure 2.

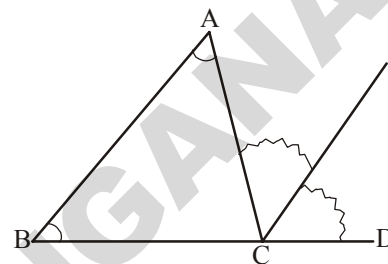


Figure 2

Do these two pieces together entirely cover $\angle ACD$?

Can you say that $\angle DCA = \angle A + \angle B$?

From the above activity, we can say that **an exterior angle of a triangle is equal to the sum of two interior opposite angles.**

Do This

Draw $\triangle ABC$ and form an exterior $\angle ACD$. Now take a protractor and measure $\angle ACD$, $\angle A$ and $\angle B$.

Find $\angle A + \angle B$ and compare it with the measure $\angle ACD$.

Do you observe that $\angle ACD$ is equal (or nearly equal) to $\angle A + \angle B$?



A logical step-by-step argument can further confirm that the exterior angle of a triangle is equal to the sum of the interior opposite angles.

Statement : An exterior angle of triangle is equal to the sum of its interior opposite angles.

Given : $\triangle ABC$ with $\angle ACD$ as exterior angle

To prove : $\angle ACD = \angle A + \angle B$

Construction : Through C draw CE parallel to BA

Justification :

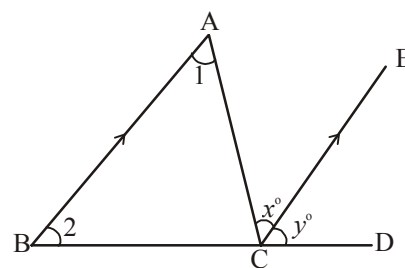
$\angle 1 = \angle x$ ($BA \parallel CE$ and AC is transversal therefore, alternate angles are equal)

$\angle 2 = \angle y$ ($BA \parallel CE$ and BD is transversal therefore, corresponding angles are equal)

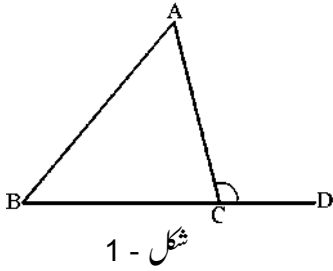
$\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$

$\angle ACD = \angle 1 + \angle 2$

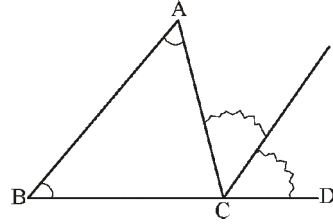
Therefore, $\angle ACD = \angle 1 + \angle 2$ (from the figure $\angle x + \angle y = \angle ACD$)



5.5.2 مثلث کا خارجی زاویہ:-



شکل - 1



شکل - 2

مثلث ΔABC کھینچئے اور اس کے اضلاع میں \overline{BC} کو D تک آگے بڑھائیے جیسا کہ شکل 1 میں بتلایا گیا ہے۔ نقطہ C پر تشکیل کردہ $\angle ACD$ کا مشاہدہ کیجئے۔ یہہ زاویہ ΔABC کے بیرون واقع ہے۔ اس کو اس C پر تشکیل کردہ ΔABC کا خارجی زاویہ کہتے ہیں۔

$\angle ACD, \angle BCA$ کا بالکل متصل زاویہ ہے۔ مثلث کے بقیہ دو زاویے یعنی $\angle A, \angle BCA$ اور $\angle CBA$ یا $\angle B$ ، $\angle ACD$ کے مقابل کے داخلی زاویے کہلاتے ہیں۔ اب ہم زاویے $\angle A$ اور $\angle B$ کے ٹکڑوں کو تراش کر انکو شکل 2 میں بتلائے گئے طریقے پر ایک دوسرے کے متصل رکھئے۔

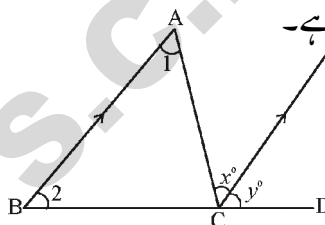
کیا یہ دو ٹکڑے مکمل طور پر $\angle ACD$ کا احاطہ کرتے ہیں؟ کیا آپ یہ کہہ سکتے ہیں کہ $\angle ACD = \angle A + \angle B$ کیوں؟ مندرجہ بالا مشغلہ سے، ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ایک مثلث کا خارجی زاویہ مقابل کے دو داخلی زاویوں کے مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔

یہ کیجئے



مثلث ΔABC کھینچئے اور ایک خارجی زاویہ $\angle ACD$ تشکیل دیجئے۔ اب چاندے کی مدد سے $\angle ACD, \angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائش کیجئے۔
 $\angle A + \angle B$ کا مجموعہ معلوم کیجئے اور $\angle ACD$ کی پیمائش سے تقابل کیجئے۔
 کیا آپ یہ مشاہدہ کرتے ہیں کہ $\angle A + \angle B, \angle ACD$ کے مساوی ہے (تقریباً مساوی)

قدم بہ قدم منطقی بحث کے ذریعہ ہم مزید توثیق کر سکتے ہیں کہ مثلث کا خارجی زاویہ مقابل کے دو داخلی زاویوں کے مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔



بیان: مثلث کا خارجی زاویہ اس کے مقابل کے دو داخلی زاویوں کے مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔
 دیا گیا ہے کہ: ΔABC خارجی زاویہ $\angle ACD$ کے ساتھ
 ثابت کرنا ہے کہ (مطلوب) $\angle ACD = \angle A + \angle B$
 عمل: C سے گزرتے ہوئے \overline{BA} کے متوازی \overline{CE} کھینچئے

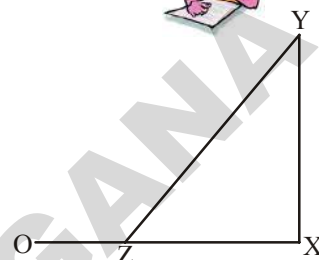
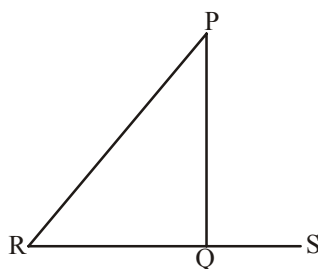
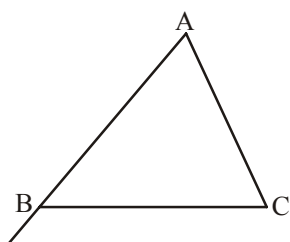
ثبوت: $\angle 1 = \angle x$ ($\overline{BA} \parallel \overline{CE}$ اور \overline{AC} قاطع خط ہے جہاں متبادل زاویے مساوی ہوتے ہیں۔)
 $\angle 2 = \angle y$ ($\overline{BA} = \overline{CE}$ اور \overline{BD} قاطع خط ہے جہاں نظیری زاویے مساوی ہوتے ہیں۔)
 $\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$

اسلئے $\angle ACD = \angle 1 + \angle 2$ (شکل کے مطابق $\angle ACD = \angle x + \angle y$)

Thus, the exterior angle of a triangle is equal to the sum of the interior opposite angles. This property is called the exterior-angle property of a triangle.

Do This

Copy each of the following triangles. In each case verify that an exterior angle of a triangle is equal to the sum of the two interior opposite angles.



Example 8 : In the figure, find the values of x and y .

Solution : $\angle DCA = \angle CBA + \angle BAC$

(exterior angle property)

$$135^\circ = 65^\circ + x^\circ$$

$$135^\circ - 65^\circ = x^\circ$$

Therefore, $x^\circ = 70^\circ$

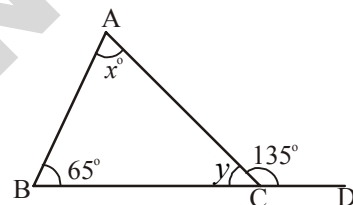
$$\angle CBA + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ \quad (\text{angle-sum property of a triangle})$$

$$65^\circ + y^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

$$135^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\therefore y^\circ = 45^\circ$$

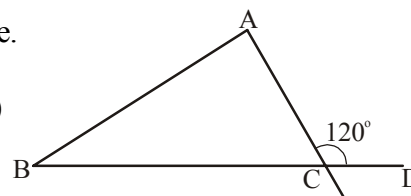


Example 9 : One of the exterior angles of a triangle is 120° and the interior opposite angles are in the ratio 1 : 5. Find the angles of the triangle.

Solution : $\angle DCA = 120^\circ$ (from the question)

$$\angle DCA = \angle A + \angle B \quad (\text{exterior angle property})$$

$$\angle A + \angle B = 120^\circ$$

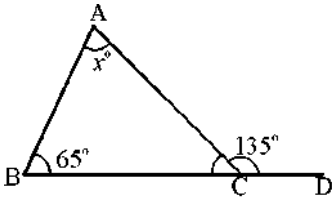
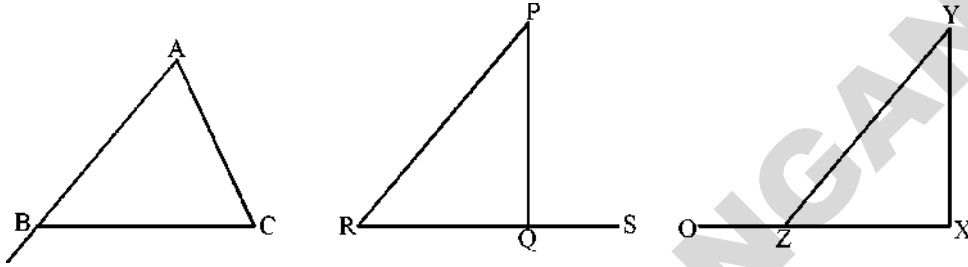


پس مثلث کا خارجی زاویہ اس کے مقابل کے دو داخلی زاویوں کے مجموعہ کے مساوی ہوتا ہے۔ یہ خاصیت مثلث کے خارجی زاویہ کی خاصیت کہلاتی ہے۔

یہ کیجئے



حسب ذیل مثلثات کھینچئے ہر صورت میں جانچ کیجئے کہ خارجی زاویہ اس کے مقابل کے داخلی زاویوں کے مجموعہ کے مساوی ہوتا ہے۔



مثال 8:- شکل میں x اور y کی قدریں معلوم کیجئے۔

$$\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC \quad (\text{خارجی زاویہ خاصیت})$$

$$135^\circ = 65^\circ + x^\circ$$

$$135^\circ - 65^\circ = x^\circ$$

$$x^\circ = 70^\circ$$

$$\angle ABC + \angle BAC + \angle BCA = 180^\circ \quad (\text{مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت})$$

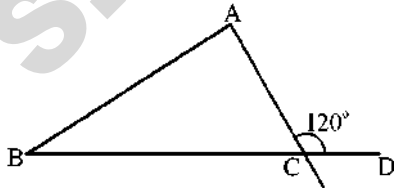
$$65^\circ + 70^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$135^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 135^\circ$$

$$y^\circ = 45^\circ$$

مثال 9: مثلث کا ایک خارجی زاویہ 120° ہے اور اس کے مقابل کے داخلی زاویوں میں 5 : 1 کی نسبت ہے۔ مثلث کے زاویے معلوم کیجئے۔



$$\angle ACD = 120^\circ \quad (\text{سوال کی رو سے})$$

$$\angle ACD = \angle A + \angle B \quad (\text{خارجی زاویہ خاصیت})$$

$$\angle A + \angle B = 120^\circ$$

$$\angle B : \angle A = 1 : 5$$

$$\angle B = \frac{1}{6} \times 120^\circ = 20^\circ$$

$$\angle A = \frac{5}{6} \times 120^\circ = 100^\circ$$

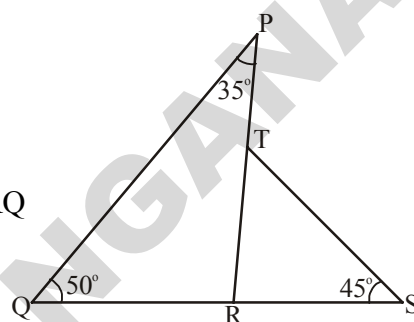
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad (\text{angle-sum property of a triangle})$$

$$100^\circ + 20^\circ + \angle C = 180^\circ$$

Therefore, $\angle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Example 10 : In the adjacent figure, find

- (i) $\angle SRP$ (ii) $\angle STP$ (iii) $\angle RTS$ (iv) $\angle PRQ$



Solution : (i) In ΔPQR , $\angle PRS$ is the exterior angle

and $\angle RQP$ and $\angle QPR$ are the interior opposite angles.

$$\therefore \angle PRS = \angle RQP + \angle QPR \quad (\text{exterior angle property})$$

$$\angle PRS = 50^\circ + 35^\circ = 85^\circ$$

- (ii) In ΔRST , $\angle PTS$ is the exterior angle and $\angle SRT$ and $\angle RST$ are the interior opposite angles.

$$\text{Therefore, } \angle PTS = \angle SRT + \angle TSR$$

$$\angle PTS = 85^\circ + 45^\circ \quad (\angle SRT = \angle PRS = 85^\circ)$$

$$\angle PTS = 130^\circ$$

- (iii) In ΔRST

$$\angle RTS + \angle TSR + \angle SRT = 180^\circ \quad (\text{angle-sum property of a triangle})$$

$$\angle RTS + 45^\circ + 85^\circ = 180^\circ$$

$$\angle RTS + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\text{Therefore, } \angle RTS = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

- (iv) $\angle PRQ + \angle SRP = 180^\circ \quad (\text{linear pair property})$

$$\angle PRQ + 85^\circ = 180^\circ$$

$$\angle PRQ = 180^\circ - 85^\circ$$

$$\angle PRQ = 95^\circ$$

$$\angle B : \angle A = 1 : 5$$

$$\angle B = \frac{1}{6} \times 120^\circ = 20^\circ$$

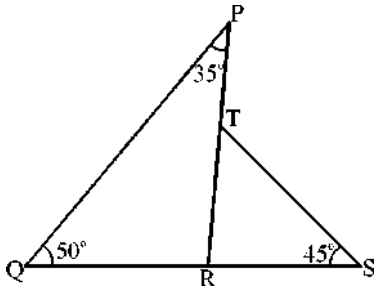
$$\angle A = \frac{5}{6} \times 120^\circ = 100^\circ$$

(مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت) $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$100^\circ + 20^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ اسلئے}$$

مثال 10:- متصلہ شکل میں معلوم کیجئے۔



(i) $\angle PRS$ (ii) $\angle PTS$ (iii) $\angle STR$ (iv) $\angle PRQ$

حل:- (i) $\angle PRS$ میں خارجی زاویہ اور $\angle RQP$ ، $\angle QRP$ اس کے مقابل کے داخلی زاویے ہیں۔

(خارجی زاویہ کی خاصیت) $\angle PRS = \angle RQP + \angle QRP$

$$\angle PRS = 55^\circ + 35^\circ = 85^\circ$$

(ii) ΔRST میں خارجی زاویہ اور $\angle SRT$ ، $\angle RST$ کے داخلی زاویے ہیں۔

$$\angle PTS = \angle SRT + \angle RST \text{ اسلئے}$$

$$(\angle SRT = \angle PRS = 85^\circ) \angle PTS = 85^\circ + 45^\circ$$

$$\angle PTS = 135^\circ$$

(iii) ہم جانتے ہیں کہ ΔRST میں

$$(\text{مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت}) \angle STR + \angle RST + \angle SRT = 180^\circ$$

$$\angle STR + 45^\circ + 85^\circ = 180^\circ$$

$$\angle STR + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\angle STR = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ \text{ اسلئے}$$

$$(iv) \text{ (خطی جوڑے کی خاصیت)} \angle PRQ + \angle PRS = 180^\circ$$

$$\angle PRQ + 85^\circ = 180^\circ$$

$$\angle PRQ = 180^\circ - 85^\circ$$

$$\angle PRQ = 95^\circ$$

Example 11 : Show that the sum of the exterior angles of $\triangle ABC$ is 360° .

Solution : $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ (linear pair)

$\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ (linear pair)

$\angle 6 + \angle 1 = 180^\circ$ (linear pair)

Adding the angles on both sides, we get-

$$\angle 2 + \angle 4 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 1 = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ$$

$$(\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^\circ$$

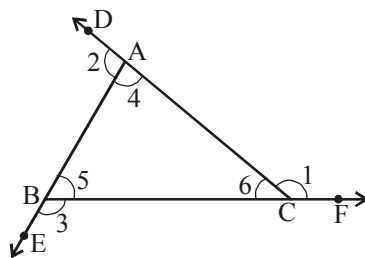
We know that, $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$ (angle-sum property of a triangle)

$$\text{Therefore, } 180^\circ + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ$$

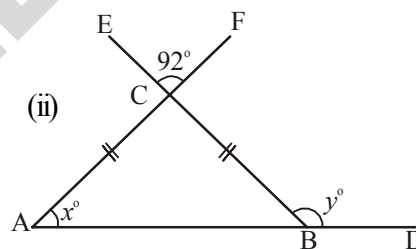
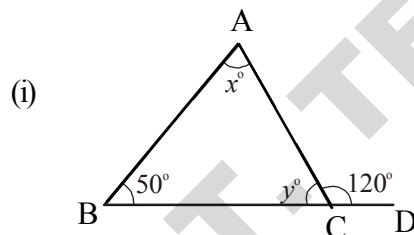
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$$

\therefore The sum of the exterior angles of a triangle is 360° .



Example 12 : Find the angles x and y in the following figures.



Solution : (i) $\angle BAC + \angle CBA = \angle ACD$ (exterior angle property)

$$x^\circ + 50^\circ = 120^\circ$$

$$x^\circ = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ$$

$\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$ (linear pair)

$$y^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

(ii) $\angle ACB = \angle FCE = 92^\circ$ (vertically opposite angles)

$\angle BAC = \angle CBA$ (opposite angles of equal sides)

In $\triangle ABC$,

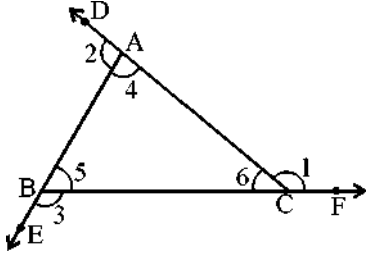
$\angle BAC + \angle CBA + \angle ACB = 180^\circ$ (angle-sum property)

$$x^\circ + x^\circ + 92^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$$

مثال 11:- بتلائے کہ ΔABC کے خارجی زاویوں کا مجموعہ 360° ہوتا ہے۔

حل:-



$$\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ \text{ (خطی جوڑے کی خاصیت)}$$

$$\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ \text{ (خطی جوڑے کی خاصیت)}$$

$$\angle 6 + \angle 1 = 180^\circ \text{ (خطی جوڑے کی خاصیت)}$$

دونوں جانب زاویوں کو جمع کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا

$$\angle 2 + \angle 4 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 1 = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ$$

$$(\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^\circ$$

ہم جانتے ہیں کہ $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$ (مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت)

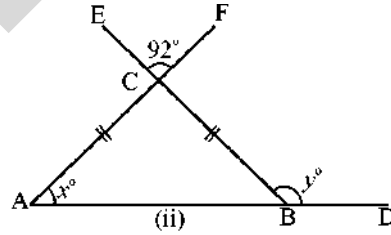
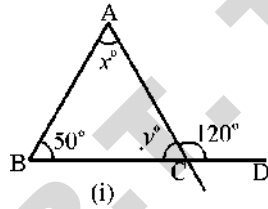
$$180^\circ + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ \text{ اسلئے}$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$$

پس مثلث کے خارجی زاویوں کا مجموعہ 360° ہوتا ہے

مثال 12: حسب ذیل اشکال میں زاویے x اور y معلوم کیجئے



حل: (i) $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$ (خارجی زاویہ کی خاصیت)

$$x^\circ + 50^\circ = 120^\circ$$

$$x^\circ = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ$$

(خطی جوڑے) $\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$

$$y^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

(ii) $\angle ACB = \angle ECF = 92^\circ$ (عمودی مقابل کے زاویے)

$\angle CAB = \angle CBA$ (مساوی اضلاع کے مقابل کے زاویے)

مثلث ΔABC میں $\angle BAC + \angle CBA + \angle ACB = 180^\circ$ (زاویہ مجموعی خاصیت)

$$x + x + 92^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$$

$$\therefore x^\circ = \frac{88}{2} = 44^\circ$$

Also $\angle CBA + y^\circ = 180^\circ$ (linear pair)

$$y^\circ = 180^\circ - x^\circ$$

$$\therefore y^\circ = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$

Example 13 : Find the value of $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ of the following figure.

Solution : Mark the angles as shown in the figure.

In $\triangle GHC$, $\angle 3 + \angle 6 + \angle 7 = 180^\circ$ (1)

(angle-sum property of triangle)

In $\triangle EHB$, $\angle 6 = \angle 5 + \angle 2$ (2)

In $\triangle AGD$, $\angle 7 = \angle 1 + \angle 4$ (3)

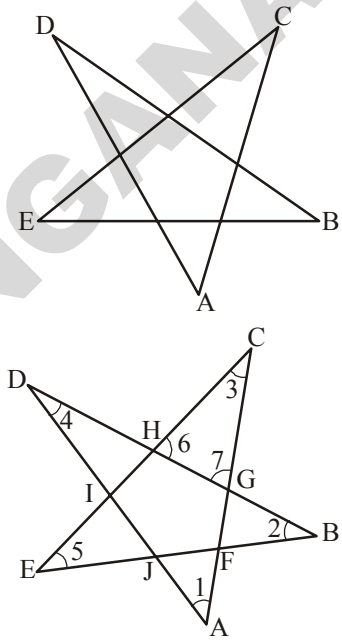
(exterior angle property of a triangle)

Substituting (2) and (3) in (1)

$$\Rightarrow \angle 3 + \angle 5 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$$

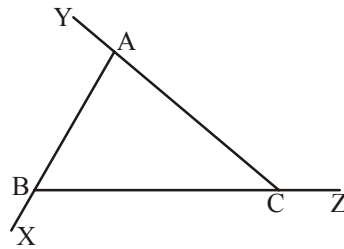
$$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$$

Therefore, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$

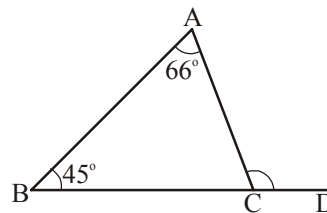


Exercise - 4

- In $\triangle ABC$, name all the interior and exterior angles of the triangle.



- For $\triangle ABC$, find the measure of $\angle ACD$.



$$x^\circ = \frac{88}{2} = 44^\circ \text{ اسلئے}$$

$$\text{مزید } (\text{خطی جوڑ کی خاصیت}) \angle ABC + y^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - x^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$

مثال 13: حسب ذیل شکل میں $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$

کی قدر معلوم کیجئے

$$1 \dots\dots\dots \angle 3 + \angle 6 + \angle 7 = 180^\circ \text{ میں } \triangle GHC$$

(مثلث کے زاویہ کی مجموعی خاصیت)

$$2 \dots\dots\dots \angle 6 = \angle 5 + \angle 2 \text{ میں } \triangle EHB$$

$$3 \dots\dots\dots \angle 7 = \angle 1 + \angle 4 \text{ میں } \triangle GAD$$

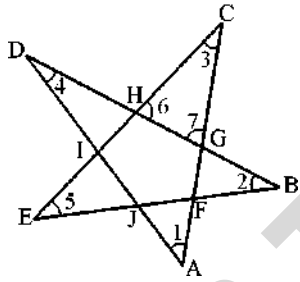
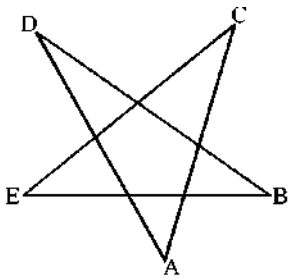
(مثلث کے خارجی زاویہ کی خاصیت)

(1) میں (2) اور (3) کی قدریں درج کرنے پر

$$\angle 3 + \angle 5 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$$

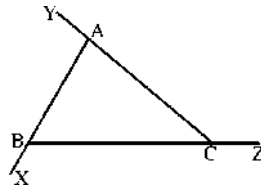
$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ \text{ اسلئے}$$



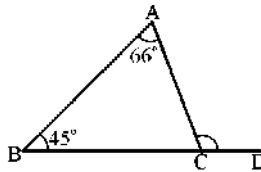
مشق - 4



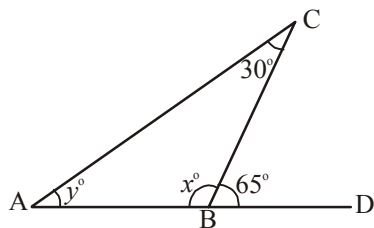
1. مثلث $\triangle ABC$ میں تمام داخلی اور خارجی زاویوں کو نامزد کیجئے



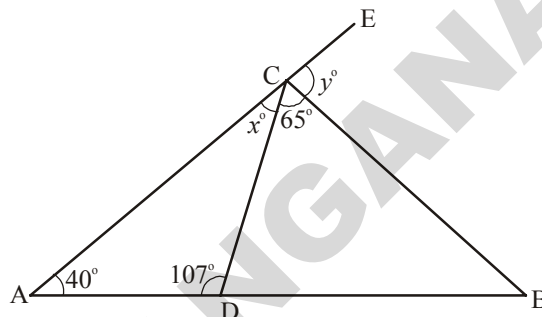
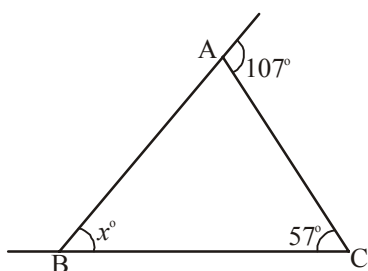
2. مثلث $\triangle ABC$ میں $\angle ACD$ کی پیمائش معلوم کیجئے۔



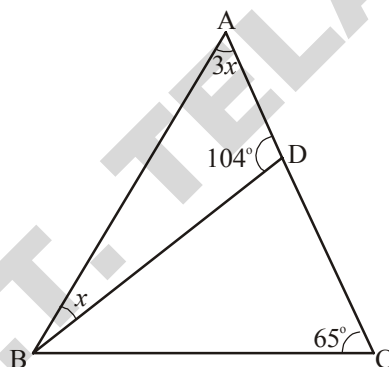
3. Find the measure of angles x and y .



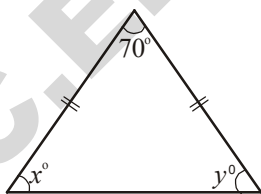
4. In the following figures, find the values of x and y .



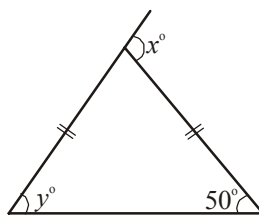
5. In the figure $\angle BAD = 3\angle DBA$, find $\angle CDB$, $\angle DBC$ and $\angle ABC$.



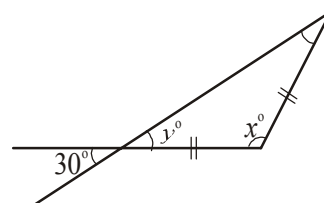
6. Find the values of x and y in the following figures.



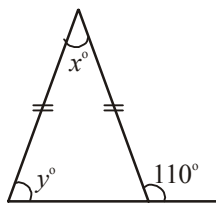
(i)



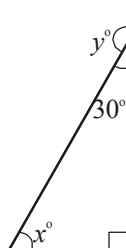
(ii)



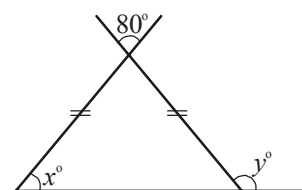
(iii)



(iv)

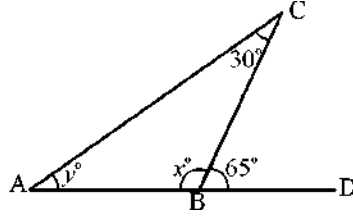


(v)

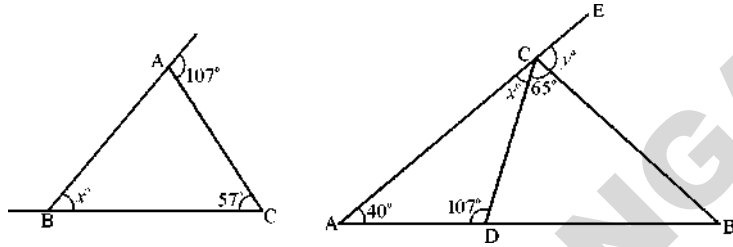


(vi)

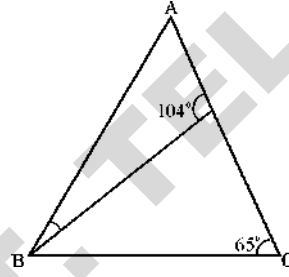
3. زاویے x اور y کی پیمائش معلوم کیجئے



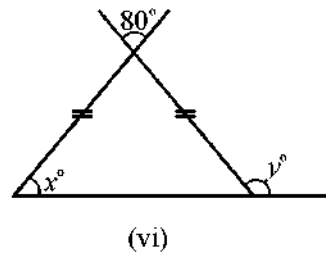
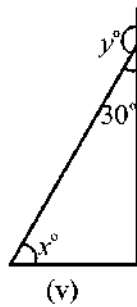
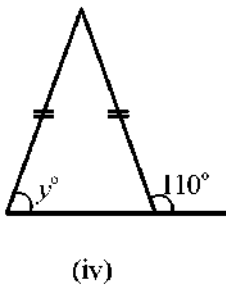
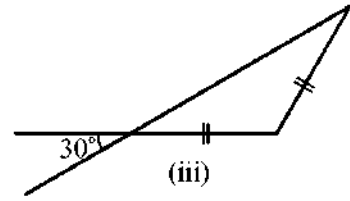
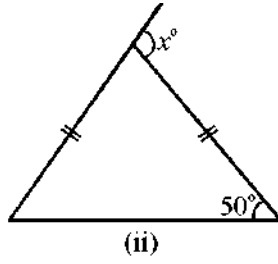
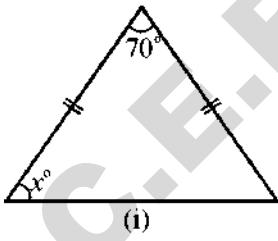
4. حسب ذیل اشکال میں x اور y کی قدریں معلوم کیجئے



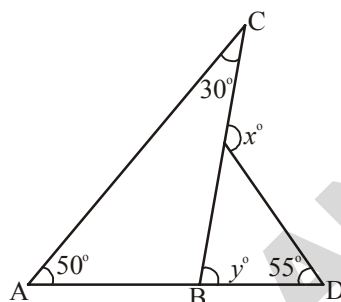
5. شکل میں $\angle BAD = 3\angle DBA$ ، تب $\angle CDB$ ، $\angle DBC$ اور $\angle ABC$ معلوم کیجئے۔



6. حسب ذیل اشکال میں x اور y کی قدریں معلوم کیجئے۔



7. One of the exterior angles of a triangle is 125° and the interior opposite angles to it are in the ratio 2 : 3. Find the angles of the triangle.
8. The exterior $\angle PRS$ of $\triangle PQR$ is 105° . If $\angle Q = 70^\circ$, find $\angle P$. Is $\angle PRS > \angle P$?
9. If an exterior angle of a triangle is 130° and one of the interior opposite angle is 60° . Find the other interior opposite angle.
10. One of the exterior angle of a triangle is 105° and the interior opposite angles are in the ratio 2 : 5. Find the angles of the triangle.
11. In the figure find the values of x and y .



Looking Back

1 (i) A triangle is a simple closed figure made up of three line segments.

(ii) Based on the sides, triangles are of three types

- A triangle having all three sides of same length is called an Equilateral Triangle.
- A triangle having at least two sides of equal length is called an Isosceles Triangle.
- If all the three sides of a triangle are of different length, the triangle is called a Scalene Triangle.

(iii) Based on the angles, triangles are of three types

- A triangle whose all angles are acute is called an acute-angled triangle.
- A triangle whose one angle is obtuse is called an obtuse-angled triangle.
- A triangle whose one angle is a right angle is called a right-angled triangle.

2. The six elements of a triangle are three angles and the three sides.



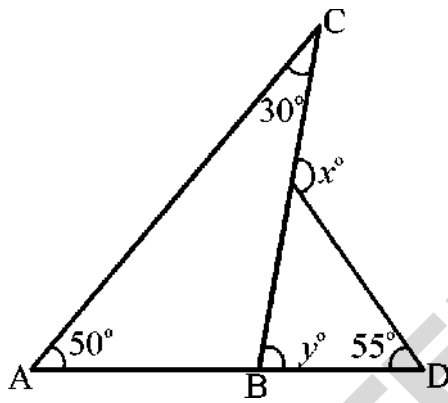
7. مثلث کا ایک خارجی زاویہ 125° ہے اور مقابل کے داخلی زاویوں میں 3 : 2 کی نسبت ہے۔ مثلث کے زاویے معلوم کیجئے۔

8. ΔPQR کا خارجی زاویہ $\angle PRS = 105^\circ$ ہے اگر $\angle Q = 70^\circ$ ہو تب $\angle P$ معلوم کرو۔ کیا $\angle PRS > \angle P$ ؟

9. ایک مثلث کا خارجی زاویہ 130° اور مقابل کے داخلی زاویوں میں سے ایک 60° ہے دوسرا مقابل کا داخلی زاویہ معلوم کرو۔

10. ایک مثلث کا خارجی زاویہ 105° ہے اور مقابل کے داخلی زاویوں میں 5 : 2 کی نسبت ہے۔ مثلث کے زاویے معلوم کرو۔

11. شکل میں x اور y کی قدریں معلوم کیجئے۔



ہم نے کیا سیکھا



1 (i) مثلث ایک سادہ بند شکل ہے جو تین خطی قطعات سے تشکیل پاتا ہے۔

(ii) بلحاظ اضلاع مثلث کی تین اقسام ہیں۔

☆ ایک مثلث جس کے تینوں اضلاع کے طول مساوی ہوں مساوی الاضلاع مثلث کہلاتا ہے۔

☆ ایک مثلث جس کے کم از کم دو اضلاع کے طول مساوی ہوں مساوی الثاقین مثلث کہلاتا ہے۔

☆ ایک مثلث جس کے تمام تین اضلاع کے طول مختلف ہوں مختلف الاضلاع مثلث کہلاتا ہے۔

(iii) بلحاظ زاویے مثلث کے تین اقسام ہیں۔

☆ ایک مثلث جس کے تمام زاویے حادہ ہوں حادہ زاوی مثلث کہلاتا ہے۔

☆ ایک مثلث جس کا ایک زاویہ منفرجہ ہو منفرجی زاویہ مثلث کہلاتا ہے۔

☆ ایک مثلث جس کا کوئی ایک زاویہ قائمہ ہو قائم الزاوی مثلث کہلاتا ہے۔

2. مثلث کے چھ عناصر میں تین زاویے اور تین اضلاع ہوتے ہیں۔

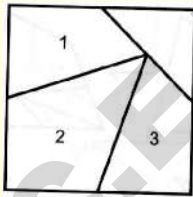
3. Properties of the lengths of the sides of a triangle:

- (i) The sum of the lengths of any two sides of a triangle is greater than the length of the third side.
 - (ii) The difference between the lengths of any two sides of a triangle is smaller than the length of the third side.
4. The line segment joining a vertex of a triangle to the mid-point of its opposite side is called a median of the triangle. A triangle has 3 medians.
 5. The perpendicular line segment from a vertex of a triangle to its opposite side is called the altitude of the triangle.
 6. The total measure of the three angles of a triangle is 180° . This is called the angle sum property of a triangle.
 7. The measure of any exterior angle of a triangle is equal to the sum of its interior opposite angles. This is called the exterior angle property of the triangle.

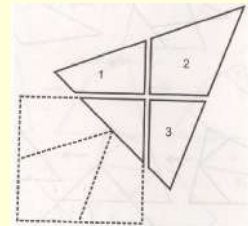
Note: LM = Length of Line segment of LM ; \overline{LM} = Line segment LM

\vec{LM} = Ray LM ; \overleftrightarrow{LM} = Line LM

Fun with Card board shapes



Take square card board sheet. Mark the mid points of sides and draw lines as shown in the figure. Cut the square into four parts and rearrange them to get a triangle.



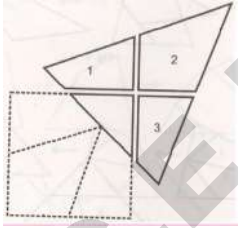
3. مثلث کے اضلاع کے طول کی خصوصیات

- (i) ایک مثلث کے کوئی دو اضلاع کے طول کا مجموعہ تیسرے ضلع کے طول سے بڑا ہوتا ہے۔
(ii) ایک مثلث کے کوئی دو اضلاع کا فرق تیسرے ضلع کے طول سے چھوٹا ہوتا ہے۔
4. ایک خطی قطعہ جو مثلث کے کسی ایک راس سے اس کے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کو ملاتا ہے وسطانیہ کہلاتا ہے۔
ایک مثلث میں 3 وسطانیے ہوتے ہیں۔
5. ایک عمودی خطی قطعہ جو مثلث کے کسی ایک راس سے اس کے مقابل کے ضلع کو قطع کرتا ہے۔ مثلث کا ارتفاع کہلاتا ہے۔
6. مثلث کے بیرونی زاویوں کی پیمائش 180° ہوتی ہے۔ یہ مثلث کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت کہلاتی ہے۔
7. مثلث میں اس کا کوئی بھی خارجی زاویہ اس کے مقابل کے داخلی زاویوں کے مجموعہ کے مساوی ہوتا ہے یہہ مثلث کے خارجی زاویہ خاصیت کہلاتی ہے۔

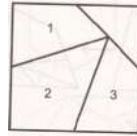
نوٹ: خط، خطی قطعہ اور شعاع کا اظہار

$$\begin{array}{l} \text{خطی قطعہ LM} = \overline{LM} \\ \text{خط LM} = \overleftrightarrow{LM} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{خطی قطعہ LM کا طول} = LM \\ \text{شعاع LM} = \overrightarrow{LM} \end{array}$$

کارڈ بورڈ کے ذریعہ مشق



ایک مربعی کارڈ بورڈ لیجیے۔ اسکے ضلعوں کے وسطی نقاط کی نشاندہی کیجیے۔ شکل میں دکھایا گیا طریقہ کار پر خطوط کھینچیے۔ ان کو کارٹ کر دوبارہ اس طرح ترتیب دیجیے کہ وہ ایک مثلث بن جائے۔





6.0 Introduction

In your previous class, you have learnt how to use ratio and proportion to compare quantities. In this class, we will first review our understanding of the same and then learn about ratios expressed in the form of percentages.

6.1 Ratio

- Madhuri's weight is 50 kg and her daughter's weight is 10 kg. We say that Madhuri's weight is 5 times her daughter's weight. We can also say that the daughter's weight is one-fifth of her mother's weight. Thus, the ratio of Madhuri's weight to her daughter's weight is 50 : 10 or 5 : 1. Inversely, the ratio of the daughter's weight to her mother's weight is 1 : 5.
- In a class there are 60 boys and 40 girls. The number of boys is $\frac{3}{2}$ times the number of girls. we can also say that the number of girls is two-thirds of the boys. Thus, the ratio of the number of boys to the number of girls is 60 : 40 or 3 : 2. Inversely, the ratio of number of girls to number of boys is 2 : 3.

Anand has a wire of length 100 cm and Rashmi has a wire of length 5 m. Anand said to Rashmi, "the wire with me is 20 times longer than yours." You know that this is not true as 5 m is much longer than 100 cm. The length of Rashmi's wire has been expressed in meters and that of Anand has been expressed in centimeters. Both have to be expressed in the same units before they are compared.

We know that 1 m = 100 cm. So the length of the wire with Rashmi is 5 m = $5 \times 100 = 500$ cm. Thus, the ratio of Rashmi and Anand's wire is 500 : 100 or 5 : 1. We can also say that the length of Rashmi's wire is 5 times that of Anand.

In all the above examples quantities have been compared in the form of ratios. Thus, a ratio is an ordered comparison of quantities of the same units. We use the symbol ':' to represent a ratio. The ratio of two quantities a and b is a : b and we read this as "a is to b". The two quantities 'a' and 'b' are called terms of the ratio. The first quantity 'a' is called first term or antecedent and the second quantity 'b' is called second term or consequent.



6.0 تمہید:

پچھلی جماعت میں آپ سیکھ چکے ہیں کہ نسبت اور تناسب کو کس طرح استعمال کرتے ہیں۔ اس جماعت میں ہم سابقہ معلومات کا اعادہ کرتے ہوئے اس کی وسعت کے طور پر نسبت کو فیصد میں کس طرح ظاہر کیا جاتا ہے سیکھیں گے۔

6.1 نسبت:

- محمودہ کا وزن 50 کلوگرام ہے ان کی دختر کا وزن 10 کلوگرام ہے ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ محمودہ کا وزن ان کی لڑکی کے وزن کا 5 گنا ہے، اس کے علاوہ یوں بھی کہا جاسکتا ہے کہ لڑکی کا وزن ماں کے وزن کا $\frac{1}{5}$ گنا ہے۔ یعنی ماں اور بیٹی کے وزن میں نسبت 10:50 یا 2:5 ہے اگر اس کو معکوس طریقہ سے ظاہر کریں یعنی لڑکی کے وزن اور ماں کے وزن میں 1:5 ہے۔
- ایک کلاس میں 60 لڑکے اور 40 لڑکیاں ہیں۔ لڑکوں کی تعداد لڑکیوں کے مقابلہ میں $\frac{3}{2}$ گنا ہے۔ مزید اس کو اس طرح بھی بیان کر سکتے ہیں یعنی لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کے مقابلہ میں $\frac{2}{3}$ گنا ہے۔ اس طرح لڑکے اور لڑکیوں کے درمیان نسبت 60:40 یا 3:2 ہے اس کا معکوس لڑکیوں اور لڑکوں کی تعداد میں نسبت 2:3 ہے۔

احمد کے پاس 100 سمر طول والا دائرہ ہے اور راشدہ کے پاس 5 میٹر دائرہ ہے۔ احمد نے راشدہ سے کہا ”میرے پاس جو دائرہ ہے اس کا طول آپ کے پاس موجود دائرہ سے 20 گنا زیادہ ہے“ 5 میٹر کے لئے یہ درست نہیں ہے۔ کیوں کہ 5 میٹر 100 سمر سے بہت زیادہ ہوتا ہے۔ راشدہ کے پاس جو دائرہ کا طول ہے اس کو میٹر میں بتایا گیا ہے۔ جبکہ احمد کے پاس موجود دائرہ کو سمر میں ظاہر کیا گیا ہے۔ دونوں مقداروں کے تقابل کے لئے دونوں کو ایک ہی اکائی میں ظاہر کرنا ہوگا۔

ہم جانتے ہیں 1 میٹر = 100 سمر اس لیے راشدہ کے پاس موجود 5 میٹر دائرہ کو سمر میں ظاہر کریں گے یعنی $100 \times 5 = 500$ اس لئے اب راشدہ اور احمد کے پاس موجود دائرہ کے طول کے درمیان نسبت 500:100 یا 5:1 ہے۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ راشدہ کے پاس موجود دائرہ احمد کے پاس موجود دائرہ کا 5 گنا ہے۔



اوپر کی مثالوں میں مقداروں کا تقابل نسبت کی شکل میں کیا گیا ہے۔ اس لئے نسبت دو تقابلی مقداروں کی مرتب جوڑ ہے۔ جو یکساں اکائی میں ظاہر کی جاتی ہے۔ نسبت کو ہم علامت ”:“ سے ظاہر کرتے ہیں دو مقداروں a اور b کو نسبت میں a:b لکھا جاتا ہے اور اس کو a نسبت b پڑھتے ہیں۔

دو مقداریں a اور b کو نسبت کے ارکان کہتے ہیں۔ پہلی مقدار a کو مقدم (antecedent) اور دوسری مقدار b کو تالی (consequent) کہتے ہیں۔



Try This

Think of some real life situations in which you have to compare quantities in the form of a ratio.



Exercise - 1

1. What is the ratio of ₹ 100 and ₹10 ? Express your answer in the simplest form.
2. Sudha has ₹ 5. Money with Radha is 3 times the money with Sudha. How much money does Radha have?
 - a) What is the ratio of Radha's money and Sudha's money?
 - b) What is the ratio of Sudha's money and Radha's money?
3. A rectangle measures 40 cm at its length and 20 cm at its width. Find the ratio of the length to the width.
4. The speed of a Garden-Snail is 50 meters per hour and that of the Cheetah is 120 kilometers per hour. Find the ratio of their speeds.
5. Divide 96 chocolates between Raju and Ravi in the ratio 5 : 7
6. The length of a line segment AB is 38 cm. A point X on it divides it in the ratio 9 : 10. Find the lengths of the line segments AX and XB.



7. A sum of ₹ 1,60,000 is divided in the ratio of 3 : 5. What is the smaller share?
8. To make green paint, a painter mixes yellow paint and blue paint in the ratio of 3 : 2. If he used twelve liters of yellow paint, how much blue paint did he use?
9. Find
 - a) The ratio of boys to girls in your class.
 - b) The ratio of number of doors to number of windows of your classroom.
 - c) The ratio of number of text books to number of note books with you



Project Work

1. Take a tape and with the help of your friend measure the length and breadth of your classroom. Find the ratio of length and breadth.
2. Take a ₹ 10 note. Find its length and breadth. Roundoff the answers to the nearest whole number, with the help of your teacher, find the ratio of the length and breadth.

Repeat this activity with ₹ 20 and ₹ 50 notes and record the lengths in your note book.

کوشش کیجئے

روزمرہ زندگی میں پیش آنے والے ایسے واقعات پر غور کیجئے جہاں پر آپ دو مقداروں کو نسبت کی شکل میں تقابل کرنا پڑتا ہے۔



مشق - 1



1. 100/- اور 10/- کے درمیان نسبت معلوم کیجئے اور جواب کو اقل ترین شکل میں ظاہر کیجئے۔
2. ثناء کے پاس 5/- ہیں ساجدہ کے پاس ثناء کے مقابلے 3 گنا زیادہ رقم ہے۔ ساجدہ کے پاس کتنی رقم ہے؟
 - (i) ساجدہ اور ثناء کے درمیان پائی جانے والی رقم میں نسبت کیا ہوگی؟
 - (ii) ثناء اور ساجدہ کے درمیان پائی جانے والی رقم میں نسبت کیا ہوگی؟
3. 96 چاکلیٹ کو رشید اور راشد کے درمیان 5:7 میں تقسیم کیجئے۔
4. خطی قطعہ AB کا طول 38 سمر ہے ایک نقطہ x اس خط کو 9:10 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے تب خطی قطعہ AX اور XB کا طول معلوم کیجئے۔



5. رقم 1,60,000/- کو 3:5 میں تقسیم کیا گیا ہو تو کم حصہ کی رقم کیا ہوگی؟
6. ہرے رنگ کی تیاری کے لئے ایک پینتھر، زرد رنگ اور نیلے رنگ کو 3:2 کی مقدار میں ملاتا ہے۔ اگر وہ 12 لیٹر زرد (Yellow) رنگ استعمال کیا ہو تو بتاؤ کہ نیلے رنگ (Blue) کی کتنی مقدار استعمال کی گئی ہوگی؟
7. ایک مستطیل کے طول کی پیمائش 40 سمر اور اس کا عرض 20 سمر ہے طول اور عرض کے درمیان نسبت کیا ہوگی؟
8. گارڈن گھونگے (Garden - Snail) کی رفتار 50 میٹر فی گھنٹہ جبکہ چیتے کی رفتار 120 کلومیٹر فی گھنٹہ ہے، رفتاروں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
9. (i) آپ کی جماعت میں لڑکے اور لڑکیوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
 (ii) جماعت میں موجود دروازے اور کھڑکیوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
 (iii) آپ کے پاس موجود کاپیوں اور کتابوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

کمرہ جماعت کا منصوبائی کام

1. ایک پیمائشی ٹیپ لے کر اپنے دوست کی مدد سے کمرہ جماعت کے طول اور عرض کی پیمائش کیجئے۔ ان کے درمیان نسبت محسوب کیجئے۔
2. 10 روپے کا نوٹ لیجئے اس کے طول اور عرض معلوم کیجئے۔ جواب کو قریب ترین مکمل عدد تک شمار کیجئے۔ اپنے معلم (ٹیچر) کی مدد سے اس کے طول اور عرض کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔ اسی طرح کا مشغلہ 20/- اور 50/- روپے کے نوٹ کی پیمائش سے دہرائیے اور اپنی کاپیوں میں لکھئے۔

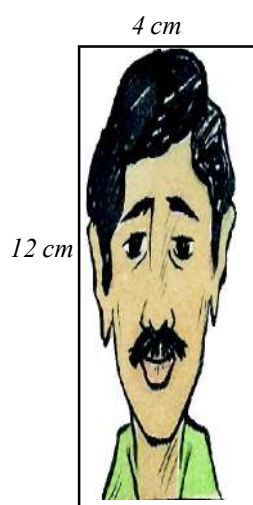


6.2 Proportion

Srilekha's mother prepares tea by using 2 spoons of tea powder for 1 cup of tea. One day 3 guests visited their home. How many spoons of tea powder must she use to prepare 3 cups of tea? Yes, you are right. She uses 6 spoons of tea powder to prepare 3 cups of tea. Here, Srilekha's mother used the 'law of proportion' to solve the problem.

Let us see one more example:

Ravi took a photo. He got the picture developed in a photo lab in a size 4 cm × 6 cm .



He wanted to get the photo enlarged so he went to the photo lab again. The lab-man gave him this photo. In turn Ravi said, "there seems to be something wrong with this picture".

Do you think, is Ravi right?

Can you say what is wrong with this picture?

Ravi decided to measure the length and breadth of the photo. He knew that the ratio of length and breadth of the original photo should be equal to the ratio of length and breadth of the enlarged photo.

Ratio of length and breadth of the original photo = 4 : 6 = 2 : 3

Ratio of length and breadth of the enlarged photo = 4 : 12 = 1 : 3

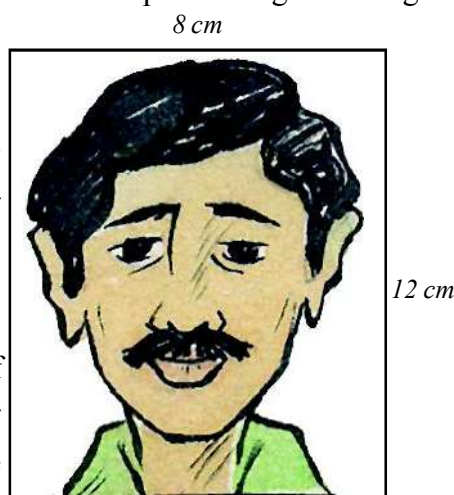
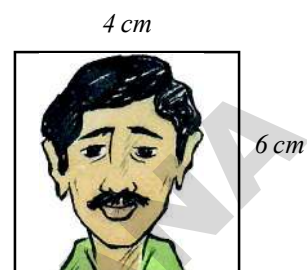
Are the two ratios equal? Ravi also realised that the ratio of length and breadth of the enlarged photo was not equal to that of the original photo. He understood that the second picture was not proportionate to the first.

He asked the lab-man to develop another enlarged photo. This time the photo was good. He again measured the length and breadth and calculated the ratio.

Ratio of length and breadth = 8 : 12 = 2 : 3

Now, Ravi understood that the original photo and the new enlarged photo looked fine to him because the ratios of their length and breadth were equal i.e., they were in proportion.

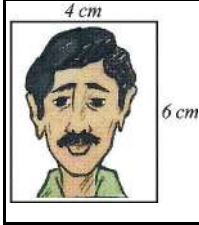
Thus, two ratios are said to be in proportion when they are equal. The symbol we use for proportion is ' $:$ ' (is as). If two ratios $a : b$ and $c : d$ are equal, we write $a : b = c : d$ or $a : b :: c : d$. We read this as '**a is to b is proportionate to c is to d**'. This can also be read as '**a is to b is as c is to d**'.



6.2 تناسب

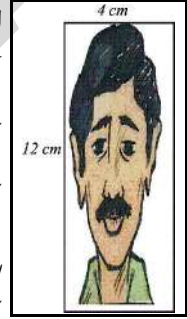
رقیہ کی والدہ نے 2 چمچے چائے کی پتی کو استعمال کرتے ہوئے ایک پیالی چائے بنائی۔ کسی دن ان کے گھر پر 3 مہمان پہنچے، کتنے چمچے چائے کی پتی کو استعمال کرنا ہوگا تا کہ تین پیالی چائے بنائی جاسکے؟ ہاں آپ صحیح ہیں انھیں 6 چمچے چائے کی پتی کا استعمال کرنا ہوگا تا کہ 3 پیالی چائے بنائی جاسکے۔ یہاں رقیہ کی والدہ نے تناسب کے اصول کا استعمال کیا۔

اب ایک اور مثال دیکھیں



رؤف نے ایک فوٹو اتاری۔ اُس نے لیب (Lab) میں 4 سم x 6 سم کی جسامت والی فوٹو تیار کروائی

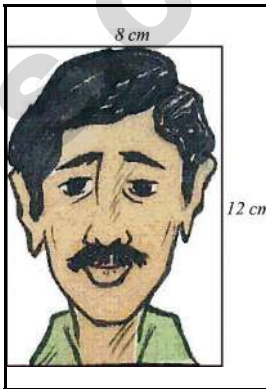
اسی فوٹو کو بڑی کرنے کے لئے وہ دوبارہ لیب میں پہنچے، وہاں پر موجود شخص نے انھیں یہ فوٹو دیا۔ ”یہاں پر کچھ تو غلط محسوس ہوتا ہے“ رؤف نے کہا۔ کیا آپ کہہ سکتے ہیں رؤف صحیح ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ اس تصویر میں کیا غلطی ہے۔ رؤف نے طے کیا کہ فوٹو کے طول اور عرض کی پیمائش کی جائے۔ اُسے معلوم تھا کہ اصل فوٹو کے طول اور عرض کی نسبت، یہ بڑی کی گئی فوٹو کے طول اور عرض کی نسبت مساوی ہونی چاہئے۔



$$4:6 = 2:3 \text{ ; اصل فوٹو کے طول اور عرض کی نسبت}$$

$$4:12 = 1:3 \text{ = بڑی کی گئی فوٹو کے طول اور عرض میں نسبت}$$

کیا دونوں نسبتیں مساوی ہیں؟ رؤف یہ بات جان چکا ہے کہ بڑی کی گئی فوٹو کے طول اور عرض میں نسبت مساوی نہیں ہے بہ نسبت اصل فوٹو کے، وہ سمجھ گیا کہ پہلی فوٹو کے بہ نسبت دوسری فوٹو تناسب میں نہیں ہے۔ اُس نے لیب کے آدمی کو دوبارہ فوٹو بڑی کرنے کے لئے کہا۔ اس مرتبہ فوٹو ٹھیک تھی۔ وہ دوبارہ اس کے طول اور عرض کی پیمائش کر کے نسبت معلوم کیا۔ $8:12 = 2:3$



اب رؤف کے سمجھ میں یہ بات آگئی کہ اصل فوٹو اور بڑی کی گئی فوٹو بہتر دکھائی دیتے ہیں۔ کیوں کہ ان کے طول اور عرض کے درمیان نسبت برابر ہے۔ یعنی یہ دونوں تناسب میں ہیں۔ پس نسبتوں کو اس وقت تناسب میں ہے کہا جاتا ہے جب کہ وہ مساوی ہوں تناسب کے لئے علامت "::" استعمال کی جاتی ہے۔ ہم اس کو اس طرح پڑھیں گے۔ a نسبت b تناسب میں ہے c نسبت d کے۔ اس کو اس طرح بھی پڑھا جاتا ہے a نسبت b جیسے c نسبت d۔

The four quantities a, b, c and d are called first, second, third and fourth terms respectively. The first and fourth terms are known as extreme terms or extremes. The second and third terms are known as middle terms or means.

In a proportion, $a : b = c : d$

$$\text{i.e. } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Therefore, $ad = bc$

Thus, The product of the means is equal to the product of the extremes.

i.e.,

$$\begin{array}{c} \text{Means} \\ \overbrace{a : b = c : d} \\ \text{Extremes} \end{array}$$

Here 'd' is called the fourth proportional and $d = \frac{bc}{a}$

Let us observe some examples

Example 1 : Find \square to complete the proportion.

(i) $2 : 5 = 6 : \square$

Solution: The product of the means is equal to the product of the extremes,

$$\text{i.e. } \underbrace{2 : 5 = 6 : \square}$$

$$\text{Therefore, } 2 \times \square = 5 \times 6$$

$$\square = \frac{30}{2} = 15$$

(ii) $16 : 20 = \square : 35$

The product of the means is equal to the product of the extremes,

$$\text{i.e. } \underbrace{16 : 20 = \square : 35}$$

$$\text{Therefore, } 20 \times \square = 16 \times 35$$

$$\square = \frac{560}{20} = 28$$

$$\therefore 16 : 20 = \boxed{28} : 35$$



یہ چاروں مقداروں a, b, c, d کو بالترتیب پہلا، دوسرا، تیسرا اور چوتھا رکن کہتے ہیں پہلے اور چوتھے ارکان کو طرفین (extremes) اور دوسرے اور تیسرے کو وسطین (means) کہتے ہیں۔

a : b = c : d تناسب میں ہیں

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ یعنی}$$

$$ad = bc \text{ اسلئے}$$

یعنی وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب



$$a : b = c : d$$

وسطین
طرفین

یہاں d کو چوتھا تناسب اور $d = \frac{bc}{a}$

اب ہم چند مثالیں دیکھیں گے

مثال 1:- تناسب کو مکمل کرنے کے لئے عدد معلوم کیجئے۔

$$(i) \quad 2 : 5 = 6 : \square$$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$2 : 5 = 6 : \square$$

یعنی

$$2 \times \square = 5 \times 6$$

$$\square = \frac{5 \times 6}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$16 : 20 = \square : 35$$

(ii)

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کے حاصل ضرب

$$16 : 20 = \square : 35$$

$$20 \times \square = 16 \times 35 \text{ اسلئے}$$

$$\square = \frac{560}{20} = 28$$

$$6 : 20 = \square \times 35$$



Exercise - 2

1. Find the missing numbers in the following proportions in the table given below .

| S.No. | Proportion | Product of extremes | Product of means |
|-------|-------------------------|---------------------|------------------|
| (i) | $1 : 2 :: 4 : 8$ | | |
| (ii) | $5 : 6 :: 75 : 90$ | | |
| (iii) | $3 : 4 :: 24 : 32$ | | |
| (iv) | $2 : 5 :: \square : 15$ | 30 | |
| (v) | $3 : 6 :: 12 : \square$ | | 72 |

2. State true or false.

(i) $15 : 30 :: 30 : 40$

(ii) $22 : 11 :: 12 : 6$

(iii) $90 : 30 :: 36 : 12$

(iv) $32 : 64 :: 6 : 12$

(v) $25 : 1 :: 40 : 160$

3. Madhu buys 5 kg of potatoes at the market. If the cost of 2 kg is ₹. 36, how much will Madhu pay?

4. A man whose weight is 90 kgs weighs 15 kg on the moon, what will be the weight of a man on the moon whose weight is 60 kg?

5. A disaster relief team consists of engineers and doctors in the ratio of 2 : 5.

(i) If there are 18 engineers, find the number of doctors.

(ii) If there are 65 doctors, find the number of engineers.

6. The ratio of two angles is 3 : 1. Find the

(i) larger angle if the smaller is 180°

(ii) smaller angle if the larger is 63° .



1. ذیل کے جدول میں غائب شدہ تناسبی اعداد معلوم کیجئے۔

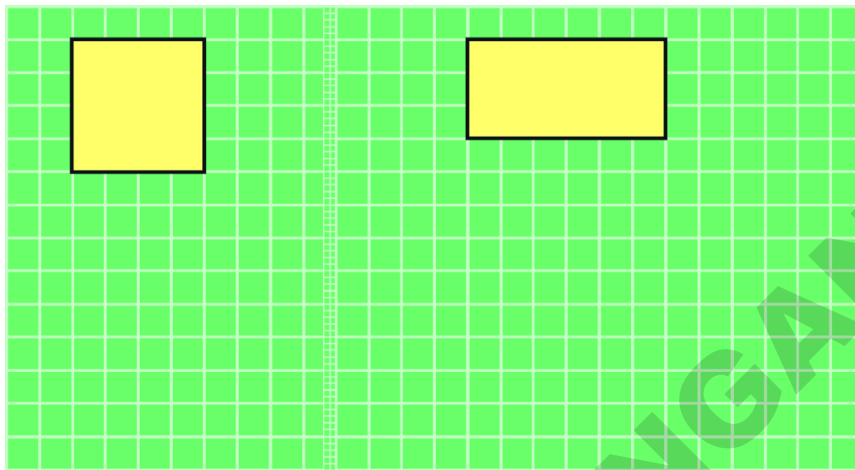
| سلسلہ نشان | تناسب | طرفین کا حاصل ضرب | وسطین کا حاصل ضرب |
|------------|------------------|-------------------|-------------------|
| (i) | 1 : 2 :: 4 : 8 | | |
| (ii) | 5 : 6 :: 75 : 90 | | |
| (iii) | 3 : 4 :: 24 : 32 | | |
| (iv) | 2 : 5 :: □ : 15 | 30 | |
| (v) | 3 : 6 :: 12 : □ | | 72 |

2. صحیح یا غلط لکھئے

- (i) 15 : 30 :: 30 : 40
(ii) 22 : 11 :: 12 : 6
(iii) 90 : 30 :: 36 : 12
(iv) 32 : 64 :: 6 : 12
(v) 25 : 1 :: 40 : 160
3. ملیجہ 5 کلوگرام آلو مارکٹ سے خریدتی ہے۔ اگر دو کلوگرام آلو کی قیمت -/36 روپے ہے تب 5 کلوگرام آلو کے لئے ملیجہ کو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟
4. علم طبیعات میں یہ بات بتائی جاتی ہے کہ زمین پر شے کا وزن چاند پر شے کے وزن کے تناسب میں ہوتا ہے۔ فرض کیجئے کہ 90 کلوگرام آدمی کا وزن چاند پر 15 کلوگرام ہے تب 60 کلوگرام عورت کا وزن چاند پر کیا ہوگا؟
5. باز آباد کاری عملہ میں انجینئر اور ڈاکٹر کا تناسب 2:5 میں ہے۔
(i) اگر 118 انجینئر ہیں تو ڈاکٹرس کی تعداد کیا ہوگی۔
(ii) اگر 65 ڈاکٹرس ہیں تو انجینئر کی تعداد کیا ہوگی۔
6. دو زاویوں کے درمیان نسبت 3:1 ہے
(i) بڑا زاویہ کیا ہوگا جبکہ چھوٹا زاویہ 180° ہے
(ii) اگر بڑا زاویہ 63° ہے تب چھوٹا زاویہ کیا ہوگا۔

Do This

Enlarge the square and rectangle in the figure given below such that the enlarged square and rectangle remain proportional to the original square and rectangle.



6.3 Rate

Sometimes ratios are expressed as rates. Some examples are given below :

- i) My father drives the vehicle with a speed of 60 km per hour.
- ii) I bought apples at the rate of ₹ 120 per kg.
- iii) My heart beat rate is 72 per minute.
- iv) The cost of eggs is ₹ 60 per dozen.
- v) The birth rate of India is 21 (approximately). (Birth rate is the number of live births per thousand people in a given time - Refer: <http://www.indexmundi.com/g/g.aspx?c=in&v=25>)

In the first example the distance travelled by the vehicle is compared with the time taken. In the second example cost of apples is compared to the quantity of apples. In the third example the number of heart beats is compared to the time taken. In the fourth example, the cost of eggs is compared to the quantity of eggs. In the fifth example, the number of live births is compared to 1000 people.

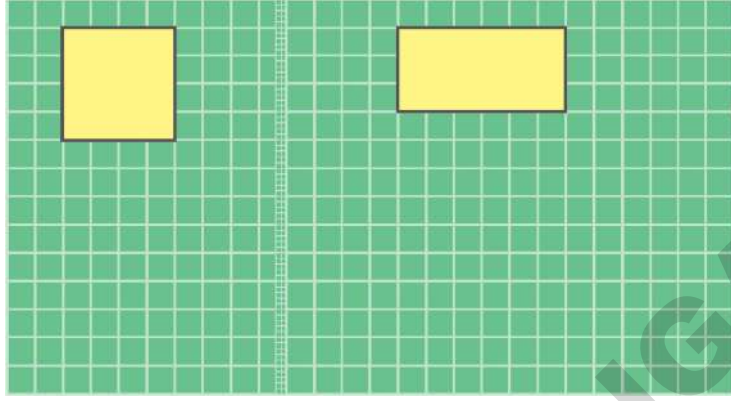
The above examples can be written as 60km/ hour, ₹ 120/kg, 72 beats/ minute, ₹ 60/dozen and 21 births per 1000 people.

6.4 Unitary Method

The method in which we first find the value of one unit and then the value of the required number of units is known as unitary method.



مربع اور مستطیل کو بڑا کیجئے اس طرح سے کہ بڑے کئے ہوئے مربع اور مستطیل کی پیمائش اصل مربع اور مستطیل کیسا تھ تناسب میں ہو۔



6.3 شرح (Rate) شرح

بعض مرتبہ نسبت کو شرح میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ چند مثالیں حسب ذیل ہیں۔

- (i) میرے والد 60 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے گاڑی چلاتے ہیں۔
- (ii) میں نے 120/- روپے فی کلوگرام کے حساب سے سیب خریدا۔
- (iii) میرے دل کی دھڑکن 72 مرتبہ فی منٹ ہے۔
- (iv) انڈے کی قیمت 60/- روپے فی درجن ہے۔
- (v) ہندوستان میں شرح پیدائش (تقریباً) 21 ہے شرح پیدائش سے مراد ایک ہزار لوگوں میں مقررہ وقت پر زندہ پیدا ہونے والے بچوں کی تعداد ہے۔

مزید معلومات کے لئے <http://www.indexmundi.com/8/8.aspx?c=in&v=25> ملاحظہ کیجئے۔

پہلی مثال میں گاڑی کے طے کردہ فاصلہ کا تقابل طے کئے گئے وقت سے کیا گیا۔ دوسری مثال میں سیب کی قیمت کا تقابل سیب کی مقدار سے کیا گیا ہے۔ تیسری مثال میں دل کی دھڑکن کا تقابل وقت کے صرفہ سے کیا گیا ہے۔ چوتھی مثال میں انڈوں کی قیمت کا تقابل انڈوں کی مقدار سے کیا گیا ہے۔ پانچویں مثال میں پیدائش کا تقابل ہر ایک 1000 عوام سے کیا گیا ہے۔

حروف فی کو علامت ”/“ اور اوپر کی مثالیں اس طرح لکھی جاسکتی ہیں، گھنٹہ/60 کلومیٹر، کلوگرام/120/- روپے، منٹ/72 مرتبہ، درجن/60/- روپے اور پیدائش ہر 1000 لوگ پر۔

6.4 اکائی کا طریقہ (Unitary Method)

وہ طریقہ جس میں پہلے ہم ایک اکائی (One unit) کی قدر معلوم کرنے کے بعد مطلوبہ مقدار کی قدر معلوم کرتے ہیں، اکائی کا طریقہ کہتے ہیں۔

Example 2 : A shopkeeper sells 5 tumblers for ₹ 30. What would be the cost of 10 such tumblers?

Solution Cost of 5 tumblers = ₹ 30
Therefore, Cost of 1 tumbler = $\frac{30}{5} = ₹ 6$
Thus, cost of 10 tumblers = $6 \times 10 = ₹ 60$.

Example 3 : What is the cost of 9 bananas, if the cost of a dozen bananas is ₹ 20?

Solution 1 dozen = 12 units.
Cost of 12 bananas = ₹ 20
Therefore, cost of 1 banana = ₹ $\frac{20}{12}$
Thus, cost of 9 bananas = $\frac{20}{12} \times 9 = ₹ 15$

Do This

- 40 benches are required to seat 160 students. How many benches will be required to seat 240 students at the same rate?
- When a Robin bird flies, it flaps wings 23 times in ten seconds. How many times will it flap its wings in 2 minutes?"
- The average human heart beats at 72 times per minute. How many times does it beat in 15 seconds? How many in an hour? How many in a day?



6.5 Direct Proportion

There are various situations in day-to-day life, when a change in one quantity leads to a change in the other quantity.

For example:

- If the number of things purchased increases, the cost incurred also increases. Alternately, if the number of things purchased decreases, the cost incurred also decreases.
- If the money deposited with a bank increases, the interest earned on that sum also increases. Alternately, if the money in the bank decreases, the interest also decreases.
- At a constant speed, if the distance travelled increases, the time taken for it also increases. Alternately, if the distance travelled decreases, time also decreases.

In the above examples, when one quantity increases the other also increases and vice-versa. Let us understand such situations with the help of an example.

A tap takes 1 hour to fill 300 litres of a tank. How many litres will be filled up in 2 hours?

The tank will be filled up by 600 litres in 2 hours. How many litres of water will be filled up in 8 hours? How do you make this calculation?

مثال 2:- ایک دوکاندار 5 کیان -/30 روپے میں فروخت کرتا ہے۔ اس طرح کے 10 کیان کی قیمت کیا ہوگی؟

حل:- 5 کیان کی قیمت = 30 روپے

اس لئے ایک کیان کی قیمت = $\frac{30}{5} = 6$ روپے

دس کیان کی قیمت = $6 \times 10 = 60$ روپے

مثال 3:- ایک درجن موز کی قیمت -/20 روپے ہو تو 9 موز کی قیمت کیا ہوگی؟

حل:- ایک درجن = 12 اکائی

12 موز کی قیمت = -/20 روپے

اس لئے ایک موز کی قیمت = $\frac{20}{12}$ روپے

9 موز کی قیمت = $\frac{20}{12} \times 9 = 15$ روپے

یہ دیکھیے



- 160 طلباء کے لئے 40 بیچ درکار ہیں تب 240 طلباء کو بیٹھنے کے لئے اسی شرح سے کتنے بیچ درکار ہوں گے؟
- (Robinbird) چھوٹی بھوری چڑیا 10 سکینڈ میں 23 مرتبہ اپنے پر ہلاتے ہوئے اڑتی ہے دو منٹ تک پرواز کرنے میں اس کو کتنے مرتبہ پر ہلانا ہوگا۔
- آدمی کے دل کی دھڑکن اوسطاً 72 مرتبہ فی منٹ ہوتی ہے۔ تو بتاؤ کہ 15 سکینڈ میں کتنی مرتبہ حرکت قلب ہوگی۔ اور ایک گھنٹہ میں کتنے مرتبہ دل دھڑکے گا۔

6.5 راست تناسب (Direct Propotion) :-

ہماری روزمرہ کی زندگی میں ہم ایسے کئی ایک واقعات کا مشاہدہ کرتے ہیں اگر ایک مقدار بڑھ جائے تو دوسری مقدار خود بہ خود بڑھ جاتی ہے۔

مثال کے طور پر

- ☆ اگر اشیاء زیادہ خریدتے ہیں تب قیمت خود بہ خود بڑھ جاتی ہے۔
 - ☆ اگر ایک بینک میں جمع شدہ رقم زیادہ ہوتی ہے تب سود میں خود بخود اضافہ ہوتا ہے، اگر بینک میں رقم کم ہو جاتی ہے تب سود میں بھی کمی واقع ہوتی ہے۔
 - ☆ مستقل رفتار پر اگر طے شدہ فاصلہ بڑھ جاتا ہے تو وقت بھی بڑھ جائے گا مثال کے طور پر اگر فاصلہ کم ہوتا ہے تب وقت بھی کم ہو جائے گا۔
- اوپر کی مثالوں میں اگر ایک مقدار بڑھتی ہے تب دوسری مقدار خود بہ خود بڑھ جاتی ہے اسی طرح اگر ایک مقدار کم ہو جاتی ہے تب دوسری بھی کم ہونے لگتی ہے۔ اس طرح کی صورتحال کو مثالوں کے ذریعہ سمجھیں گے۔
- ایک ٹل ایک ٹانگی میں 300 لیٹر پانی بھرنے کیلئے ایک گھنٹہ لیتا ہے۔ دو گھنٹوں میں کتنے لیٹر پانی بھرے گا؟
- 2 گھنٹوں میں ٹانگی میں 600 لیٹر پانی بھر جائے گا۔ 8 گھنٹوں میں کتنا پانی بھر پائے گا آپ اس کو کس طرح حل کر پائیں گے؟

Look at the table given below :

| | | | | |
|---------------------------------|-----|-----|------|------|
| Time taken to fill tank (hours) | 1 | 2 | 4 | 8 |
| Capacity filled (lts) | 300 | 600 | 1200 | 2400 |

You will find that in each case above, if the time taken increases the quantity of water filled also increases such that the ratio of the time taken and the ratio of the quantity filled is same. Thus, when the time taken doubles, the quantity filled will also doubled; when the time taken is 4 times, the quantity filled is also four times the original. And when the time taken is 8 times, the quantity filled is also 8 times. The ratio of the time taken is 1 : 2 and the ratio of quantity filled is also 1 : 2. Thus, we can say that time taken to fill the tank and quantity filled are in direct proportion.

Example 4 : A shopkeeper sells 6 eggs for ₹ 30. What would be the cost of 10 eggs?

Solution : Let the cost of 10 eggs be ₹ x .

We know that as the number of eggs increases, the cost will also increase such that the ratio of the number of eggs and the ratio of their costs will remain the same. In other words, the ratio of the number of eggs and the ratio of the cost of eggs is in proportion.

$$\text{Thus, } 6 : 10 = 30 : x$$

Since the product of the means is equal to the product of the extremes :

$$6 \times x = 10 \times 30$$

$$6x = 10 \times 30$$

$$x = \frac{10 \times 30}{6} = 50$$

$$x = ₹ 50$$

Thus, the cost of 10 eggs is equal to ₹50.

This problem can be solved by using unitary method too i.e. finding the cost of one egg and then multiplying the unit cost with the number of eggs required.

$$\text{Cost of 6 eggs} = ₹ 30$$

$$\text{Therefore, cost of 1 egg} = \frac{30}{6} = ₹ 5$$

$$\text{Cost of 10 eggs} = 5 \times 10 = ₹ 50$$

ذیل میں دیئے گئے جدول کو دیکھئے۔

| | | | | |
|---------------------------------|-----|------------|------------|------------|
| | | $\times 2$ | $\times 4$ | $\times 8$ |
| ٹانگی کو بھرنے کے لئے درکار وقت | 1 | 2 | 4 | 8 |
| گنجائش لیٹر میں | 300 | 600 | 1200 | 2400 |
| | | $\times 2$ | $\times 4$ | $\times 8$ |

اوپر کے جدول میں آپ یہ محسوس کریں گے کہ اگر وقت بڑھتا جاتا ہے تب پانی کی مقدار میں بھی اضافہ ہوتا جائے گا، یعنی وقت کی نسبت اور پانی کی مقدار میں نسبت مساوی ہے۔ جب وقت 2 گنا کر دیا جاتا ہے تو پانی کی مقدار بھی دوگنی ہو جاتی ہے۔ جب وقت 4 گنا بڑھا دیا جاتا ہے، پانی کی مقدار بھی 4 گنا بڑھ جاتی ہے۔ اور جب وقت 8 گنا بڑھا دیا جاتا ہے، تب پانی کی مقدار بھی 8 گنا بڑھ جاتی ہے۔ دیئے گئے وقت کی نسبت 1:2 اور ٹانگی میں پانی کی مقدار میں نسبت بھی 1:2 ہوگی تب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ لیا گیا وقت اور بھرا گیا پانی راست تناسب میں ہے۔

مثال 4:- ایک دوکاندار 6 انڈے -/30 روپے میں فروخت کرتا ہے تو بتاؤ کہ 10 انڈوں کی قیمت کیا ہوگی۔

حل:- فرض کرو کہ 10 انڈوں کی قیمت -/x روپے ہے۔

ہمیں معلوم ہے جیسے انڈوں کی مقدار بڑھتی جاتی ہے ویسے ہی قیمت بھی بڑھتی جائے گی کیوں کہ انڈوں اور قیمت کے درمیان نسبت مساوی ہوتی ہے۔ لہذا دیگر انڈوں کی مقدار اور اس کی قیمت تناسب میں ہے۔

$$6 : 10 = 30 : x \text{ یعنی}$$

چونکہ وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کے حاصل ضرب کے

$$6 \times x = 10 \times 30$$

$$x = \frac{10 \times 30}{6}$$

$$x = \frac{10 \times 30}{6} = 50$$

$$x = 50 \text{ روپے}$$

یعنی 10 انڈوں کی قیمت -/50 روپے ہوگی

اس سوال کو ہم اکائی کے قاعدے سے بھی حل کر سکتے ہیں جس میں پہلے ایک انڈے کی قیمت دریافت کرتے ہیں پھر مطلوبہ مقدار سے ضرب دینے پر مطلوبہ قیمت حاصل ہوگی۔

$$16 \text{ انڈوں کی قیمت} = -/30 \text{ روپے}$$

$$5/- \text{ روپے} = \frac{30}{6} = \text{اس لئے ایک انڈے کی قیمت}$$

$$10 \text{ انڈوں کی قیمت} = 5 \times 10 = 50/-$$

Example 5: 20 kgs of rice is needed for a family of 4 members. How many kgs of rice will be required if the number of members in the house increases to 10?

Method 1 : As the number of members increases, the quantity of rice required will also increase such that the ratio of number of members and the ratio of the quantity of rice is the same. Thus, the number of members and quantity of rice are in direct proportion.

Solution : Let x be the quantity of rice required for 10 members

$$\text{Then } x : 20 = 10 : 4$$

Since the product of the means is equal to the product of the extremes:

$$4x = 20 \times 10$$

$$x = \frac{20 \times 10}{4} = 50$$

$$x = 50 \text{ kgs}$$

\therefore The quantity of Rice required for 10 members = 50 Kgs.

Method 2 : Unitary method

The quantity of Rice required for 4 members = 20 kgs.

Thus, quantity of Rice required for one member = $\frac{20}{4} = 5$ kgs.

\therefore The quantity of Rice required for 10 members = $10 \times 5 = 50$ kgs.

Example 6 : A jeep travels 90 km in 3 hours at a constant speed. In how many hours will the jeep cover 150 kms?

We know that as the distance travelled increases the time taken will also increase such that the ratio of the distances travelled and the ratio of the times taken is the same. Thus, the distance travelled and the time taken is directly proportional.

Solution : Let x be the number of hours for the jeep to cover 150 kms.

$$\text{Thus, } x : 3 = 150 : 90$$

Since the product of the means is equal to the product of the extremes

$$90x = 150 \times 3$$

$$x = \frac{150 \times 3}{90} = 5$$

$$x = 5$$

Therefore, time taken to cover 150 Km = 5 hours.

مثال 5:- چار افراد والے خاندان کے لئے 20 کلوگرام چاول درکار ہے۔ اگر گھر میں 10 افراد ہوں تو کتنے چاول درکار ہوں گے۔

طریقہ I:- گوہرنے کہا اگر افراد خاندان میں اضافہ ہوتا ہے تو ان کے لئے درکار چاول میں بھی اضافہ ہوگا۔ کیوں کہ افراد کی تعداد اور استعمال ہونے والے چاول کی مقدار میں نسبت راست تناسب میں ہے۔

فرض کرو کہ چاول کی مقدار x ہے جو 10 افراد کے لئے درکار ہے

$$x : 20 = 10 : 4 \quad \text{تب}$$

چونکہ وسطین کا حاصل ضرب مساوی ہوتا ہے طرفین کے حاصل ضرب کے

$$4x = 20 \times 10$$

$$x = \frac{20 \times 10}{4} = 50$$

$$x = 50 \text{ kg}$$

10 افراد کے لئے درکار چاول کی مقدار 50 کلوگرام ہوگی

طریقہ II:- شگفتہ اس سوال کو حل کرنے کے لئے اکائی کا طریقہ استعمال کرتی ہے۔

20 کلوگرام = 4 افراد کے لئے درکار چاول کی مقدار

5 کلوگرام = $\frac{20}{4}$ = ایک فرد کے لئے درکار چاول

$$10 = 10 \times 5 \quad \text{10 افراد کے لئے درکار چاول کی مقدار}$$

$$= 50 \text{ کلوگرام}$$

مثال 6:- ایک جیپ 3 گھنٹوں میں 90 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ 150 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لئے کتنا وقت درکار ہوگا؟

ہمیں معلوم ہے کہ جیسے طے شدہ فاصلہ بڑھتا جائے گا درکار وقت میں بھی اضافہ ہوگا کیوں کہ طے شدہ فاصلہ اور وقت میں

نسبت مساوی ہے۔ اس لئے دونوں راست تناسب میں ہیں۔

فرض کرو کہ 150 کلومیٹر کا فاصلہ جیپ x گھنٹوں میں طے کرتی ہے۔

$$x : 3 = 150 : 90 \quad \text{پس}$$

چونکہ طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

$$90x = 150 \times 3$$

$$x = \frac{150 \times 3}{90} = 5$$

150 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لئے درکار وقت = 5 گھنٹے

Example 7 : The scale of a map is given as 1:30000. Two cities are 4 cm apart on the map. Find the actual distance between them.

Solution : Let the actual distance be x cm. Since the distance on the map is directly proportional to the actual distance,

$$1:30000 = 4 : x$$

Since the product of the means is equal to the product of the extremes

$$x = 4 \times 30,000$$

$$= 1,20,000 \text{ cm}$$

$$= 1.2 \text{ kms} \quad (1 \text{ km} = 1,00,000 \text{ cm})$$

Thus, two cities, which are 4 cm apart on the map, are actually 1.2 kms away from each other.



Try This

1. Place a 1 litre empty bottle under a tap from which water is falling drop by drop due to leakage. How much time did it take to fill the bottle? Calculate how much water would be wasted in a year?
2. Take a clock and fix its minutes hand at 12.

Note the angles made by minutes hand in the given intervals of time :

| | | | | |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Time Passed | (T_1) | (T_2) | (T_3) | (T_4) |
| (in minutes) | 15 | 30 | 45 | 60 |
| Angle turned | (A_1) | (A_2) | (A_3) | (A_4) |
| (in degree) | 90 | | | |



Is the angle turned through by the minute hand directly proportional to the time that has passed? Yes!

From the above table, you can also see

$$T_1 : T_2 = A_1 : A_2, \text{ because}$$

$$T_1 : T_2 = 15 : 30 = 1 : 2$$

$$A_1 : A_2 = 90 : 180 = 1 : 2$$

$$\text{Check if } T_2 : T_3 = A_2 : A_3 \text{ and } T_3 : T_4 = A_3 : A_4$$

You can repeat this activity by choosing your own time interval.

مثال 7:- نقشہ کا پیمانہ اس طرح دیا گیا ہے 1 : 30000 نقشہ میں دو شہر 4 سمر کے فاصلہ پر ہیں۔ تب ان کے درمیان حقیقی فاصلہ معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کرو کہ حقیقی فاصلہ x سمر ہے۔ چونکہ نقشہ میں فاصلہ حقیقی فاصلے کے راست تناسب میں ہے

$$1 : 30000 = 4 : x$$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$x = 4 \times 30000$$

$$= 1,20,000$$

$$(1 \text{ km} = 1,00,000 \text{ cm}) = 1.2 \text{ km}$$

اس طرح دو شہر جو نقشہ میں 4 سمر کی دوری پر ہیں وہ حقیقت میں ایک دوسرے سے 1.2 کلومیٹر کی دوری پر واقع ہیں۔

کوشش کیجئے



1. ایک لیٹر کی خالی بوتل کوئل کے نیچے رکھئے جس سے قطرہ بہ قطرہ پانی ٹپک رہا ہو۔ بوتل بھرنے کیلئے کتنا وقت درکار ہوگا معلوم کیجئے۔ اور بتائیے کہ ایک سال میں کتنا پانی ضائع ہوگا۔

2. گھڑی لیجئے اور اس میں منٹ کے کانٹے کو 12 پرسٹ کر دیجئے۔ مختلف وقت دوران میں کانٹے سے بننے والے زاویہ کو درج کیجئے۔

| گزارا ہوا وقت | T1 | T2 | T3 | T4 |
|----------------|----|-------|-------|-------|
| منٹ میں | 15 | 30 | 45 | 60 |
| بدلا ہوا زاویہ | A1 | A2 | A3 | A4 |
| درجوں میں | 90 | | | |



کیا منٹ کے کانٹے سے بنایا ہوا زاویہ وقت کے ساتھ راست تناسب میں ہے؟ ہاں اوپر کے جدول میں آپ یہ بھی دیکھ پائیں گے کہ

$$T1 : T2 = A1 : A2$$

$$T1 : T2 = 15 : 30 = 1 : 2$$

$$A1 : A2 = 90 : 180 = 1 : 2$$

جانچ کیجئے کیا

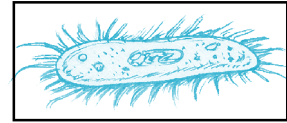
$$T2 : T3 = A2 : A3 \text{ اور } T3 : T4 = A3 : A4$$

اپنے فاضل وقت میں اس مشغلہ کو دہرا سکتے ہیں۔



Exercise - 3

1. A length of a bacteria enlarged 50,000 times attains a length of 5 cm. What is the actual length of the bacteria? If the length is enlarged 20,000 times only, what would be its enlarged length?



2. Observe the following tables and find if x is directly proportional.

(i)

| | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|---|
| x | 20 | 17 | 14 | 11 | 8 | 5 | 2 |
| y | 40 | 34 | 28 | 22 | 16 | 10 | 4 |

(ii)

| | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|
| x | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 | 26 | 30 |
| y | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 |

(iii)

| | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|-----|-----|
| x | 5 | 8 | 12 | 15 | 18 | 20 | 25 |
| y | 15 | 24 | 36 | 60 | 72 | 100 | 125 |

3. Sushma has a road map with a scale of 1 cm representing 18 km. She drives on a road for 72 km. What would be her distance covered in the map?
4. On a Grid paper, draw five squares of different sizes. Write the following information in a tabular form.

| | Square 1 | Square 2 | Square 3 | Square 4 | Square 5 |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Length of a side (L) | | | | | |
| Perimeter (P) | | | | | |
| Area (A) | | | | | |

Find whether the length of a side is in direct proportion to:

- (i) the perimeter of the square.
(ii) the area of the square.

Ratios also appear in the form of percentages. We will learn about percentages and the various ways in which we use them in day-to-day life.

6.6 Percentages

- Soumya got 65% marks in Mathematics and Ranjeet got 59% marks.
- A cloth seller in whole-sale market makes a profit of 25% on silk sarees in the retail-market makes a profit of 10%.

مشق - 3



1. ایک بیکیٹیریا کو 50000 گنا بڑھا کیا گیا تب اس کا طول 5 سمر ہے اس بیکیٹیریا کا حقیقی طول معلوم کیجئے۔ اگر طول 20000 گنا بڑھایا جائے تب اس کا طول معلوم کیجئے۔
2. جدول کا مشاہدہ کیجئے اور معلوم کیجئے کہ کیا x راست تناسب میں ہے۔

(i)

| | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|---|
| x | 20 | 17 | 14 | 11 | 8 | 5 | 2 |
| y | 40 | 34 | 28 | 22 | 16 | 10 | 4 |

(ii)

| | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|
| x | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 | 26 | 30 |
| y | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 |

(iii)

| | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|-----|-----|
| x | 5 | 8 | 12 | 15 | 18 | 20 | 25 |
| y | 15 | 24 | 36 | 60 | 72 | 100 | 125 |

3. شبانہ کے پاس ایک سڑک کا نقشہ موجود ہے جس میں پیمانہ 1 سمر کیلئے 18 کلومیٹر لیا گیا ہے وہ سڑک پر 72 کلومیٹر فاصلہ طے کر چکی ہے تو نقشہ میں وہ کتنا فاصلہ طے کر پائے گی؟
4. مربع خانہ والا پیپر (Grid Paper) پر 5 مختلف جسامت والے مربع بنائیے۔ ذیل کی اطلاع کو جدول میں درج کیجئے۔

| | مربع 1 | مربع 2 | مربع 3 | مربع 4 | مربع 5 |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ضلع کو طول (L) | | | | | |
| احاطہ (P) | | | | | |
| رقبہ (A) | | | | | |

دریافت کیجئے کیا ضلع کا طول راست تناسب میں ہے۔

(i) مربع کا احاطہ (ii) مربع کا رقبہ

نسبت فیصد کی شکل میں بھی ظاہر ہوتی ہے۔ اس سبق میں ہم فیصدی کے مختلف طریقوں پر نظر ڈالیں گے جو ہماری روزمرہ زندگی میں پیش آتے ہیں۔

6.6 فیصد (Percentages):-

- ☆ فرزانہ ریاضی میں 65% نشانات حاصل کرتی ہے اور رحیمہ 59% نشانات حاصل کرتی ہے۔
- ☆ ایک تاجر پارچہ (کپڑا فروش) ٹھوک مارکٹ میں سلک کی ساڑھیوں پر 25% نفع کماتا ہے اور چلر مارکٹ میں 10% نفع کماتا ہے۔

- Anita borrowed a loan of ₹ 10000 from the bank for one year. She has to pay a 10% interest at the end of the year.
- During festival season a T.V. seller was offering a discount of 10% and another was offering a discount of 15%.

The word '**percent**' means '**per every hundred**' or '**for a hundred**'. The symbol '%' is used to represent percentage. Thus, 1% (one percent) means 1 out of a 100; 27% (27 percent) means 27 out of 100 and 93% (ninty three percent) means 93 out of a 100.

1% can also be written as $\frac{1}{100}$ or 0.01

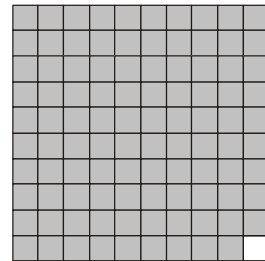
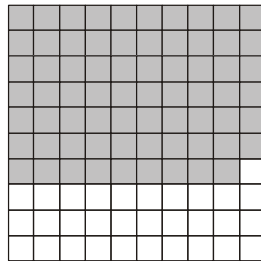
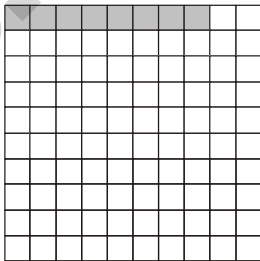
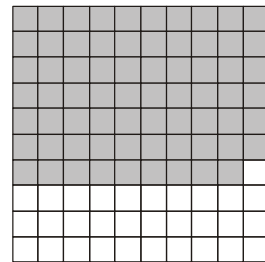
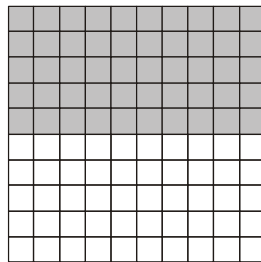
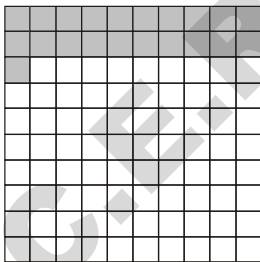
27% can also be written as $\frac{27}{100}$ or 0.27

93% can also be written as $\frac{93}{100}$ or 0.93



Do This

1. Given below are various grids of 100 squares. Each has a different number of squares coloured. In each case, write the coloured and white part in the form of a (1) Percentage, (2) Fraction and (3) Decimal.



☆ آسپہ بنک سے 10,000 روپے ایک سال کی مدت کے لئے قرض حاصل کرتی ہے سال کے ختم پر 10% سود ادا کرتی ہے۔

☆ تہوار کے زمانہ میں ٹیلی ویژن فروخت کرنے والا دوکاندار 10% ڈسکاؤنٹ دیتا ہے دوسرا دوکاندار 15% ڈسکاؤنٹ دیتا ہے۔

لفظ فی صد سے مراد 'ہر سو پر ایک ہے' علامت % کو فیصد کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے ایک فیصد 1% سے مراد ہر ایک سو پر 1، 27% سے مراد ہر ایک سو پر 27، 93% سے مراد ہر ایک سو پر 93۔



$$0.01 \text{ یا } \frac{1}{100} = 1\% \text{ کو اس طرح بھی لکھا جاتا ہے۔}$$

$$0.27 \text{ یا } \frac{27}{100} = 27\% \text{ کو اس طرح بھی لکھا جاتا ہے۔}$$

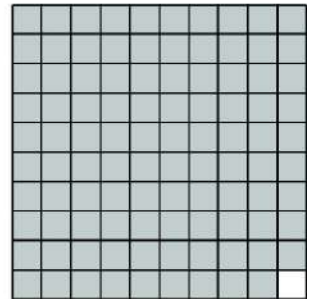
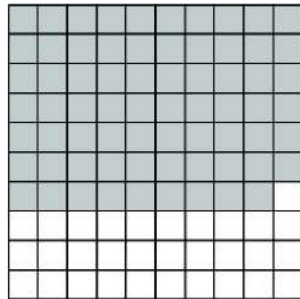
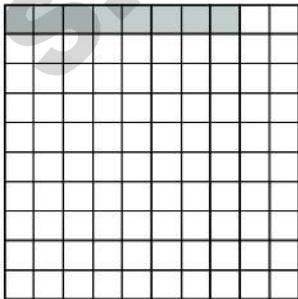
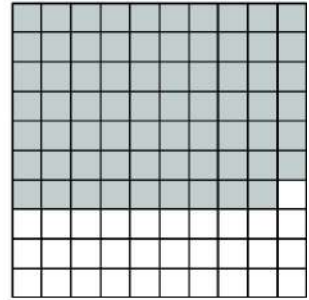
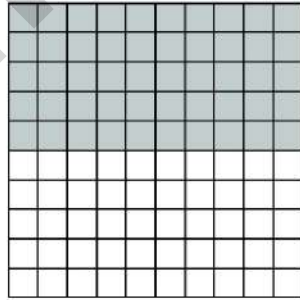
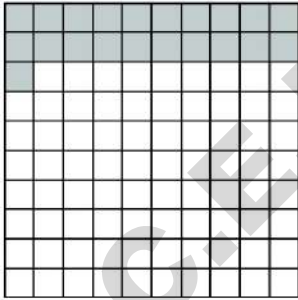
$$0.93 \text{ یا } \frac{93}{100} = 93\% \text{ کو اس طرح سے بھی لکھا جاتا ہے۔}$$

یہ کیجیے

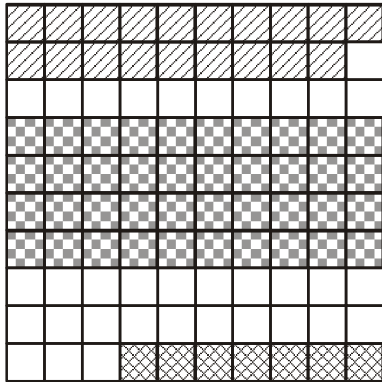






1. ذیل میں مربع خانوں والے پیپر جن میں 100 خانے ہیں دیئے گئے ہیں، جن میں مختلف مربعوں کو مختلف رنگ سے بھرا گیا ہے۔ اس طرح رنگ بھرے ہوئے مربعوں اور سفید مربعوں کو حسب ذیل طریقوں سے ظاہر کیجئے۔

(i) فیصد (ii) کسر (iii) اعشاریہ



2. Look at the grid paper given below and answer the following.



- What percent represents  ?
 What percent represents  ?
 What percent represents  ?
 What percent represents  ?

3. The strength particular of a school are given below. Express the strength of each class as a fraction, percentage of total strength of the school.

| Class | No. of children | As a fraction | As a percentage |
|-------|-----------------|---------------|-----------------|
| VI | 17 | | |
| VII | 15 | | |
| VIII | 20 | | |
| IX | 30 | | |
| X | 18 | | |
| Total | 100 | | |

In all the above examples the total number is 100. How do we find percentages when the total is not hundred?

Example. 8 : In a class there are 35 girls and 15 boys. What is the percentages of boys and what is the percentage of girls?

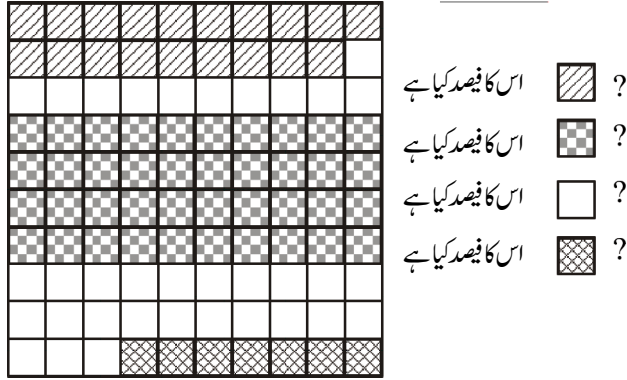
Solution: Sudhir solved it like this;



Method - 1

| Student | Number | Fraction | Converting denominator into hundred | As a percentage |
|---------|--------|-----------------|---|-----------------|
| Girls | 35 | $\frac{35}{50}$ | $\frac{35}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{70}{100}$ | 70% |
| Boys | 15 | $\frac{15}{50}$ | $\frac{15}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{30}{100}$ | 30% |
| Total | 50 | | | |

2. ذیل کے خانوں والے پیپر کا مشاہدہ کیجئے ان کو مختلف وضع سے سایہ دار کیا گیا ہے۔ ہر نوعیت کے سایہ دار حصہ کا فیصد معلوم کیجئے۔



3. ذیل کے جدول میں ایک مدرسہ میں جماعت واری طلباء کی تعداد دی گئی ہے۔ ہر جماعت کی تعداد کو کسر کی شکل میں ظاہر کیجئے۔ اسکول کی کل تعداد کے مطابق جماعت کی تعداد کو فیصد میں بتلائیے۔

| جماعت | طلباء کی تعداد | کسر کی شکل میں | فیصدی کی شکل میں |
|-------|----------------|----------------|------------------|
| VI | 17 | | |
| VII | 15 | | |
| VIII | 20 | | |
| IX | 30 | | |
| X | 18 | | |
| Total | 100 | | |

اوپر کی تمام مثالوں میں کل تعداد 100 ہے۔ ہم فیصد کس طرح معلوم کریں گے جبکہ کل تعداد 100 نہ ہو۔

مثال 8:- ایک جماعت میں 35 لڑکیاں اور 15 لڑکے ہیں۔ لڑکے اور لڑکیوں کا فیصد کیا ہے؟

حل: سدھیر نے اس مسئلہ کو اس طرح حل کیا

طریقہ - I



| طالب علم | عدد | کسر | نسب نما کو 100 میں تبدیل کرنے پر | فیصدی کی شکل میں |
|----------|-----|-----------------|---|------------------|
| لڑکیاں | 35 | $\frac{35}{50}$ | $\frac{35}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{70}{100}$ | 70% |
| لڑکے | 15 | $\frac{15}{50}$ | $\frac{15}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{30}{100}$ | 30% |
| جملہ | 50 | | | |

Method - 2

Anwar found the percentage of girls and boys like this.

Total students $35 + 15 = 50$

Out of 50 students there are 35 girls

Thus, out of 100 students there will be $\frac{35}{50} \times 100 = 70$ girls

Method - 3

Reena solved it like this.

$$\frac{35}{50} \times \frac{2}{2} = \frac{70}{100} = 70\%$$

We see that there are three methods that can be used to find percentage when the total does not add up to 100. In the first table, we multiply the fraction by $\frac{100}{100}$. This does not change the value of the fraction. Subsequently, only 100 remains in the denominator. Reena has multiplied by it $\frac{2}{2}$ to get 100 in the denominator. Anwar has used the unitary method. You can choose any of the methods or you can also find your own method.

Does Anwar's method work for all ratios? Does the method be used by Reena also work for all ratios?

Anwar says Reena's method can be used only if you can find a natural number which on multiplication with the denominator gives 100. Since denominator was 50, she could multiply it by 2 to get 100. If the denominator was 60, she would not have been able to use this method. Do you agree?

Example 9 : Shirt "A" has $\frac{3}{5}$ cotton where as shirt "B" has $\frac{3}{4}$ cotton.

- (i) What is the percentage of cotton in each shirt?
- (ii) Which shirt has more percentage of cotton?

Solution : The percentage of cotton in shirt "A" = $\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$

The percentage of cotton in shirt "B" = $\frac{3}{4} \times 100 = 75\%$

shirt "B" has more percentage of cotton.

طریقہ-III

طریقہ-II

| | |
|---|--|
| <p>رعنا نے اس طرح حل کیا</p> $\frac{35}{50} \times \frac{2}{2} = \frac{70}{100} = 70\%$ | <p>حاصل کردہ جواب میں لڑکیوں اور لڑکوں کا فیصد اس طرح ہے۔</p> <p>جملہ طلباء کی تعداد $35 + 15 = 50$</p> <p>50 طلباء میں 35 لڑکیاں ہیں</p> <p>اس لئے 100 طلباء میں 70 لڑکیاں = $\frac{35}{50} \times 100$</p> |
|---|--|

ہم یہ دیکھیں گے کہ یہاں تین طریقے ہیں جس سے فیصد معلوم کیا جاسکتا ہے جبکہ جملہ اعداد کا مجموعہ 100 نہ ہو۔ پہلے جدول میں ہم کسر کو $\frac{100}{100}$ سے ضرب دیں گے جس سے کسر کی قدر میں تبدیلی واقع نہیں ہوگی۔ اسی طرح نسب نما میں صرف 100 باقی رہ جائے گا۔ رعنا $\frac{2}{2}$ سے ضرب دیتی ہے۔ جس میں نسب نما 100 آجاتا ہے، انورا کائی کا طریقہ استعمال کرتا ہے۔ آپ ان میں سے کوئی بھی طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔ یا آپ اپنا ذاتی کوئی اور طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔ کیا انورا کا طریقہ تمام نسبتوں کے لئے قابل عمل ہوگا؟ کیا رعنا کا طریقہ بھی ہمیشہ قابل عمل ہوگا۔

انور نے کہا رعنا کا طریقہ اسی وقت کارگرد ہوگا جب کوئی طبعی عدد کو ضرب دے کر نسب نما 100 حاصل کیا جائے۔ چونکہ نسب نما 50 ہے اس لئے وہ 2 سے ضرب دے پائی اور نسب نما میں 100 حاصل کر لیا۔ اگر نسب نما 60 ہے تب یہ طریقہ کار قابل عمل نہیں ہے۔ کیا آپ متفق ہیں؟

مثال 9:- شرٹ A میں $\frac{3}{5}$ کاٹن اور شرٹ B میں $\frac{3}{4}$ حصہ کاٹن ہے

(i) ہر شرٹ میں کاٹن کا فیصد معلوم کیجئے۔ (ii) کونسے شرٹ میں کاٹن کا فیصد زیادہ ہے۔

حل:- شرٹ A میں کاٹن کا فیصد = $\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$

شرٹ B میں کاٹن کا فیصد = $\frac{3}{4} \times 100 = 75\%$

شرٹ B میں کاٹن کا تناسب زیادہ ہے۔

Example 10 : Ganga went to a tailor with 1 mt. cloth. She asked him to make a blouse to her. The tailor used 0.75 mts of cloth to make the blouse and returned the remaining cloth to Ganga.



What percentage of the cloth (i) is used in making the blouse (ii) is given back to Ganga?

Solution : The tailor used 0.75 mts of cloth.

The percentage of cloth used = $0.75 \times 100\%$

$$= \frac{75}{100} \times 100\%$$

$$= 75\%$$

The tailor returned $1 - 0.75 = 0.25$ mts of cloth.

The percentage of cloth returned = $0.25 \times 100\%$

$$= \frac{25}{100} \times 100\%$$

$$= 25\%$$

Example 11 : Last year the cost of a commodity was ₹ 40. This year, the cost of the commodity increased to ₹ 50. What is the percentage change in its price?

Solution : Percentage increase in price = $\frac{\text{change in amount}}{\text{original amount}} \times 100\%$

$$= \frac{50 - 40}{40} \times 100\%$$

$$= \frac{10}{40} \times 100\% = \frac{1000}{40}\% = 25\%$$

Example 12 : Shyam's monthly income is ₹ 10,000. He spends 60% of it on family expenses, 10% on medical expenses, 5% on donations and saves by 25%. Find the amount he spends on each item?

مثال 10:- شہناز ایک میٹر کپڑا لے کر درزی کے پاس اپنے لئے بلوز سلوانے کے لئے پہنچی۔ درزی 0.75 میٹر کپڑا لے کر باقی کپڑا واپس کر دیتا ہے۔



(i) بلوز کی سلوائی میں کتنے فیصد کپڑا استعمال ہوا؟ (ii) کتنے فیصد کپڑا واپس کیا گیا۔

حل:- درزی نے 0.75 میٹر کپڑے کا استعمال کیا۔

$$\frac{75}{100} \times 100 = 75\% = 0.75 \times 100\% = \text{استعمال شدہ کپڑے کا فیصد}$$

$$1 - 0.75 = \text{واپس کردہ کپڑا} = 0.25 \text{ میٹر}$$

$$= \frac{25}{100} \times 100 = 25\% = \text{واپس کردہ کپڑے کا فیصد}$$

مثال 11:- سال گذشتہ اشیاء ضروریات کی قیمت -/40 روپے تھی اس سال اشیاء ضروریہ کی قیمت -/50 روپے تک بڑھ گئی قیمت میں تبدیلی کا فیصد کیا ہوگا۔

حل:-

$$\text{قیمت میں فرق} = \frac{\text{قیمت میں، فیصد اضافہ}}{\text{اصل قیمت}} \times 100$$

$$= \frac{50 - 40}{40} \times 100\%$$

$$= \frac{10}{40} \times 100 = \frac{1000}{40}$$

$$= 25\%$$

مثال 12:- سہیل کی ماہانہ آمدنی -/10,000 ₹ ہے وہ اس کا 60% گھریلو اخراجات 10% دواؤں کا خرچ 5% عطیات اور 25% بچت کرتا ہے وہ ہر ماہ کتنی رقم خرچ کرتا ہے۔

Solution : Amount spent on family expenses = $\frac{60}{100} \times 10000 = ₹ 6000$

Similarly, amount spent on medical expenses = $\frac{10}{100} \times 10000 = ₹ 1000$

Amount spent on donations = $\frac{5}{100} \times 10000 = ₹ 500$

Amount saved = $\frac{25}{100} \times 10000 = ₹ 2500$



Exercise 4

1. In a school X, 48 students appeared for 10th class exam out of which 36 students passed. In another school Y, 30 students appeared and 24 students passed. If the District Educational Officer wants to give an award on the basis of pass percentage. To which school will he give the award?
2. Last year the cost of 1000 articles was ₹ 5000. This year it goes down to ₹ 4000. What is the percentage of decrease in price?
3. $64\% + 20\% + \dots? \dots = 100\%$
4. Sri Jyothi has a basket full of bananas, oranges and mangoes. If 50% are bananas, 15% are oranges, then what percent are mangoes?
5. On a rainy day, out of 150 students in a school 25 were absent. Find the percentage of students absent from the school? What percentage of students is present?
6. Out of 12000 voters in a constituency, 60% voted. Find the number of people voted in the constituency?
7. A local cricket team played 20 matches in one season. If it won 25% of them and lost rest. How many matches did it loose?
8. In every gram of gold, a goldsmith mixes 0.25 grams of silver and 0.05 grams of copper. What is the percentage of gold, silver and copper in every gram of gold?
9. 40% of a number is 800 then find the number?

حل: گھریلو اخراجات پر کیا گیا خرچ = جملہ آمدنی کا 60%

$$\text{₹ } 6,000/- = \frac{60}{100} \times 10000 = \text{₹ } 6,000$$

اسی طرح دواؤں پر خرچ 2100 = $\frac{10}{100} \times 10000 = \text{₹ } 1,000/-$

عطیات پر خرچ = $\frac{5}{100} \times 10000 = \text{₹ } 500$

بچت شدہ رقم = $\frac{25}{100} \times 10000 = \text{₹ } 2500$

مشق - 4



1. کسی اسکول میں دہم جماعت کے 48 طلباء نے امتحان میں شرکت کی جن میں 36 طلباء کامیاب ہوئے جبکہ دوسرے اسکول میں 30 طلباء نے شرکت کی اور ان میں سے 24 طلباء کامیاب ہوئے۔ اگر ضلع کے مہتمم تعلیمات مدرسہ کے کامیاب طلباء کو فیصد کی بنا پر انعام دینا چاہتے ہیں تو کس اسکول کو انعام حاصل ہو سکتا ہے۔
2. سال گذشتہ 1000 اشیاء کی قیمت -/5000 روپے تھی۔ اس سال وہ -/4000 روپے تک پہنچ گئی اس گراؤ کو فیصدی میں ظاہر کیجئے۔
3. سمیہ کے پاس ایک باسکٹ ہے جس میں موز، موسمی، اور آم بھرے ہوئے ہیں۔ اگر 50% موز ہیں اور 15% موسمی ہیں تو آم کا فیصد کیا ہوگا؟
4. $64\% + 20\% + \dots = 100\%$
5. ایک مدرسہ میں بارش کی وجہ سے 150 طلباء میں سے 25 طلباء غیر حاضر ہوتے ہیں، کتنے فیصد طلباء اسکول سے غیر حاضر رہے۔ کتنے فیصد طلباء اسکول میں حاضر رہے، معلوم کیجئے۔
6. کسی چناؤ حلقہ میں 2000 ووٹرس میں 60% ووٹرس نے اپنا حق رائے دہی استعمال کیا تو بتاؤ کہ کتنی تعداد نے ووٹ ڈالا؟
7. مقامی کرکٹ ٹیم ایک سیزن میں 20 میاچس کھیل پائی۔ اگر ان میں سے وہ 25% ہی میاچس جیت پائے ہیں تو بتاؤ کہ وہ ٹیم کتنے میاچس ہار گئی ہے۔
8. ہر ایک گرام سونے میں ایک سنار 0.25 چاندی، اور 0.05 گرام تانبہ ملتا ہے۔ ہر گرام میں سونا، چاندی اور تانبہ کا فیصدی معلوم کیجئے۔
9. ایک عدد کا 40 فیصد 800 ہے تب وہ عدد معلوم کیجئے۔



Try This

- Population of our country as per 2011 census is about 12×10^8 (120,00,00,000)

If the population of our country increases by 3% every year what will be the population by 2012?

- Can you eat 75% of a dosa?
 - Can the price of an item go up by 90%?
 - Can the price of an item go up by 100%?



Project Work

Fill up the following table showing the amount of time you spend on various activities in a day and calculate the percentage of time on each activity.

| Activity | No. of hours | % of a day |
|---|--------------|------------|
| For brushing bathing and getting ready for school | | |
| In school | | |
| For reading and doing home work | | |
| For playing / watching TV/helping parents | | |
| For sleeping | | |

6.7 Some situations in which we use percentages

We use percentages to express profit and loss, discount and interest. Expressing these in percentages makes comparisons easy.

6.7.1 Profit and Loss

- A potter makes pots on the wheel, then bakes them in a kiln and decorates them with paint. He spends ₹ 3 on material, ₹ 2 on baking and ₹ 1 on painting the each pot. He sells each pot for ₹ 10. Does the potter make profit or loss?
- A toy maker makes a toy for ₹ 50 and sells it for ₹ 75. Does he make profit or loss?
- A trader buys shirts at ₹ 540 each. The shirts remain unsold till the end of the year. The trader sells them at ₹ 500 each at year end. Did the trader make a profit or a loss?



کوشش کیجئے



1. 2011ء کے مردم شماری کے مطابق ہمارے ملک کی آبادی $120,00,00,000 (12 \times 10^8)$ تھی۔ اگر ہماری آبادی میں ہر سال 3% کا اضافہ ہوتا رہے تو 2012ء میں آبادی کیا ہوگی؟



2. (i) کیا آپ 75% دوسرے کھاپائیں گے
(ii) کیا کسی شے کی قیمت 90% تک پہنچ پائے گی
(iii) کیا کسی شے کی قیمت 100% تک پہنچ پائے گی۔

گھر پر تفویض کردہ کام:-

ذیل کے جدول کو مکمل کیجئے جو ایک دن میں مختلف مشاغل کو انجام دینے کے اوقات کو ظاہر کرتا ہے، ایک مشغلہ میں استعمال ہونے والے وقت کا فیصد معلوم کیجئے۔



| مشغلہ | گھنٹوں کی تعداد | دن کا فیصد |
|--|-----------------|------------|
| برش کرنا، نہانا، اسکول کے لئے تیاری کرنا | | |
| اسکول میں گزارا ہوا وقت | | |
| پڑھنے اور گھر کا کام کرنے کا وقت | | |
| کھیل کود/ ٹیلی ویژن بینی/ والدین کی مدد | | |
| سونے کا وقت | | |

6.7 ایسی صورتحال جہاں پر ہم فیصد کا استعمال کریں گے:-

ہم نفع، نقصان، کٹوتی (ڈسکاؤنٹ) سود کو ظاہر کرنے کے لئے فیصد کا استعمال کرتے ہیں فیصد میں ظاہر کرنے سے تقابل آسان ہو جاتا ہے۔

6.7.1 نفع و نقصان:-



☆ ایک کمہار اپنے چاک (گردشی پہیہ) پر گھڑا بناتا ہے اسکو بھٹی میں پکاتا ہے۔ رنگوں سے نقش نگاری کرتا ہے، اس کے لئے وہ 3 روپے مٹی پر، 2 روپے بھٹی میں پکانے کے لئے اور 1 روپے رنگ کرنے خرچ کرتا ہے اور فی گھڑا 10 روپے میں فروخت کرتا ہے، اس طرح کمہار کو نفع ہو یا نقصان معلوم کیجئے؟

☆ کھلونا ساز ایک کھلونا 50 روپے میں تیار کرتا ہے۔ اسکو 75 روپے میں فروخت کرتا ہے۔ کیا اس کو نفع ہو یا نقصان معلوم کیجئے؟

☆ ایک کاروباری ادارہ شرٹ کو 540 روپے فی کس خریدتا ہے۔ سال کے ختم تک شرٹس فروخت ہوئے بغیر رہ جاتا ہے سال کے اختتام پر کاروباری ادارہ اس کو 500 روپے فی کس میں فروخت کر دیتا ہے۔ کیا کاروباری ادارہ کو نفع ہو یا نقصان معلوم کیجئے؟

- Amar is a gold merchant. He bought 10 gms of gold worth ₹15000 in the last year. Now its rate has gone up to ₹20000. Will Amar make a profit or a loss on selling the gold at present rate?

In each of the above situations, you can calculate the amount of profit or loss. However, many a times percentages are used in expressing the profit or loss made in a transaction.

Example 13 : Ramayya bought some pens for ₹200 and he sold them for ₹ 240 whereas Somayya bought some pens for ₹ 500 and he sold them for ₹ 575. Who made more profit?

Solution : To find the profit we compare selling price to the cost price.

$$\text{Profit} = \text{selling price} - \text{cost price} \quad \text{or} \quad P = SP - CP$$

$$\text{Ramayya's Profit} = ₹ 240 - ₹ 200 = ₹ 40$$

$$\text{Somayya's Profit} = ₹ 575 - ₹ 500 = ₹ 75$$

It appears like Somayya made more profit as he made a profit of ₹ 75 whereas Ramayya made a profit of ₹ 40 only. Is this correct?

Ramayya made a profit of ₹ 40 when he invested an amount of ₹200 whereas Somayya made a profit of ₹ 75 when he invested an amount of ₹ 500.

$$\text{Thus, Ramayya's ratio of profit to cost price} = \frac{40}{200} \text{ and}$$

$$\text{Somayya's ratio of profit to cost price} = \frac{75}{500}$$

To compare profit, cost ratios we convert them in to percentages.

$$\text{Profit percentage} = \frac{\text{Profit}}{\text{CP}} \times 100$$

Thus, Ramayya's profit percentage

$$= \frac{40}{200} \times 100 \% = 20 \%$$

$$\text{Somayya's profit percentage} = \frac{75}{500} \times 100 \% = 15\%$$

Ramayya earn a profit of 20% or ₹ 20 on investment of ₹ 100.

Somayya earns a profit of 15% or ₹ 15 on investment of ₹100.

Thus, Ramaya earns more profit than Somayya.

☆ عمران (سونے کا بیوپاری) جوہری ہے۔ وہ 15000 روپے میں 10 گرام سونا سال گذشتہ خریدا اب اس کی قیمت 20000 روپے ہوگئی اس سونے کے خرید و فروخت میں عمران کو نفع ہوا یا نقصان معلوم کیجئے؟ اور دی گئی ہر مثال کے لئے آپ نفع یا نقصان معلوم کر سکتے ہیں کئی ایک مرتبہ فیصد کو نفع یا نقصان ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

مثال 13:- شاذ نے چند قلم 200 روپے میں خریدے اور اس کو وہ 240 روپے میں فروخت کیا اس کے برخلاف زیبہ نے چند قلم 500 روپے میں خریدا اور وہ اسکو 575 روپے میں فروخت کر دیا کس نے زیادہ نفع حاصل کیا۔
حل:-

$$\text{شاذ کا نفع} = 40 \text{ روپے} = 200 \text{ روپے} - 240 \text{ روپے}$$

$$\text{زیبا کا نفع} = 75 \text{ روپے} = 500 \text{ روپے} - 575 \text{ روپے}$$

یہ محسوس ہوا کہ زیبا کو نفع 75 روپے حاصل ہوا جبکہ شاذ کو 40 روپے نفع ملا کیا یہ صحیح ہے۔

شاذ کا نفع 40 روپے ہے جبکہ اُس نے 200 روپے خرچ کئے برخلاف اسکے زیبا کا نفع 75 روپے جبکہ اُس نے 500 روپے خرچ کئے

$$\frac{40}{200} = \text{شاذ کے نفع کی نسبت} \quad \frac{75}{500} = \text{زیبا کے نفع کی نسبت}$$

نفع کو قیمت خرید سے تقابل کرنے کے لئے ہم اس کو فیصد میں تبدیل کریں گے اس لئے

$$\frac{40}{200} \times 100\% = 20\% \text{ شاذ کا نفع فیصد}$$

$$\frac{75}{500} \times 100\% = 15\% \text{ زیبا کا نفع فیصد}$$

شاذ کا نفع 20% یا -/20 روپے ہے جبکہ اُس کی سرمایہ کاری 100 روپے ہے اور زیبا کا نفع 15% یا 15 روپے

ہے جبکہ اُس کی سرمایہ کاری 100 روپے ہے اس طرح شاذ کا نفع فیصد زیبہ سے زیادہ ہوگا۔

Example 14 : A shop keeper bought a TV for ₹ 9000 and he sold it for ₹ 10,000. Find the profit or loss? calculate percentage.

Solution : Gopal solved the problem in the following way:



Cost price (CP) of the TV = ₹ 9000

Selling price (SP) of the TV = ₹ 10,000

As SP is greater than CP, the shopkeeper makes a profit:

Profit (P) = ₹ 10000 – ₹ 9000 = ₹ 1000

Thus, when the CP is ₹ 9000, the shopkeeper makes a profit of ₹ 1000

The ratio of profit and cost is $\frac{1000}{9000}$

To find the profit percentage we multiply this ratio with 100%

$$\text{i.e. } \frac{1000}{9000} \times 100\% = \frac{100}{9}\% = 11\frac{1}{9}\%$$

Madhu solved this problem using proportion.

When the CP is ₹ 9000, the profit is ₹ 1000.

Now, when CP is ₹ 100, let the profit be ₹ x .

We know that the CP and profit are directly proportional thus, ratio of profit and the ratio of cost price (CP) will be same in both cases.

Therefore, $x : 1000 = 100 : 9000$

$$\frac{x}{1000} = \frac{100}{9000}$$

$$9000 \times x = 1000 \times 100$$

$$x = \frac{1000 \times 100}{9000} = 11\frac{1}{9}$$

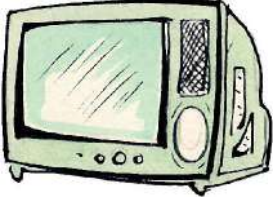
Thus, the profit % = $11\frac{1}{9}\%$



Try This

The cost price of 5 mangoes is equal to the selling price of 2 mangoes. Find the profit percent?

مثال 14:- ایک دوکاندار ٹیلی ویژن کو 9000/- روپے میں خریدتا ہے اور پھر وہ اس کو 10000 روپے میں فروخت کرتا ہے، نفع یا نقصان کا فیصد معلوم کرو۔



حل:- غوث نے سوال کو ذیل کے طریقہ سے حل کیا۔

$$\text{ٹیلی ویژن کی قیمت خرید} = 9000/- \text{ روپے}$$

$$\text{ٹیلی ویژن کی قیمت فروخت} = 10000/- \text{ روپے}$$

چونکہ قیمت فروخت زیادہ ہے قیمت خرید سے اس لئے نفع ہوگا۔

$$\text{نفع} = 1000 \text{ روپے} = 9000 \text{ روپے} - 10000 \text{ روپے}$$

$$\text{قیمت خرید اور نفع کی نسبت} = \frac{1000}{9000}$$

$$\frac{1000}{9000} \times 100\% = \frac{100}{9}\% = 11\frac{1}{9}\% \text{ یعنی } 100 \text{ کو اس سے ضرب دیجئے۔}$$

مہرہ جبین سوال کو اس طرح سے حل کرتی ہے

قیمت خرید 9000 روپے ہو تو نفع 1000 روپے اب جب کہ قیمت خرید 100 روپے ہو تو نفع x روپے ہمیں معلوم ہے کہ قیمت خرید اور نفع کے درمیان راست تناسب ہے اور یہ دونوں صورتوں میں مساوی ہوں گے۔

$$\text{اسلئے } x : 1000 = 100 : 9000$$

$$\frac{x}{1000} = \frac{100}{9000}$$

$$9000 \times x = 1000 \times 100$$

$$x = \frac{1000 \times 100}{9000} = 11\frac{1}{9}$$

اس لئے نفع فیصد $11\frac{1}{9}\%$

کوشش کیجئے

5 آم کی قیمت خرید مساوی ہے 2 آم کے قیمت فروخت کے، تب نفع فیصد کیا ہے۔



Example 15 : Suppose a person buys an article for ₹ 650/- and gains 6% on selling it. Find the selling price?

Solution : **Ravi solved it like this:**

$$\text{CP} = ₹ 650$$

$$\text{Gain \%} = 6\%$$

So, if the CP is ₹ 100 then gain is ₹ 6 and SP is $100 + 6 = ₹ 106$

Now, when the CP is ₹ 650 let the SP be ₹ x .

The CP and SP are directly proportional

Therefore, The ratio of CP = ratio of SP

$$100 : 650 = 106 : x$$

$$\frac{100}{650} = \frac{106}{x}$$

$$\text{Therefore, } 100x = 106 \times 650$$

$$\text{Therefore, } x = \frac{106 \times 650}{100} = 689$$

Thus, the SP = ₹ 689

Arun solved it like this:

$$\text{CP} = ₹ 650$$

$$\text{Profit \%} = 6\%$$

Thus, profit = 6% of 650

$$\frac{6}{100} \times 650 = 39$$

We know that SP = CP + Profit

$$\text{Thus, } \text{SP} = 650 + 39 = ₹ 689$$

مثال 15:- فرض کیجئے کہ ایک شخص ایک شے کو 650/- روپے میں خریدتا ہے اور 6% نفع کے ساتھ فروخت کر دیتا ہے تب قیمت فروخت کیا ہوگی معلوم کرو۔

حل:- رحیم الدین سوال کو اس طرح حل کرتا ہے۔

$$650/- \text{ روپے} = \text{قیمت خرید}$$

$$6\% = \text{نفع فیصد}$$

اس طرح اگر قیمت خرید 100 روپے ہو تب نفع 6 روپے اور قیمت فروخت 106 +

$$106 = \text{100 روپے}$$

اب قیمت خرید 650 روپے ہے تو قیمت فروخت x روپے

قیمت خرید اور قیمت فروخت راست تناسب میں ہیں۔

اس لئے قیمت خرید کی نسبت = قیمت فروخت کی نسبت

$$100 : 650 = 106 : x$$

$$\frac{100}{650} = \frac{106}{x}$$

$$100x = 106 \times 650 \text{ اسلئے}$$

$$x = \frac{106 \times 650}{100} = 689 \text{ اسلئے}$$

عارف نے سوال کو اس طرح سے حل کیا

$$\text{قیمت خرید} = 650/- \text{ روپے}$$

$$\text{نفع فیصد} = 6\%$$

$$650 \text{ روپے کا } 6\% = \frac{6}{100} \times 650 = 39$$

$$\text{نفع} + \text{قیمت خرید} = \text{قیمت فروخت}$$

$$= 650 + 39 = 689$$

$$\text{قیمت فروخت} = 689/- \text{ روپے}$$

Example 16 : Ramesh sold a D.V.D player for ₹ 2800 at a gain of 12%. For how much did he buy it?

Solution : Naik solved it using proportion.

$$\text{Gain \%} = 12\%$$

$$\text{SP} = ₹ 2800$$

So, If CP is ₹ 100, then SP is ₹ 112

When SP = ₹ 2800, let its CP be ₹ x .

CP and SP are directly proportional

Thus, ratio of CP = ratio of SP

$$x : 100 = 2800 : 112$$

$$\frac{x}{100} = \frac{2800}{112}$$

$$\text{Therefore, } 112 \times x = 100 \times 2800$$

$$\text{Therefore, } x = \frac{100 \times 2800}{112} = ₹ 2500$$

Thus, CP = ₹ 2500

Meena solved it using unitary method.

$$\text{S.P} = 2800$$

$$\text{Gain} = 12\%$$

If CP is 100, then profit is 12

$$\text{SP} = 100 + 12 = 112$$

So, when SP is ₹ 112 then CP is ₹ 100

$$\text{Therefore, when SP is 1 then CP is } \frac{100}{112}$$

$$\text{Thus, when SP is ₹ 2800 then CP is } \frac{100}{112} \times 2800 = ₹ 2500$$

$$\text{CP} = ₹ 2500$$

مثال 16:- رقیب DVD پلیئر جو 2800 روپے میں فروخت کرتے ہوئے 12% نفع حاصل کیا۔ تب وہ DVD پلیئر کو کتنے میں خریدا ہوگا۔

حل:-

ناظم الدین نسبت کا طریقہ استعمال کرتے ہیں

$$12\% = \text{نفع فیصد}$$

$$2800 \text{ روپے} = \text{قیمت فروخت}$$

اسلئے اگر قیمت خرید -/100 روپے ہو تو قیمت فروخت 112 روپے ہوگی

جب قیمت فروخت -/2800 روپے ہو تو قیمت خرید x روپے

قیمت خریدا اور قیمت فروخت راست تناسب میں ہیں

اس لئے قیمت فروخت کی نسبت = قیمت خرید کی نسبت

$$x : 100 = 2800 : 112$$

$$\frac{x}{100} = \frac{2800}{112}$$

$$112 \times x = 100 \times 2800 \text{ اسلئے}$$

$$x = \frac{100 \times 2800}{112} = 2500 \text{ روپے}$$

قیمت خرید = -/2500 روپے

میمونہ اس کو اکائی کے اصول پر حل کرتی ہے

$$2800 = \text{قیمت فروخت}$$

$$12\% = \text{نفع}$$

اگر قیمت خرید 100 ہے تب نفع 12

$$100 + 12 = 112 \text{ قیمت فروخت}$$

اسلئے جب قیمت فروخت -/112 روپے ہے تب قیمت خرید = 100 روپے

$$\frac{100}{112} = \text{قیمت فروخت 1 تب قیمت خرید}$$

$$\frac{100}{112} \times 2800 = \text{قیمت خرید ہے تب قیمت خرید}$$

$$2500 \text{ روپے} =$$

$$\text{قیمت خرید} = 2500 \text{ روپے}$$

Example 17 : A man sold two cycles for ₹ 3000 each, gaining 20% on one and losing 20% on the other. Find his gain or loss percentage on the whole transaction?

Solution: SP = ₹ 3000

Gain% on first cycle = 20%

Loss% on second cycle = 20%

Method-1: Using the unitary method

For first cycle

If CP is ₹ 100, then the profit is ₹ 20 and SP = 100 + 20 = ₹120

Thus, if SP is ₹ 120 then CP is ₹100

Now, if SP is 1 then CP is = $\frac{100}{120}$

Now, if SP is ₹ 3000 then CP = $\frac{100}{120} \times 3000 = ₹ 2500$

For second cycle

If CP is ₹ 100 then the loss is 20 and since Loss = Cost price – Selling price

Here SP will be = 100 – 20 = ₹ 80

Thus, if SP is ₹ 80 then CP is = ₹ 100

Now, if SP is Rs. 1 then CP is = $\frac{100}{80}$

Now, if SP is ₹ 3000 then CP is = $\frac{100}{80} \times 3000 = ₹ 3750$

Total CP = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

Total SP = ₹ 3000 + ₹ 3000 = ₹ 6000

Since SP is less than CP, loss = 6250 – 6000 = ₹ 250

Loss % = $\frac{\text{loss}}{\text{CP}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

Method-2: Using proportion

On the first cycle:

When CP increases SP will increase, thus CP and SP are in direct proportion.

| CP | SP |
|-----|------|
| 100 | 120 |
| x | 3000 |

Thus, the ratio of CP = ratio of SP



مثال 17:- ایک شخص دو سیکلیں 3000 روپے فی کس فروخت کرتا ہے ایک پر 20% نفع دوسرے پر 20% نقصان سے فروخت کرتا ہے تب نقصان یا نفع فیصد مجموعی کاروبار پر معلوم کیجئے۔



$$\begin{aligned} \text{روپے 3000} &= \text{قیمت فروخت} \\ 20\% &= \text{پہلی سیکل پر نفع فیصد} \\ 20\% &= \text{دوسری سیکل پر نقصان فیصد} \end{aligned}$$

طریقہ I: اکائی کے طریقہ کا استعمال

$$\text{اگر قیمت خرید 100 روپے ہے نفع 20 روپے تب قیمت فروخت } 100 + 20 = 120$$

$$\text{قیمت فروخت 120 روپے تب قیمت خرید 100 روپے}$$

$$\text{اگر قیمت خرید 1 ہے تب قیمت خرید } \frac{100}{120}$$

$$\text{اگر قیمت فروخت 3000 روپے تب قیمت خرید } \frac{100}{120} \times 3000 = 2500$$

دوسری سیکل کیلئے:-

$$\text{اگر قیمت خرید 100 روپے تب نقصان 20 روپے اور قیمت فروخت } 100 - 20 = 80$$

$$\text{پس اگر قیمت فروخت 80 روپے تب قیمت خرید } = 100 \text{ روپے}$$

$$\frac{100}{80} = \text{اگر قیمت فروخت 1 ہے تب قیمت خرید}$$

$$\text{اب اگر قیمت فروخت 3000 روپے ہے تب قیمت خرید } = \frac{100}{80} \times 3000 = 3750/- \text{ روپے}$$

$$\text{جملہ قیمت} = 2500 + 3750 = 6250$$

$$\text{جملہ قیمت} = 3000 + 3000 = 6000$$

چونکہ قیمت فروخت قیمت خرید سے کم ہے اس لئے نقصان ہوا ہے۔ -/250 = 6250 - 6000 = نقصان

$$\% \text{ نقصان} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$$

طریقہ II:- تناسب کا طریقہ استعمال کرنے پر

جب قیمت خرید بڑھتی ہے تو قیمت فروخت بھی بڑھتی ہے پس قیمت خرید اور قیمت فروخت راست تناسب میں ہیں۔

پہلی سیکل پر قیمت فروخت قیمت خرید

$$120 \quad 100$$

$$3000 \quad x$$

تب قیمت خرید کا تناسب = قیمت فروخت کے تناسب کے

$$100 : x = 120 : 3000$$

$$\frac{100}{x} = \frac{120}{3000}$$

$$100 \times 3000 = 120x$$

$$\frac{100 \times 3000}{120} = x$$

$$x = 2500$$

Thus, CP of first cycle = ₹ 2500.

On the second cycle:

| CP | SP |
|-----|------|
| 100 | 80 |
| x | 3000 |

$$100 : x = 80 : 3000$$

$$\frac{100}{x} = \frac{80}{3000}$$

$$x = \frac{100 \times 3000}{80} = ₹ 3750$$

Therefore, total CP of two cycles = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

Total SP of cycles = ₹ 6000

Since SP is less than CP, he has a loss

$$\text{Loss} = ₹ 6250 - ₹ 6000 = ₹ 250$$

$$\text{Therefore, loss percentage} = \frac{\text{Loss}}{\text{C.P.}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$$

Method-3:

SP of first cycle = ₹ 3000

Gain% = 20%

Let the CP be ₹ x

$$\text{Then, the profit} = \frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100}x$$



$$100 : x = 120 : 3000$$

$$\frac{100}{x} = \frac{120}{3000}$$

$$100 \times 3000 = 120x$$

$$x = 2500 = \frac{100 \times 3000}{120} = x$$

پس پہلی سیکل کی قیمت خرید = ₹ 2500

| قیمت خرید | قیمت فروخت | دوسری سیکل پر |
|-----------|------------|---------------|
| 100 | 80 | |
| x | 3000 | |

$$100 : x = 80 : 3000$$

$$\frac{100}{x} = \frac{80}{3000}$$

$$x = \frac{100 \times 3000}{80} = ₹ 3750/-$$

اسلئے دونوں سائیکلوں کی جملہ قیمت خرید

$$6250 \text{ روپے} = 3750 \text{ روپے} + 2500 \text{ روپے}$$

$$\text{روپے} - 6000 = \text{جملہ قیمت فروخت}$$

چونکہ قیمت فروخت کم ہے قیمت خرید سے اسلئے نقصان

$$6000 - 6250 = \text{نقصان} = 250 \text{ روپے}$$

$$\text{نقصان فیصد} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$4\% = \frac{250}{6250} \times 100$$

طریقہ III: پہلی سیکل کی قیمت فروخت = 3000 روپے

$$\text{نفع فیصد} = 20\%$$

فرض کرو کہ قیمت خرید x روپے ہے

$$\text{ترب نفع} = \frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100} x$$

We know that $SP = CP + \text{Profit}$

$$\text{Thus, } x + \frac{20}{100}x = 3000$$

$$\frac{100x + 20x}{100} = 3000$$

$$\frac{120x}{100} = 3000$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{120} = ₹ 2500$$

Thus, CP of the first cycle = ₹ 2500

SP of second cycle = ₹ 3000

Loss % = 20%

Let the CP be ₹ x

$$\text{Then, the loss } \frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100}x$$

We know that $SP = CP - \text{loss}$

$$\text{Thus, } x - \frac{20}{100}x = 3000$$

$$\frac{80}{100}x = 3000$$

$$80x = 3000 \times 100$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{80} = ₹ 3750$$

Thus, CP of the second cycle = ₹ 3750

Therefore, total CP of two cycles = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

Total SP of cycles = ₹ 6000

Since SP is less than CP, he has a loss

Loss = ₹ 6250 - ₹ 6000 = ₹ 250

$$\text{Therefore, loss} = \frac{\text{Loss}}{\text{C.P.}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$$

اب ہمیں معلوم ہے کہ قیمت فروخت = قیمت خرید + نفع

$$x + \frac{20}{100}x = 3000 \text{ روپے}$$

$$\frac{100x + 20x}{100} = 3000$$

$$\frac{120x}{100} = 3000$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{120} = ₹ 2500$$

اس لئے پہلی سیکل کی قیمت خرید 2500 روپے

دوسری سیکل کی قیمت فروخت 3000 روپے

20% = نقصان فیصد

فرض کرو کہ قیمت خرید x روپے ہے

$$\frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100}x = \text{تباہ نقصان}$$

ہمیں معلوم ہے کہ نقصان - قیمت خرید = قیمت فروخت

$$x - \frac{20}{100}x = 3000 \text{ اسلئے}$$

$$\frac{80}{100}x = 3000$$

$$80x = 3000 \times 100$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{80} = 3750 \text{ روپے}$$

دوسری سیکل کی قیمت خرید = 3750 روپے

اس لئے دو سیکلوں کی جملہ قیمت خرید 2500 + 3750 = 6250

6000 روپے = جملہ قیمت فروخت

چونکہ قیمت فروخت، قیمت خرید سے کم ہے اسلئے نقصان ہوگا

$$2500 - ₹ 6000 = ₹ 6250 = \text{نقصان}$$

$$\frac{250}{6250} \times 100 \times 100 = 4\% = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100 \text{ اس لئے نقصان}$$

Example 18 : The cost of an article goes down every year by 20% of its previous value. Find its original cost if the cost of it after 2 years is ₹19,200?

Solution : Cost of an article at the end of 2nd year = ₹ 19,200

The cost decreases every year by 20%

Let cost at the beginning of 1st year be 100. At the beginning of 2nd year it will be ₹ 80 (i.e. 100–20% of 100)

At the beginning of the 3rd year = ₹ 64 (80 – 20% of 80)

Thus, an article that costs ₹ 100 will cost ₹ 64 at the beginning of third year.

The cost of an article is ₹ 19200 after 2 years

Let the original cost be ₹ x .

Thus, ratio of the original cost = ratio of cost after 2 years

$$x : 100 = 19200 : 64$$

$$\frac{x}{100} = \frac{19200}{64}$$

$$64 x = 19200 \times 100$$

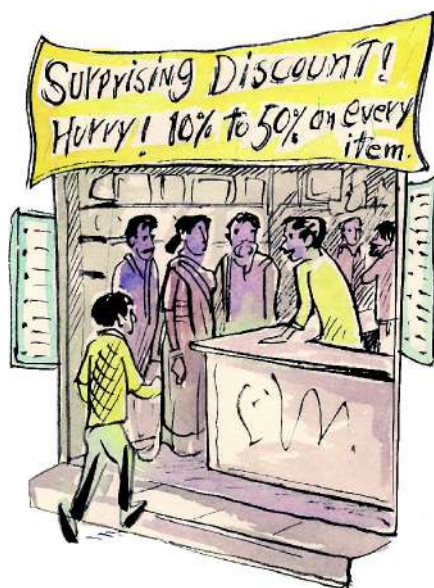
$$x = \frac{19200 \times 100}{64} = 30000$$

Thus, the original cost of an article was ₹ 30000.

6.7.2 Discount

Situation 1 : Complete the table of rates and discounts given below:

| Item | M.P. | Discount % | Discount | S.P. |
|----------|-------|------------|----------|--------|
| Sari | 1000 | 10% | 100 | |
| Trousers | 2000 | 20% | 400 | |
| Shirt | | | 97.50 | 552.50 |
| T-Shirt | 500 | 25% | | 375 |



مثال 18:- کسی شے کی قیمت اس کی سابقہ قیمت سے ہر سال 20% کم ہوتی جاتی ہے۔ اسکی اصل قیمت معلوم کیجئے۔ اگر دو

سال کے بعد اس کی قیمت 19,200 روپے ہو

حل:- 19,200 روپے = دو سال کے اختتام پر شے کی قیمت

20% = قیمت میں شرح کمی

اگر سال کے شروعات میں قیمت 100 روپے ہے۔ دوسرے سال کے شروع میں 80 روپے

یعنی (100 - 20%)

تیسرے سال کے شروعات میں (80 - 20%) = ₹64

اس لئے شے کی قیمت 100 روپے ہو تو تیسرے سال کے شروعات میں 64 ہوتی ہے۔

دو سال کے بعد شے کی قیمت 19200 روپے

فرض کرو کہ اصل قیمت x روپے ہے

اس لئے 2 سال کے ختم پر قیمت میں نسبت = اصل قیمت کی نسبت

$$x : 100 = 19200 : 64$$

$$\frac{x}{100} = \frac{19200}{64}$$

$$64x = 19200 \times 100$$

$$x = \frac{19200 \times 100}{64} = 30000$$

شے کی اصل قیمت 30000 روپے تھی

6.7.2 ڈسکاؤنٹ (کٹوتی):-

منظر 1:- وسیم نے ایک کپڑوں کی نئی دوکان کھولی، گاہک کو راغب کرنے کے

لئے اُس نے اشتہار کچھ اس طرح دیا۔



منظر 1 کے تحت جدول

| قیمت فروخت | ڈسکاؤنٹ | ڈسکاؤنٹ فیصد | قیمت خرید | اشیاء |
|------------|---------|--------------|-----------|--------|
| | 100 | 10% | 1000 | ساڑی |
| | 400 | 20% | 2000 | پتلون |
| 552.50 | 97.50 | | | مبیس |
| 375 | | 25% | 500 | ٹی شرٹ |

Situation 2 : Complete the table as per the discounts offered.



| Item | C.P. | Discount % | Discount Amount | S.P. |
|---------|--------|------------|-----------------|--------|
| TV | 5000 | 15% | | |
| Fridge | 10,000 | | 1000 | 11,000 |
| Almirah | 4,000 | 20% | | |

Situation 3 : Some times to clear their old stock or out dated stock, businessmen offer clearance sales in the form of discounts in the following way. What is the discount percentage?



Example 19 : A shopkeeper marks his goods 25% above the cost price and allows a discount of 12% on them. What percent does he gain?

Solution: Let the cost price be ₹ 100.

Then marked price (MP) = ₹ 100 + ₹ 25 = ₹ 125.

Discount percent on marked price = 12%

$$\text{Discount} = \frac{12}{100} \times 125 = ₹ 15$$

$$\text{SP} = \text{MP} - \text{Discount}$$

$$= 125 - 15 = 110$$

$$\text{Gain} = \text{SP} - \text{CP}$$

$$= 110 - 100$$

$$= ₹ 10$$

$$\text{Gain}\% = \frac{10}{100} \times 100 = 10\%$$

Thus, the shopkeeper gains 10% after discount.

منظر 2:- ڈسکاؤنٹ کا اعلان کے مطابق جدول کو پر کیجیے۔

منظر 2 کے تحت جدول

| اشیاء | قیمت خرید | ڈسکاؤنٹ فیصد | ڈسکاؤنٹ | قیمت فروخت |
|--------|-----------|--------------|---------|------------|
| ٹی وی | 5000 | 15% | | |
| فریج | 10,000 | | 1000 | 11,000 |
| الماری | 4,000 | 20% | | |



منظر 3:- کبھی بکھار پرانے ذخیرے کی نکاسی کے لئے یا فرسودہ، ذخیرہ کی نکاسی کے لئے چھوٹ/ ڈسکاؤنٹ اس طرح پیش کرتا ہے۔

مثال 19:- ایک دکاندار اپنی اشیاء پر قیمت خرید سے 25% زائد قیمت تجویز کرتا ہے اور پھر اس پر 12% کا ڈسکاؤنٹ دیتا ہے۔ تب کتنے فیصد نفع ہوگا۔

حل:-

فرض کرو کہ قیمت خرید -/100 روپے ہے

$$100 + 25 = \text{تب اشتہاری قیمت}$$

$$= 125 \text{ روپے}$$

$$12\% = \text{اشتہاری قیمت پر ڈسکاؤنٹ}$$

$$\text{ڈسکاؤنٹ} = \frac{12}{100} \times 125$$

$$= 15 \text{ روپے}$$

$$\text{ڈسکاؤنٹ} - \text{اشتہاری قیمت} = \text{قیمت فروخت}$$

$$= 125 - 15 = 110$$

$$\text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت} = \text{نفع}$$

$$110 - 100$$

$$= 10 \text{ روپے}$$

$$\text{نفع فیصد} = \frac{10}{100} \times 100 = 10\%$$

پس چھوٹ کے بعد دکاندار 10% نفع حاصل کرتا ہے۔



Exercise - 5

1. A shopkeeper bought a suit case for ₹ 480 and sold it for ₹ 540. Find his gain percent?
2. Ajay bought a TV for ₹ 15000 and sold it for ₹ 14100. Find the loss percent?
3. Ramu sold a plot of land for ₹ 2,40,000 gaining 20%. For how much did he purchase the plot?
4. On selling a mobile for ₹ 750, a shop keeper loses 10%. For what amount should he sell it to gain 5%?
5. A farmer sold 2 bullocks for ₹ 24000 each. On one bullock he gained 25% and on the other he lost 20%. Find his total profit or loss percent?
6. Sravya bought a watch for ₹ 480. She sold it to Ridhi at a gain of $6\frac{1}{4}$ %. Ridhi sold it to Divya at a gain of 10%. How much did Divya pay for it?
7. The marked price of a book is ₹ 225. The publisher allows a discount of ₹ 10% on it. Find the selling price of it?
8. A carpenter allows 15% discount on his goods. Find the marked price of a chair which is sold by him for ₹ 680?
9. A dealer allows a discount of ₹ 10% and still gains by 10%. What should be the marked price if the cost price is ₹ 900?

6.7.3 Simple Interest

Ramayya has ₹ 10,000. He requires ₹ 15,000 for agriculture. He approaches an agricultural bank manager. The conversation with the bank manager is as follows:

Ramayya: Sir, I need some money for agricultural purposes.

Bank manager: How much money do you require?

Ramayya: ₹ 5000

Bank manager: How long will you take to repay?

Ramayya: One year.

Bank manager: You have to pay an interest of 6% on the loan along with the lent amount after one year.

Ramayya: Yes sir, I will repay after one year the whole amount.

Bank manager: Do you know how much you have to pay after one year.

Ramayya: Yes, On ₹ 100 I have to pay ₹ 6.





1. دوکاندار ایک سوٹ کیس -/480 روپے میں خریدا اور 540 روپے میں فروخت کر دیا تب اس کا نفع فیصد معلوم کیجئے۔
2. عارف ایک ٹیلی ویژن 15000 روپے میں خریدا اور اس کو 14100 روپے میں فروخت کر دیا۔ نقصان فیصد معلوم کیجئے۔
3. رفعت ایک زمین کے ٹکڑے کو 2,40,000 روپے میں فروخت کرتا ہے، تب اُسے 20% نفع حاصل ہوا، بتاؤ کہ اس زمین کے ٹکڑے کو اس نے کتنے میں خریدا؟
4. ایک سیل فون کو 750 روپے میں فروخت کرنے پر دوکاندار کو 10% نقصان ہوتا ہے۔ اس سیل فون کو کس قیمت پر فروخت کرنا چاہئے کہ دوکاندار کو نفع 5% حاصل ہو۔
5. ایک کسان دو بیل 24000 روپے فی کس کے حساب سے فروخت کرتا ہے۔ ایک بیل پر اس کو 25% نفع حاصل ہوتا ہے جبکہ دوسرے بیل پر 20% نقصان ہوتا ہے۔ بطور مجموعی نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجئے۔
6. تسلیمہ ایک گھڑی 480 روپے میں خریدی اس نے وہ گھڑی ریفیہ کو $6\frac{1}{4}\%$ نفع سے فروخت کرتی ہے، ریفیہ پھر اسی گھڑی کو 10% نفع سے ساجدہ کو فروخت کرتی ہے۔ تب ساجدہ کو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟
7. ایک کتاب کی اشتہاری قیمت 225 روپے مقرر کی گئی ہے۔ ناشر اس پر 10 روپے چھوٹ دیتا ہے تب اس کی قیمت فروخت کیا ہوگی؟
8. ایک بڑھئی اپنی تیار کردہ اشیاء پر 15% ڈسکاؤنٹ دیتا ہے۔ اس کی اشتہاری قیمت معلوم کیجئے۔ جبکہ اس کو 680 روپے میں فروخت کیا گیا۔
9. ایک سوداگر 10% چھوٹ فراہم کرتا ہے پھر بھی اس کو 10% نفع ہوتا ہے۔ اس پر اشتہاری قیمت کیا ہونی چاہئے جب کہ اس کو 900 روپے میں خریدا گیا ہو۔

6.7.3 سود مفرد (Simple Intrest) :-

رشید کے پاس 10,000 روپے ہیں۔ اس کو زراعت کرنے کے لیے 15,000 روپے کی ضرورت ہے وہ ایک زرعی بنک کے مینیجر سے رابطہ قائم کرتے ہیں۔ دونوں کے درمیان گفتگو کچھ اس طرح رہی۔



- رشید : مجھے زراعت کے لئے کچھ رقم کی ضرورت ہے
 بنک مینیجر : آپ کو کتنی رقم درکار ہے؟
 رشید : 5000/- روپے
 بنک مینیجر : آپ کب واپس کریں گے
 رشید : ایک سال بعد
 بنک مینیجر : آپ کو ایک سال کے بعد قرض کی رقم پر 6% سود ادا کرنا ہوگا۔
 رشید : جی بالکل! ایک سال بعد پوری رقم ادا کروں گا
 بنک مینیجر : کیا آپ کو معلوم ہے ایک سال بعد آپ کو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی
 رشید : جی ہاں! ہر 100 روپے پر مجھے 6 روپے دینا ہوگا

So, on ₹ 1, I have to pay ₹ $\frac{6}{100}$ and on ₹ 5000, I have to pay ₹ $\frac{6}{100} \times 5000 = 300$ that is ₹ 300. Thus, I have to pay a total amount of ₹ 5300.

The money borrowed or lent out for a certain period is called the **Principal (P)**. This money would be used by the borrower for some time before it is returned. For keeping this money for some time the borrower has to pay some extra money to the bank. This is known as **Interest (I)**.

The amount that is to be repaid back is equal to the sum of the borrowed principle and the interest. **Amount = Principal + Interest i.e. $A = P + I$**

Interest is generally expressed as percent of the principal for a period of one year. It is written as say 10% per year or per annum or in short as 10% p.a.

10% p.a. means on every ₹100 borrowed, ₹ 10 is the interest you have to pay for one year. Let us take an example and see how this works.

Example 20 : Sunita takes a loan of ₹ 5000 at 12% rate of interest. Find the interest she has to pay at the end of one year.

Solution : Principal = ₹5000, Rate of interest = 12 % per year

If ₹ 100 is borrowed, sunita has to pay ₹ 12 interest for one year. Since ₹5000 is borrowed, the interest she has to pay for one year

$$= \frac{12}{100} \times 5000 = ₹ 600$$

So, at the end of the year she has to pay an amount of ₹ 5000 + ₹ 600 = ₹ 5600

In general, when P is principal, R% is rate of interest per annum and I is the interest, the amount to be received at the end of the year is:

$$A = P + \frac{P \times R}{100}$$

If Sunita, due to unavoidable circumstances, can not pay the total amount as requested by the manager in one year then the loan can be extended for one more year, The interest for next year will also be ₹ 600. Thus, Sunita will pay $2 \times 600 = ₹ 1200$ interest for 2 years.

For ₹100 borrowed for 3 years at 18%, the interest be paid at the end of 3 years will be $18 + 18 + 18 = 3 \times 18 = ₹ 54$

As the number of year increase the interest also increases. This interest being charged uniformly for each year is called simple interest.

اسلئے 1 روپے پر مجھ کو $\frac{6}{100}$ روپے ادا کرنے ہوں گے

5000 روپے پر مجھ کو $\frac{6}{100} \times 5000$ ادا کرنا ہوگا

یعنی 300 روپے مجھے سود ادا کرنا ہوگا اس لئے مجموعی طور پر مجھ کو 5300 روپے ادا کرنے ہوں گے۔

وہ رقم جو کسی مقررہ مدت کے لئے اُدھار لی جائے اصل زر (Principle) کہلاتی ہے، رقم کو واپس کرنے سے پہلے لینے والا اس کو استعمال کر سکتا ہے اس رقم کو کچھ عرصے تک رکھنے کے لئے کچھ زائد رقم ادا کرنی پڑتی ہے اس کو "سود Interest" کہتے ہیں۔

وہ رقم جو واپس کی جاتی ہے وہ حاصل کردہ رقم اور سود کا مجموعہ ہوتی ہے جو کہ

$$\text{سود} + \text{اصل زر} = \text{کل زر}$$

سود کو عام طوراً اصل زر پر فیصد کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے جو ایک سال کی مدت کے لئے ہوتا ہے۔ اور اس کو 10 فیصد فی سال یا پھر مختصراً 10% فی سال لکھا جاتا ہے۔ 10% فی سال سے مراد 100 روپے پر 10 روپے ایک سال کے ختم پر ادا کرنا ہوگا اب ہم ایک مثال پر غور کریں گے اور دیکھئے یہ کس طرح کام کرتا ہے۔

مثال 20:- صبیحہ 5000 روپے 12% شرح سود پر قرض حاصل کرتی ہے سال کے ختم پر کتنا سود ادا کرنا ہوگا۔

$$\text{حل:- اصل زر} = 5000 \text{ روپے} \quad \text{شرح سود} = 12\%$$

اگر 100 روپے ادھار لئے گئے ہیں تب سال کے اختتام پر 12 روپے بطور سود ادا کرنا ہوگا

چونکہ ادھار پر لی گئی رقم 5000 روپے ہے تو سود ایک سال کے ختم پر

$$\frac{12}{100} \times 5000 = 600 \text{ روپے}$$

سال کے ختم پر صبیحہ کی ادا کی جانے والی رقم

$$5600 \text{ روپے} = 600 \text{ روپے} + 5000 \text{ روپے}$$

عام طور پر $P = \text{اصل زر}$ ، $R\% = \text{شرح سود}$ ، $L = \text{سود مفرد اور سال کے ختم پر ادا کی جانے والی رقم}$ ، $A = \text{ہو تو}$

$$A = P + \frac{PR}{100}$$

رشید کچھ ناگزیر وجوہات کی بنا پر معاہدہ کے مطابق رقم ایک سال میں ادا نہیں کر پایا، تب قرض دوسرے سال کے لئے توسیع کر دیا

گیا۔ دوسرے سال پر سود 300 روپے ہوگا۔ تب رشید کو دوسرے سال میں سود کے طور پر 600 روپے ادا کرنا ہوگا۔

100 روپے قرض 3 سال کی مدت کے لئے 18% شرح سود سالانہ کے حساب سے 3 سال کے ختم پر ادا شدنی سود کی

رقم $18 + 18 + 18 = 18 \times 3 = 54$ (سال میں اضافہ ہوگا) سود میں بھی اضافہ ہوگا، اس طریقہ کار کو

سود مفرد کہتے ہیں (جو مساوی طور پر لیا جائے)

In general, for Principal = P, Rate of Interest = R and Time = T years.

$$\text{Interest to be paid (I)} = P \times R\% \times T \text{ or } P \times \frac{R}{100} \times T = \frac{PRT}{100} = \frac{PTR}{100}$$

Do This

1. Find the interest on a sum of ₹ 8250 for 3 years at the rate of 8% per annum.
2. ₹ 3000 is lent out at 9% rate of interest. Find the interest which will be received at the end of $2\frac{1}{2}$ years.



Example 21 : In what time will ₹ 6880 amount to ₹ 7224, if simple interest is calculated at 10% per annum?

Solution : Amount = ₹ 7224

Principal = ₹ 6880

$$\text{S.I} = \text{Amount} - \text{Principal} = ₹ 7224 - ₹ 6880 = ₹ 344$$

R% = 10%

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T$$

$$344 = 6880 \times \frac{10}{100} \times T$$

$$344 \times 100 = 6880 \times 10 \times T$$

$$\text{Therefore, } T = \frac{344 \times 100}{6880 \times 10} = \frac{1}{2} \text{ year} = 6 \text{ months}$$

Example 22 : What sum will yield an interest of ₹ 3927 in 2 years and 4 months at 8% per annum?

Solution : S.I = ₹ 3927

R = 8 %

$$T = 2 \text{ years} + 4 \text{ months} = \left(2 + \frac{4}{12}\right) = \left(2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3} \text{ years}$$

$$\text{Substituting in } I = P \times \frac{R}{100} \times T$$

$$3927 = P \times \frac{8}{100} \times \frac{7}{3}$$

$$3927 \times 100 \times 3 = P \times 8 \times 7$$

عام طور پر $P =$ اصل زر، $R =$ شرح سود، $T =$ وقت، $I =$ سود

$$P \times \frac{R}{100} \times T = \frac{PRT}{100} = \frac{PTR}{100} \quad \text{یا} \quad (I) = P \times R\% \times T = \text{قابل ادا سود}$$

یہ کیجیے



1. 8250 روپے رقم پر 3 سال کے لئے 8% شرح سود فی سال سے سود معلوم کیجئے۔
2. 3000 روپے رقم کا 9% شرح سود سالانہ کے حساب سے $2\frac{1}{2}$ سال کے ختم پر سود معلوم کیجئے۔

مثال 21:- 6880 روپے رقم کتنی مدت میں 7224 روپے ہو جائیگی، 10% شرح سود مفرد سے محسوب کی گئی۔

حل:-

$$\begin{aligned} \text{رقم} &= 7224 \text{ روپے} \\ \text{اصل زر} &= 6880 \text{ روپے} \\ \text{اصل زر} - \text{رقم} &= \text{سود مفرد} \end{aligned}$$

$$344 \text{ روپے} = 6880 \text{ روپے} - 7224 \text{ روپے}$$

$$R\% = 10\%$$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T \quad \text{اب}$$

$$344 = 6880 \times \frac{10}{100} \times T$$

$$344 \times 100 = 6880 \times 10 \times T$$

$$T = \frac{344 \times 100}{6880 \times 10} \text{ اس طرح}$$

$$\frac{1}{2} \text{ سال یا 6 ماہ}$$

مثال 22:- کس رقم کا سود 3927 روپے ہوگا جبکہ یہ 2 سال میں بحساب 8% شرح سود فی سال پر ادا کرنا ہوگا۔

حل:-

$$I = 3927 \text{ روپے سود مفرد} \quad R\% = 8\% \quad T = 2 \text{ سال} + 4 \text{ ماہ}$$

$$\left(2 + \frac{4}{12}\right)$$

$$\left(2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3}$$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T \quad \text{درج کرنے پر}$$

$$3827 = P \times \frac{8}{100} \times \frac{7}{3}$$

$$3927 \times 100 \times 3 = P \times 8 \times 7$$

$$\text{Therefore, } P = \frac{3927 \times 100 \times 3}{8 \times 7}$$

$$\text{Thus, } P = ₹ 21037.50$$

$$\text{Therefore, Principle} = ₹ 21037.50$$

Example 23 : At what rate per annum will ₹ 6360 yield an interest of ₹1378 in $2\frac{1}{2}$ years?

Solution : Principal (P) = ₹ 6360

$$\text{Time (T)} = 2\frac{1}{2} \text{ years} = \frac{5}{2} \text{ years}$$

$$\text{Simple interest (S.I)} = ₹ 1378$$

$$\text{Substituting in } I = P \times \frac{R}{100} \times T$$

$$1378 = 6360 \times \frac{R}{100} \times \frac{5}{2}$$

$$1378 \times 100 \times 2 = 6360 \times 5 \times R$$

$$\text{Therefore, } R = \frac{1378 \times 100 \times 2}{6360 \times 5} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3} \%$$

Example 24 : At what rate per annum will the principal triples in 16 years?

Solution : Let the principal be ₹ x

$$\text{Amount after 16 years} = ₹ 3x$$

$$\text{Amount} - \text{Principal} = \text{Interest}$$

$$\text{Therefore, } 3x - x = 2x$$

$$\text{For } P = x, \quad T = 16, \quad I = 2x$$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T$$

$$p = \frac{3827 \times 100 \times 3}{8 \times 7} \text{ لہذا}$$

اسلئے ₹ 2037.50 اصل زر

مثال 23:- رقم 6360 روپے کتنی شرح سود سے ایک سال کے لئے $2\frac{1}{2}$ سال کے اختتام پر سود 1378 ہوگا۔

حل:- 6360 روپے = (P) اصل زر

$$5 \text{ سال} = 2\frac{1}{2} \text{ سال} = \text{وقت}$$

$$1378 = \text{سود مفرد}$$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T \text{ درج کرنے پر}$$

$$1378 = 6360 \times \frac{R}{100} \times \frac{5}{2}$$

$$1378 \times 100 \times 2 = 6360 \times 5 \times R$$

$$R = \frac{1378 \times 100 \times 2}{6360 \times 5} \text{ اس لئے}$$

$$\frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}\%$$

مثال 24:- کس شرح سود پر 16 سال میں رقم تین گنا ہو جائے گی۔

حل:- فرض کرو کہ اصل زر x روپے 16 سال بعد رقم = 3x روپے

سود = اصل زر - کل زر

$$3x - x = 2x$$

$$P = x, T = 16, I = 2x$$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T$$

$$2x = x \times \frac{R}{100} \times 16$$

$$2x \times 100 = x \times 16 \times R$$

$$\text{Therefore, } R = \frac{2x \times 100}{x \times 16} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2} \%$$



Exercise - 6

- How long will it take for a sum of ₹ 12600 invested at 9% per annum become to ₹ 15624?
- At what rate a sum doubles itself in 8 year 4 months?
- A child friendly bank announces a savings scheme for school children. They will give kiddy banks to children. Children have to keep their savings in it and the bank collects all the money once in a year. To encourage children savings, they give 6% interest if the amount exceeds by ₹ 10000, and other wise 5%. Find the interest received by a school if they deposit ₹ 9000 for one year.
- A sum of money invested at 8% per annum for simple interest amounts to ₹ 12122 in 2 years. What will it amount to in 2 year 8 months at 9% rate of interest?
- In 4 years, ₹ 6500 amount to ₹ 8840 at a certain rate of interest. In what time will ₹ 1600 amounts to ₹ 1816 at the same rate?

Let's earn Interest

Children! Let us play a game on simple interest.

5 members can play this game.

- Take 3 bowls each labelled as P, R and T. Drop 5 pieces of paper in each bowl such that every paper is marked with a number.

(Hint: All the numbers in bowl P must be multiples of 100 or 1000.

- Pick out 3 pieces of papers, one from each of the bowls, one after another.
- The number on the paper picked from bowl 'P' relates to principal, number on the paper picked from bowl 'T' relates to time, number on the paper picked from bowl 'R' relates to rate of interest.
- Now calculate interest and tell the values of I, P, T and R to every one.



$$2x = x \times \frac{R}{100} \times 16$$

$$2x \times 100 = x \times 16 \times R$$

$$R = \frac{2x \times 100}{x \times 16} \text{ اس طرح}$$

$$= \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2} \%$$

مشق - 6



1. کتنی مدت میں رقم 12600 روپے 9% شرح سود مفردنی سال پر 15624 روپے ہو جائے گی۔
2. کس شرح پر رقم 8 سال 4 ماہ میں دگنی ہو جاتی ہے۔
3. بچوں کا دوست بینک ایک بچت پروگرام (اسکیم) اسکول کے طلباء کے لئے متعارف کرتا ہے۔ وہ طلباء کو پیسوں کا غلہ فراہم کرتا ہے۔ طلباء اپنے بچت کو اس میں ڈالتے ہیں اور بینک والے اس کو سال میں ایک مرتبہ جمع کر لیتے ہیں۔ طلباء میں بچت کے تصور کو بڑھا وادینے کے لئے وہ بحساب 6% سود ادا کرتے ہیں جب کہ رقم 10,000 سے تجاوز کر جائے ورنہ 5% سود۔ اگر وہ 9000 روپے ایک سال میں جمع کر پائے تو کتنا سود حاصل ہوگا۔
4. کچھ رقم کو 8% شرح سود مفردنی سال کے لئے سرمایہ داری کی گئی تو وہ رقم 2 سال میں 12122 روپے ہوگی۔ 2 سال 8 ماہ پر یہ رقم 9% شرح پر کیا ہوگی۔
5. 4 سال میں 6500 روپے رقم کچھ شرح سود پر 8840 روپے ہو جاتی ہے اسی شرح سے 1600 روپے رقم 1816 ہونے کے لئے کتنا وقت لگے گا۔

اب سو دکمائیں گے:-



- بچو! سود مفرد پر ایک کھیل کھیلیں گے۔ 5 افراد اس کھیل کو کھیل سکتے ہیں۔
1. تین پیالے لیجئے جس پر P، R، اور T نشان زد کیا گیا ہو۔
ہر پیالہ میں 5 کاغذ کے ٹکڑے ڈالئے ہر کاغذ پر کچھ نہ کچھ عدد لکھا ہو۔
اشارہ:- P میں تمام اعداد 100 اور 1000 کے اضعاف ہوں
 2. ہر پیالے سے ایک کے بعد ایک 3 کاغذ کے ٹکڑوں کو اٹھائیے۔
 3. P پیالہ سے لئے گئے کاغذ کے ٹکڑے اصل زر کو تعبیر کرتے ہیں۔ وہ اعداد جو T پیالہ سے لئے گئے ہیں مدت کو ظاہر کرتے ہیں، اور R پیالے سے لئے گئے کاغذ کے ٹکڑے شرح سود کو ظاہر کرتے ہیں۔
 4. سود کو محسوب کیجئے اور ہر بار L، P، T، اور R کیا ہے بتائیے۔

5. If you say the right answer enter the interest amount in your account other wise put a 0 in your account.

Note: Repeat 2 or 3 rounds and note down the values in the table given below.

| Interest amount | | | | |
|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|
| Name | 1 st round | 2 nd round | 3 rd round | Total |
| | | | | |



Looking Back

- Many times in day-to-day life we compare quantities using ratios. For e.g., my income is ₹ 10000 and my friend's is ₹ 20000. Thus, my income is half of my friend's income or we can say that my friend's income is twice my income. The ratio of my income and my friends income is 1:2. and the ratio of my friend's income and my income is 2:1.
 - When two ratio's are equal they are said to be in a proportion. The idea of proportion helps us solve various problems in our daily life.
 - If some increase (decrease) in one quantity leads increase (decrease) in other quantity, the quantities are said to be in direct proportion.
 - Ratio's can be expressed in the form of percentages. The word 'percent' means per hundred or out of every hundred. The symbol for percentage is '%'. 13% means 13 out of 100.
- $$13\% = \frac{13}{100} = 0.13$$
- Percentages are used in various situations like profit and loss, discount and simple interest etc.,



Fun with Fascinating Ratios

The digits 1, 2, 3, ... 9 can be arranged to form two numbers whose ratio is 1:2, as

$$\frac{7329}{14658} = \frac{1}{2} = 1:2. \text{ This is interesting itself.}$$

But even more fascinating is the fact that the nine digits can also be arranged to form numbers whose ratio is 1:3, 1:4, 1:5, 1:6, 1:7, 1:8 and 1:9. Enjoy by finding them.

5. اگر آپ صحیح جواب دیں گے تب سود کی رقم آپ کے اکاؤنٹ میں جمع ہوگی، ورنہ صفر، آپ کے اکاؤنٹ میں ڈالا جائے گا۔
نوٹ:- دو یا تین مرتبہ دہرائیے اور ان کی قدروں کو جدول میں نوٹ کیجئے۔

سود کی رقم

| نام | پہلا راؤنڈ | دوسرا راؤنڈ | تیسرا راؤنڈ | جملہ |
|-----|------------|-------------|-------------|------|
| | | | | |

ہم نے کیا سیکھا؟



☆ روزمرہ زندگی میں ہم کو ایسے کئی مرحلے درپیش ہوتے ہیں جہاں پر مقداروں کا تقابل کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر میری آمدنی 10000 روپے اور میرے دوست کی آمدنی 20000 روپے یعنی میری آمدنی میرے دوست کی آمدنی کی آدھی ہے یا پھر ہم اس طرح سے بھی کہتے ہیں کہ میرے دوست کی آمدنی میری آمدنی سے دوگنی ہے۔ میرے اور میرے دوست کی آمدنی میں 1:2 کی نسبت ہے۔

☆ جب دو نسبت مساوی ہوتے ہیں انھیں تناسب کہا جاتا ہے۔ یہ نظریہ تناسب روزمرہ کی زندگی میں مختلف سوالات کو حل کرنے میں مددگار ہوتا ہے۔

☆ اگر ایک مقدار بڑھتی (یا گھٹتی) ہے تو اس کے ساتھ دوسری مقدار بھی بڑھتی (یا گھٹتی) ہو، تب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ یہ دونوں مقادیریں راست تناسب میں ہیں۔

☆ نسبت کو فیصد میں بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔ لفظ فیصد سے مراد ہر 100 کے لئے ایک ہے، اسکی علامت % ہے،
13% سے مراد 100 پر 13

$$13\% = \frac{13}{100} = 0.13$$

☆ فیصد کو مختلف مرحلوں پر استعمال کیا جاتا ہے۔ یعنی نفع، نقصان، کٹوتی (چھوٹ) اور سود مرکب وغیرہ۔

Fun with Fascinating Ratios

The digits 1,2,3,...9 can be arranged to form two numbers whose ratio is 1:2, as

$$\frac{7329}{14658} = \frac{1}{2} = 1:2. \text{ This is interesting itself.}$$

But even more fascinating is the fact that the nine digits can also be arranged to form numbers whose ratio is 1:3, 1:4, 1:5, 1:6, 1:7, 1:8 and 1:9. Enjoy by finding them.



7.0 Introduction

Ravi is reading the sports section of a newspaper. There are two tables on the sports page of the newspaper.

Top 5 Batsmen in World Cup 2011

| Name of the Batsman | Runs scored |
|---------------------------|-------------|
| T Dilshan (Sri Lanka) | 500 |
| Sachin Tendulkar (India) | 482 |
| K. Sangakkara (Sri Lanka) | 465 |
| Jonadhan Trott (England) | 422 |
| U Tharanga (Sri Lanka) | 395 |

Table - 1

Top 5 Bowlers in World Cup 2011

| Name of the Bowler | Wickets Taken |
|--------------------------------|---------------|
| Shahid Afridi (Pakistan) | 21 |
| Zahir Khan (India) | 21 |
| TG Southee (New Zealand) | 18 |
| Robin Peterson (South Africa) | 15 |
| M. Muralitharan (Sri Lanka) | 15 |

Table - 2

What do the two tables tell us?

Table 1 tells us the names of batsmen who scored the most runs in the World Cup, 2011 as well as the number of runs they scored. This information can help in taking decisions or in drawing conclusions. For e.g. it can help the organisers of the World Cup in deciding whom to award the prize for the best batsman.

Table-2 tells us the names of bowlers who took the most wickets in the World Cup, 2011 as well as the number of wickets they took. This information can also help in taking decisions or in drawing conclusions. For e.g. it can help the organisers of the World Cup in deciding whom to award the prize for the best bowler.



Information which is in the form of numbers or words and helps in taking decisions or drawing conclusions is called data. The names of batsmen and the runs they scored as well as the names of bowlers and the number of wickets they took is data. Tables and graphs are the ways in which data is presented.

The numerical entries in the data are called ‘Observations’.



Try This

Look at your school information board. Do you find any data tables there? Find out who uses this data.

7.0 تمہید:

فیضان ایک اخبار کھیل کا صفحہ پڑھ رہا ہے، اس اخبار کے کھیل کے صفحہ پر دو جدول دیئے گئے ہیں۔

ورلڈ کپ 2011ء میں 5 ابتدائی ماہر بلے باز

ورلڈ کپ 2011ء میں 5 ابتدائی ماہر گیند باز

| جدول - ۱ | |
|---------------|-------------------------|
| اسکور کردہ رن | بلے باز کا نام |
| 500 | ٹی دلشان (سری لنکا) |
| 482 | سچن تندرلکر |
| 465 | کے سنگا کارا (سری لنکا) |
| 422 | جونادھن فرات (انگلینڈ) |
| 395 | یو.تھارنگا (سری لنکا) |

| جدول - ۲ | |
|----------------------------|----------|
| گیند باز کا نام | حاصل وکٹ |
| شاہد آفریدی (پاکستان) | 21 |
| ظہیر خان (ہندوستان) | 21 |
| ٹی جی ساؤتھی (نیوزی لینڈ) | 18 |
| روبن پیٹرسن (جنوبی آفریقہ) | 15 |
| ہم مرلی تھرن (سری لنکا) | 15 |

یہ دو جدول ہمیں کیا بتلاتے ہیں؟

جدول 1:- ہم کو ان بلے بازوں کے نام بتلاتا ہے جنہوں نے ورلڈ کپ 2011ء میں سب سے زیادہ رن اسکور کئے تھے۔ اور ساتھ ہی ساتھ ان کے رنوں کی تعداد بھی بتلاتا ہے۔ یہ معلومات فیصلے لینے اور نتائج اخذ کرنے میں مددگار ہوتی ہیں۔ مثال کے طور پر ورلڈ کپ انتظامیہ کے لئے یہ فیصلہ لینے میں مددگار ثابت ہوتا ہے کہ کسے بہترین بلے باز کا خطاب دیا جائے۔

جدول 2:- ہم کو ان گیند بازوں کے نام بتلاتا ہے۔ جنہوں نے ورلڈ کپ 2011ء میں سب سے زیادہ وکٹ لئے اور ساتھ ہی ساتھ ان کے وکٹوں کی تعداد بھی۔ یہ معلومات فیصلے لینے اور نتائج اخذ کرنے میں مددگار ہوتے ہیں مثال کے طور پر ورلڈ کپ کے انتظامیہ کے لئے یہ فیصلہ لینے میں کہ بہترین گیند باز کا خطاب کسے دیا جائے۔

معلومات جو کہ الفاظ یا اعداد کی شکل میں ہوتے ہیں اور فیصلے لینے اور نتائج اخذ کرنے میں مددگار ثابت ہوتے ہیں، معطیات DATA کہلاتے ہیں۔ بلے بازوں کے نام اور ان کے بنائے گئے رن ساتھ ہی ساتھ گیند بازوں کے نام اور وکٹوں کی تعداد جو انہوں نے حاصل کئے یہ سب معطیات ہیں۔ جدول اور ترسیم وہ ذرائع ہیں جن سے معطیات کو ظاہر کیا جاتا ہے۔ معطیات (DATA) میں اعداد کا اندراج مشاہدات کہلاتا ہے۔

کوشش کیجئے

آپ کے اسکول کے نتیجہ معلومات کو دیکھئے۔ کیا آپ وہاں پر کسی معطیات کا اندراج دیکھتے ہیں۔ معلوم کیجئے کہ ان معطیات کو کون استعمال کرتے ہیں۔



7.1 Organising data

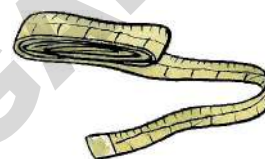
Details of seven students of class VII in a school are collected under the Javahar Bala Arogya Raksha Scheme.

Krishna noted the heights of the following students in his notebook as

Amala-125cm, Lekhya-133cm, Thabassum-121cm, Sudha-140cm, Vanaja-117cm, Lenin-129cm and Rajesh-132cm.

Another student Kumar wrote the same data in the form of a table and arranged the heights in ascending order.

| Name of the Student | Height (in cms) |
|---------------------|-----------------|
| Vanaja | 117 |
| Thabassum | 121 |
| Amala | 125 |
| Lenin | 129 |
| Rajesh | 132 |
| Lekhya | 133 |
| Sudha | 140 |



Now, let us answer these questions.

- Who is the tallest amongst the students?
- Who is the shortest amongst the students?
- Whose height is between that of Amala and Rajesh?

Did you use the data written by Krishna? or by Kumar? to answer the question. You must have used Kumar's data as it is organised and thus easier to read and understand.

Do This

In a unit test Amar secured 20, 18, 23, 21, 24 and 22 marks in Telugu, Hindi, English, Mathematics, Science and Social Science respectively. Peter got 23, 21, 20, 19, 24 and 17 marks in the above subjects respectively. Interpret the data in an organized manner.



Classroom Project

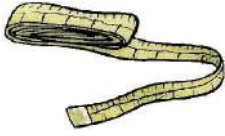
Use the weighing machine to find the weights of all your classmates. Organise this data in the form a table. Make sure to arrange the weights in either ascending or descending order. Then answer the following questions:

- Who is the lightest student in your class?
- How many students weigh more than 25 kg?
- How many students weigh between 20 and 30 kg?

7.1 معطیات کی تنظیم (Organising Data):-

جواہر بالا آرگیہ رکھشنا اسکیم کے تحت ایک اسکول کے ساتھیوں جماعت کے 7 طلباء کی تفصیلات جمع کی گئی ہیں۔ ذاکر اس کی نوٹ بک میں حسب ذیل طلبہ کے قد کچھ یوں تحریر کرتا ہے۔

نجیب 125 سمر، نعیم 133 سمر، فرح 121 سمر، عرشہ 140 سمر، عاصمہ 117 سمر، ساجد 129 سمر، اور عابد 132 سمر۔ ایک اور طالب علم سلیم اسی معطیات کو جدول کی شکل میں اور صعودی ترتیب میں لکھتا ہے۔



| طلباء کے نام | قد (سمر میں) |
|--------------|--------------|
| عاصمہ | 117 |
| افرح | 121 |
| نجیب | 125 |
| ساجد | 129 |
| عابد | 132 |
| نعیم | 133 |
| عرشہ | 140 |

اب ان سوالات کے جواب دیجئے

(i) طلباء میں سب سے اونچا قد کس کا ہے؟

(ii) طلباء میں سب سے کم قد کس کا ہے؟

(iii) نجیب اور عابد کے درمیان کس کا قد سب سے زیادہ ہے؟

کیا آپ نے ذاکر یا سلیم کے معطیات کو استعمال کیا ہے تاکہ ان سوالات کے جواب دیئے جاسکیں آپ کو کسی بھی صورت میں سلیم کے معطیات کو ہی استعمال کرنا چاہئے جیسا کہ اسے منظم کیا گیا ہے اور یہ پڑھنے اور سمجھنے میں آسان ہے۔

یہ کیجیے



تنگو، ہندی، انگریزی، ریاضی، سائنس، اور سماجی علم کے ایک یونٹ ٹسٹ میں اظہر بالترتیب 24، 21، 23، 18، 20، اور 22 نشانات حاصل کرتا ہے۔ جبکہ مظہر ان ہی مضامین میں بالترتیب 23، 21، 20، 19، 24، اور 17 نشانات حاصل کرتا ہے۔ ان معطیات کو منظم کیجئے اور تجزیہ کیجئے۔

جماعت کا منصوبہ:-

آپ کے تمام ہم جماعت ساتھیوں کا وزن معلوم کرنے کے لئے وزن کی مشین Weight Machine کا استعمال کریں اور ان معطیات کو ایک جدول کی شکل میں منظم کریں۔ اس بات کو یقینی بنائیں کہ اوزان کو صعودی یا نزولی ترتیب میں ترتیب دیا جائے۔ تب ان سوالات کے جواب دیجئے۔

(a) آپ کی جماعت میں سب سے کم وزن رکھنے والا طالب علم کون ہے۔

(b) کتنے طلباء کا وزن 25 کلوگرام سے زیادہ ہے

(c) کتنے طلباء کا وزن 20 اور 30 کلوگرام کے درمیان ہے؟



7.2 Representative Values

In a hostel

- Average consumption of rice per child per day is 150 g.
- Average age of children is 13 years.
- Average height of children is 135 cm.

On studying this data, can we say that every child consumes exactly 150 gms of rice per day? Can we say that the age of each child in the class is 13 years? Can we say that the height of each child in class is 135 cm? Obviously not, we know that some children may take more than 150 gms of rice some may take less and some may take exactly 150 gms. A similar situation will hold for children's weight and height.



At the same time, 150 gms gives us an idea of the amount of rice consumed by each child in the hostel. It is a representative value of the amount of rice consumed by each child. Similarly, 13 years gives us an idea of the age of each child in the hostel. It is a representative value of the age of each child. The same holds for the height. All the above examples are of a particular representative value called arithmetic mean. In the section ahead, we shall learn about 'arithmetic mean' and also two other types of representative values called 'median' and 'mode'.

7.3.1 Arithmetic Mean or Average

The physical education teacher in a school instructed his students to practice regularly Rajender had his practice sessions for a week as follows.

| Day | Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Minutes | 20 | 35 | 40 | 30 | 25 | 45 | 15 |

Can we compute the time spent by Rajender for practice in terms of time spent per day? Let us observe.

What is the total time Rajender spent during the week on practice?

$$\text{Total time} = 20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15 = 210 \text{ minutes}$$

Now to find the time spent on practice, per day, we divide the total time spent by the number of days.

$$\text{i.e. } \frac{20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15}{7} = \frac{210}{7} = 30 \text{ minutes}$$

This is the average time spent on practice per day or the average practice session per day.

7.2 نمائندہ قدریں Representative Values :-

ایک ہاسٹل میں

☆ چاول کی مقدار کا اوسط فی طالب علم ہر دن 150 گرام ہے۔

☆ طلباء کی اوسط عمر 13 سال ہے۔

☆ طلباء کا اوسط قد 135 سمر ہے۔



ان معطیات کا مطالعہ کرتے ہوئے کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہر طالب علم کیلئے چاول کی مقدار فی دن 150 گرام، کافی ہوگی، کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ جماعت میں ہر طالب علم کی اوسط عمر 13 سال ہی ہوگی، کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ جماعت میں ہر طالب

علم کا اوسط قد 135 سمر ہی ہوگا بالکل نہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ چند طلباء 150 گرام سے زائد چاول کی مقدار لیتے ہیں اور چند اس سے کم اور چند برابر 150 گرام چاول لیتے ہیں۔ طلباء کے وزن اور قد کے لئے بھی یہی صورتحال ہوگی۔

اس طرح سے ہم کو یہ بات سمجھ میں آتی ہے کہ ہاسٹل میں ہر طالب علم کے لئے چاول کی مقدار کے لئے 150 گرام کی ضرورت ہوگی۔ ہر طالب علم کے لئے چاول کی مقدار کی ضرورت کی یہ ایک ”نمائندہ قدر“ ہے اسی طرح عمر 13 سال، ہاسٹل میں ہر طالب علم کی عمر کا اندازہ بتلاتی ہے ہر طالب علم کی عمر کی یہ ایک ”نمائندہ قدر“ ہے قد کے لئے بھی طریقہ لاگو ہوگا۔ اوپر دی گئی تمام مثالوں سے ایک مخصوص نمائندہ قدر کا اظہار ہوتا ہے انہی نمائندہ قدر کو حسابی اوسط Arithmetic Mean کہتے ہیں۔ اگلے سکشن میں ہم ”حسابی اوسط“ کے تعلق سے سیکھیں گے۔ نمائندہ قدروں کی دو اور اقسام، وسطانیہ اور بہتاتیہ کہلاتے ہیں۔

7.3.1 حسابی اوسط Arithmetic Mean :-

ایک اسکول کے فزیکل ایجوکیشن ٹیچر اپنے طالب علموں کو یہ ہدایت دیتے ہیں کہ روزانہ دوڑ کی مشق کریں۔ زیدی ایک ہفتے میں دوڑ کی مشق کا وقت کچھ یوں ترتیب دیتا ہے۔

| اتوار | ہفتہ | جمعہ | جمعرات | چہار شنبہ | منگل | پیر | دن |
|-------|------|------|--------|-----------|------|-----|-----|
| 15 | 45 | 25 | 30 | 40 | 35 | 20 | منٹ |

کیا ہم محسوب سکتے ہیں کہ زیدی ایک دن میں دوڑ کی مشق کرنے کے لئے کتنا وقت صرف کیا ہوگا؟ آئیے مشاہدہ کریں ایک ہفتے کے دوران زیدی نے دوڑ کی مشق کے لئے کتنا وقت صرف کیا۔

$$\text{منٹ} 210 = 20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15 = \text{جملہ وقت}$$

دوڑ کی مشق کے لئے فی دن صرف کردہ وقت معلوم کرنے کے لئے ہم کل وقت کو دنوں کی تعداد سے تقسیم کرتے ہیں۔

$$\text{منٹ} 30 = \frac{20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15}{7} = \frac{210}{7} \text{ یعنی}$$

دوڑ کی مشق کے لئے فی دن درکار وقت (یا) فی دن مشق کے اوقات کا یہ ایک اوسط ہے۔

Example 1 : Earnings (in rupees) of a vegetable vendor in a week are ₹ 200, ₹150, ₹180, ₹300, ₹160, ₹170 and ₹170. Find his average earning, per day.

Solution : Total earnings (in rupees) = 200+150+180+300+160+170+170
= ₹1330
Number of days = 7

$$\text{Average earning or mean earning} = \frac{1330}{7} = ₹ 190$$

The average of a data is also called Arithmetic Mean or Mean.

$$\text{Average or Mean or Arithmetic Mean (A.M)} = \frac{\text{Sum of all observations}}{\text{Number of observations}}$$



Try This

1. The ages (in years) of players are in a team of 16, 16, 16, 14, 17, 18. Then find the following:

- (i) Age of the youngest and the oldest player.
- (ii) Mean age of the players.

What is the average number of glasses of water that you drink per day? in a week. How did you find the average?

7.3.2 Where does the mean lie?

The marks obtained by Anil, Amar, Anthony and Inder in Telugu, Hindi and English are given below.

| | Telugu | Hindi | English |
|--------|--------|-------|---------|
| Anil | 15 | 8 | 10 |
| Amar | 10 | 10 | 12 |
| Antony | 11 | 6 | 11 |
| Inder | 12 | 12 | 13 |

مثال 1:- ایک ترکاری فروش کی ایک ہفتہ کی کمائی (روپیوں میں) ₹200، ₹150، ₹180، ₹300، ₹160، ₹170 اور
₹170 ہیں۔ اس کی اوسط کمائی فی دن کیا ہوگی؟

حل:- جملہ کمائی

$$\text{کل کمائی} = 200 + 150 + 180 + 300 + 160 + 170 + 170 = ₹ 1330/-$$

$$7 = \text{دونوں کی تعداد}$$

$$\text{کمائی کا اوسط (یا) اوسط کمائی} = \frac{1330}{7} = 190$$

معطیات کا اوسط، اوسط حسابیہ (Arithmetic Mean) یا Mean کہلاتا ہے۔

(Arithmetic Mean) حسابی اوسط (یا) (Mean) اوسط (یا) (Average) اوسط

$$\text{A.M.} = \frac{\text{تمام مشاہدات کا مجموعہ}}{\text{مشاہدات کی تعداد}}$$

یہ کیجئے:



1. ایک ٹیم میں کھلاڑیوں کی عمر (سال میں) 18, 17, 14, 16, 16, 16 دی گئی ہیں۔ تب حسب ذیل معلوم کیجئے۔
(i) کم عمر اور زیادہ عمر والے کھلاڑیوں کی عمریں بتائیے
(ii) کھلاڑیوں کی اوسط عمر
ایک دن میں پانی کے گلاس کی اوسط تعداد کیا ہوگی جو آپ پیتے ہو؟ اور ایک ہفتے میں اس کا اوسط کیا ہوگا۔ آپ اوسط
کس طرح معلوم کریں گے۔

7.3.2 اوسط حسابیہ کہاں پر واقع ہوتا ہے؟

اظہر، عارف، کلیم اور حبیب کے تنگلو، ہندی اور انگریزی میں حاصل شدہ نشانات ذیل میں دیئے گئے ہیں۔

| نام | تنگلو | ہندی | انگریزی |
|------|-------|------|---------|
| اظہر | 15 | 8 | 10 |
| عارف | 10 | 10 | 12 |
| کلیم | 11 | 6 | 11 |
| حبیب | 12 | 12 | 13 |

Now let us calculate the average marks obtained by the students in each subject.

| Telugu | Hindi | English |
|------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $AM = \frac{15+10+11+12}{4}$ | $AM = \frac{8+10+6+12}{4}$ | $AM = \dots\dots\dots$ |
| $= \frac{48}{4}$ | $= \frac{36}{4}$ | $= \dots\dots\dots$ |
| $= 12$ | $= \dots\dots\dots$ | $= \dots\dots\dots$ |
| Highest marks = 15 | Highest marks = $\dots\dots\dots$ | Highest marks = $\dots\dots\dots$ |
| Least marks = 10 | Least marks = $\dots\dots\dots$ | Least marks = $\dots\dots\dots$ |
| Mean = 12 | Mean = $\dots\dots\dots$ | Mean = $\dots\dots\dots$ |

In the above each context, does the mean lie between the minimum and the maximum value?

You will find this is true.

The arithmetic mean always lies between the highest and lowest observations of the data.

7.3.3 A property of mean

Example 2 : In a family, ages (in years) of members; Krishna, Radhika, Niharika and Nikhil are 44, 39, 17 and 12. (i) Find the arithmetic mean of their ages. (ii) What were their ages 5 years before? Find their mean age. (iii) Can you see a relationship between the change in mean and the number of years.

Solution : Present ages of family members are = 44, 39, 17, 12 years

Number of family members = 4

(i) Therefore, Arithmetic Mean of their ages = $\frac{44 + 39 + 17 + 12}{4} = \frac{112}{4} = 28$ years

(ii) Ages of family members, 5 years ago = 44 – 5, 39 – 5, 17 – 5, 12 – 5
= 39, 34, 12, 7

\therefore Mean of their ages 5 years ago = $\frac{39 + 34 + 12 + 7}{4} = \frac{92}{4} = 23$ years

(iii) Thus, on reducing the age of each family member by 5 years, we find that the mean age of the family also decreases by 5 years from the present mean age.

Now calculate the mean age of the family, 3 years from now. What do you think will be the mean age of the family 10 years from now?

آئیے اب ہر مضمون میں طلباء کی جانب سے حاصل شدہ نشانات کا اوسط معلوم کریں گے۔

| انگریزی | ہندی | تلگو |
|----------|---------------------------|-----------------------------|
| AM=..... | AM= $\frac{8+10+6+12}{4}$ | AM= $\frac{15+10+11+12}{4}$ |
| AM=..... | = $\frac{36}{4}$ | = $\frac{48}{4}$ |
| AM=..... | AM=..... | =12 |
| =..... | =..... | 15=زیادہ سے زیادہ نشانات |
| =..... | =..... | 10=کم سے کم نشانات |
| =..... | =..... | 12=اوسط حسابیہ |

کیا ہر صورت میں اوسط حسابیہ اعظم ترین اور اقل ترین قدروں کے درمیان ہوتا ہے؟ ہاں! یہ بالکل درست ہے
حسابی اوسط ہمیشہ معطیات کے اعظم ترین اور اقل ترین مشاہدات کے درمیان ہوتا ہے؟

7.3.3 حسابی اوسط کی خاصیت (A Property of Mean):-

مثال 2:- ایک خاندان کے ارکان، انور، جمال، زرینہ اور سدرہ کی عمریں بالترتیب، 44، 39، 17 اور 12 ہیں۔
(i) ان کی عمروں کا حسابی اوسط معلوم کیجئے۔ (ii) ان کی عمریں 5 سال پہلے کیا تھیں۔ اس کا اوسط معلوم کیجئے۔ (iii) کیا آپ سال کی تعداد اور اوسط حسابیہ میں تبدیلی کے درمیان کوئی رشتہ دیکھ سکتے ہیں۔
حل:- سال 12، 17، 39، 44=خاندان کے ارکان کی موجودہ عمریں

4=ارکان خاندان کی تعداد

$$\text{سال } 28 = \frac{44+39+17+12}{4} = \frac{112}{4} = \text{لہذا ان کی عمروں کا حسابی اوسط}$$

$$5-12, 5-17, 5-39, 5-44 = \text{پہلے ارکان خاندان کی عمریں}$$

$$7, 12, 34, 39 =$$

$$\text{سال } 23 = \frac{7+12+34+39}{4} = \frac{92}{4} = 5 = \text{سال پہلے ان کی عمروں کا اوسط}$$

لہذا خاندان کے ہر رکن کی عمر کو 5 سال کم کیا جائے تو ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ ان کی اوسط عمر کا فرق بھی موجودہ عمر سے 5 سال کم ہو جائے گا۔ اب خاندان کی اوسط عمر، 3 سال بعد کیا ہوگی معلوم کیجئے، آپ کیا سمجھتے ہیں کہ 10 سال بعد خاندان کی اوسط عمر کیا ہوگی؟

You will find that when all the values of data set are increased or decreased by a certain number, the mean also increases or decreases by the same number.



Try This

1. A data of 10 observations has a minimum value 15 and maximum value 25. What is the possible mean of the data? Why?
(a) 12 (b) 15 (c) 21 (d) 27
2. Observations of a data are 28, 45, 33, 21, 48, 30, 34, 36 and 40. Without actual calculation choose the mean of the data.
(a) 20 (b) 35 (c) 48 (d) 50



Exercise - 1

1. Maximum day time temperatures of Hyderabad in a week (from 26th February to 4th March, 2011) are recorded as 26 °C, 27 °C, 30 °C, 30 °C, 32 °C, 33 °C and 32 °C.
 - (i) What is the maximum temperature of the week?
 - (ii) What is the average temperatures of the week?

2. Rice consumed in a school under the mid-day meal program for 5 consecutive days is 15.750 kg, 14.850 kg, 16.500 kg, 14.700 kg, and 17.700 kg. Find the average rice consumption for the 5 days.



3. In a village three different crops are cultivated in four successive years. The profit (in rupees) on the crops, per acre is shown in the table below-

| Crop \ Year | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 |
|-------------|------|------|------|------|
| Ground nuts | 7000 | 8000 | 7500 | 7500 |
| Jawar | 6000 | 1000 | 8000 | 1000 |
| Millets | 9000 | 5000 | 3000 | 4000 |

- (i) Calculate the mean profit for each crop over the 4 years.
- (ii) Based on your answers, which crop should be cultivated in the next year?

آپ کو معلوم ہوا ہوگا کہ معطیات کی تمام اقدار کو جب ایک مخصوص عدد کے ساتھ بڑھایا یا گھٹایا جائے تب اوسط بھی اسی مخصوص عدد سے بڑھے گا یا گھٹے گا۔

کوشش کیجئے



(1) 10 مشاہدات کے معطیات کی اقل ترین قدر 15 اور اعظم ترین قدر 25 ہے۔ اس معطیات کا اوسط کیا

ہوگا۔ (i) 12 (ii) 15 (iii) 21 (iv) 27

(2) ایک معطیات کے مشاہدات 23, 45, 33, 21, 34, 36 اور 35 ہیں۔ بغیر عمل حساب

کے معطیات کا اوسط منتخب کیجئے۔ (i) 20 (ii) 35 (iii) 48 (iv) 50

مشق - 1



1. ایک ہفتہ میں (26 فروری تا 4 مارچ 2011ء) حیدرآباد میں درج کیا گیا زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کچھ اس طرح



ہے۔ 26°C , 27°C , 30°C , 30°C , 32°C , 33°C ، اور 32°C ،

(i) ایک ہفتہ کا زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کتنا ہے؟

(ii) ایک ہفتے کا اوسط درجہ حرارت کتنا ہے؟

2. دوپہر کے کھانے کی اسکیم کے تحت ایک اسکول میں چاول کے استعمال کی مقدار مسلسل 5 دنوں میں کچھ اس طرح

ہے، 15.750 کلو، 14.850 کلوگرام، 16.500 کلوگرام، 14.700 کلوگرام اور 17.700 کلوگرام ہے۔ ان

5 دنوں میں استعمال کئے گئے چاول کی مقدار کا اوسط معلوم کیجئے۔

3. ایک گاؤں میں 4 سال میں مسلسل تین مختلف فصلوں کی کاشت کی گئی۔ ان فصلوں پر نفع فی ایکڑ (روپیوں میں) ذیل کے

جدول میں بتلایا گیا ہے۔

| سال/فصلیں | 2005ء | 2006ء | 2007ء | 2008ء |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| مونگ پھلی | 7000 | 8000 | 7500 | 7500 |
| جوار | 6000 | 1000 | 8000 | 100 |
| باجرہ | 9000 | 5000 | 3000 | 4000 |

(i) 4 سال بعد ہر ایک فصل کے لئے اوسط حسابیہ معلوم کیجئے؟

(ii) آپ کے نتیجے کی بنیاد پر آئندہ سال کوئی فصل کی کاشت کرنی چاہئے

4. The number of passengers who travelled in TSSRTC bus from Adilabad to Nirmal in 4 trips in a day are 39, 30, 45 and 54. What is the occupancy ratio (average number of passengers travelling per trip) of the bus for the day?



5. The following table shows the marks scored by Anju, Neelesh and Lekhya in four unit tests of English.

| Name of the Student | Unit Test I | Unit Test II | Unit Test III | Unit Test IV |
|---------------------|-------------|--------------|---------------|--------------|
| Anju | Absent | 19 | 23 | 21 |
| Neelesh | 0 | 20 | 22 | 24 |
| Lekhya | 20 | 24 | 24 | 24 |

- (i) Find the average marks obtained by Lekhya.
 - (ii) Find the average marks secured by Anju. Will you divide the total marks by 3 or 4? Why?
 - (iii) Neelesh has given all four tests. Find the average marks secured by him. Will you divide the total marks by 3 or 4? Why?
 - (iv) Who performed best in the English?
6. Three friends went to a hotel and had breakfast to their taste, paying ₹ 16, ₹ 17 and ₹ 21 respectively (i) Find their mean expenditure. (ii) If they have spent 3 times the amount that they have already spent, what would their mean expenditure be? (iii) If the hotel manager offers 50% discount, what would their mean expenditure be? (iv) Do you notice any relationship between the change in expenditure and the change in mean expenditure.
7. Find the mean of the first ten natural numbers.
8. Find the mean of the first five prime numbers.
9. In a set of four integers, the average of the two smallest integers is 102, the average of the three smallest integers is 103, the average of all four is 104. Which is the greatest of these integers?
10. Write at least two questions to find the mean, giving suitable data.



Project Work

Find out the number of family members in the houses on your street. Calculate the average family size of your street.



4. نزل سے عادل آباد جانے والی TSRTC بس ایک دن میں 4 چکر لگاتی ہے۔ ہر چکر میں مسافروں کی تعداد بالترتیب 39, 30, 45 اور 54 ہو تو بس میں سفر کرنے والے مسافروں کی اوسط تعداد ایک دن میں کیا ہوگی۔

5. ذیل میں دیا گیا جدول، افرح، یسراء اور سفیان کے انگریزی کے چارٹسٹوں میں حاصل شدہ نشانات کو بتلاتا ہے۔

| یونٹ ٹسٹ IV | یونٹ ٹسٹ III | یونٹ ٹسٹ II | یونٹ ٹسٹ I | طلباء کے نام |
|-------------|--------------|-------------|------------|--------------|
| 21 | 23 | 19 | غیر حاضر | افرح |
| 24 | 22 | 20 | 0 | یسراء |
| 24 | 24 | 24 | 20 | سفیان |

- (i) سفیان کے حاصل شدہ نشانات کا اوسط معلوم کیجئے۔
- (ii) افرح کے حاصل شدہ نشانات کا اوسط معلوم کیجئے۔ آپ جملہ نشانات کو 3 سے تقسیم کریں گے یا 4 سے؟ کیوں؟
- (iii) یسراء 4 یونٹ ٹسٹ لکھتی ہے۔ اس کے حاصل کئے گئے نشانات کا اوسط معلوم کیجئے؟ کیا آپ جملہ نشانات کو 3 سے تقسیم کریں گے یا 4 سے؟ کیوں؟
- (iv) انگریزی میں کس کا مظاہرہ سب سے بہتر رہا۔
6. تین دوست ایک ہوٹل جاتے ہیں اور اپنی مرضی کا ناشتہ کر کے بالترتیب 16 روپے، 17 روپے، اور 21 روپے، بل ادا کرتے ہیں۔
- (i) ان کے خرچ کا اوسط معلوم کیجئے۔ (ii) جو رقم انہوں نے خرچ کی، اس خرچ سے 3 گنا زائد کا اوسط معلوم کیجئے۔
- (iii) کیا آپ نے غور کیا کہ خرچ کی تبدیلی اور اوسط خرچ کی تبدیلی کے درمیان کوئی ترتیب پائی جاتی ہے۔
7. ابتدائی دس طبعی اعداد کا اوسط معلوم کیجئے۔
8. ابتدائی 5 مفرد اعداد کا اوسط معلوم کیجئے۔
9. چار دیئے گئے صحیح اعداد میں دو اقل ترین صحیح اعداد کا اوسط 102 ہے۔ تین اقل ترین صحیح اعداد کا اوسط 103 ہے اور چاروں کا اوسط 104 ہے ان میں سے بڑا صحیح عدد کونسا ہے؟
10. مناسب معطیات دیتے ہوئے اوسط کو معلوم کرنے کے لئے کم سے کم 2 سوالات لکھئے۔

گھر کا منصوبہ Home Project :-

آپ کے محلے میں گھروں میں موجود ارکان خاندان کی تعداد معلوم کیجئے۔ آپ کے محلے کے افراد خاندان کا اوسط محسوب کیجئے۔



7.4 Mode

The second type of representative value that we will learn about is mode. Let us read the example given below.

Example 3 : A shop keeper wants to find out which cooking oil he should stock in more number. For this, he maintains a record of cooking oil sale for the week in the form of the table given below.

| Day | Packets of oil sold |
|-----|---------------------|
| Mon | GGGSSSSPP |
| Tue | GGGSSSSPP |
| Wed | GGSSSSSP |
| Thu | GGGSSSP |
| Fri | GGGSSPP |
| Sat | GSSSSSSSS |
| Sun | GGGSSSP |



G = Ground nut oil packet, S = Sunflower oil packet, and P = Palmolein oil packet.

In such a situation will calculating the mean number of oil packets sold help the shopkeeper to take a decision?

Solution : The shopkeeper first calculates the average number of packets that he can order.

$$\text{Average number of packets} = \frac{18 + 30 + 9}{3} = \frac{57}{3} = 19.$$

Should the shopkeeper stock 19 packets for each type of oil? The shopkeeper looked at his sales figures again. He finds sunflower oil to be the most frequently demanded oil and palmolein oil to be the least demanded oil. If he was to order 19 packets of each he would fall short of sunflower oil and palmolein oil would be in surplus. The shopkeeper decides to stock more packets of sunflower oil and lesser number of packets of palmolein oil. Thus, the number of packets of sunflower oil i.e. 30 is the representative value for the shopkeeper's data as it tells him the most frequently purchased oil. So, this is mode.

The most frequently occurring value for a set of observations is called the mode.

7.4 بہتاتیہ Mode:-

نمائندہ قدر (Representative Value) کی دوسری قسم جو کہ اب ہم سیکھیں گے وہ بہتاتیہ ہے۔
مثال 4:- ایک دوکاندار معلوم کرنا چاہتا ہے کہ کس کھانے کے تیل کو اُسے زیادہ مقدار میں ذخیرہ کرنا چاہئے۔ اس کے لئے وہ ایک ہفتے کھانے کے تیل کی فروخت کا کھاتا نیچے دیئے گئے جدول میں اندراج کرتا ہے۔

| دن | فروخت شدہ تیل کی پیکٹس |
|----------|------------------------|
| پیر | GGG SSSS PP |
| منگل | GGG SSSSS PP |
| چہارشنبہ | GG SSSSS P |
| جمعرات | GGG SSS P |
| جمعہ | GGG SS P |
| ہفتہ | G SSSSSSSS |
| اتوار | GGG SSS P |



G = (Ground Nut Oil Packet) مونگ پھلی کے پیکٹس

S = (Sun Flower Oil Packet) سورج مکھی کے پیکٹس

P = (Palmolien Packet) پالمولین تیل کے پیکٹس

اس صورتحال میں فروخت شدہ تیل کے پیکٹس کی تعداد کا اوسط معلوم کرنے پر کیا دوکاندار کا فیصلہ لینے میں آسانی ہو سکتی ہے؟

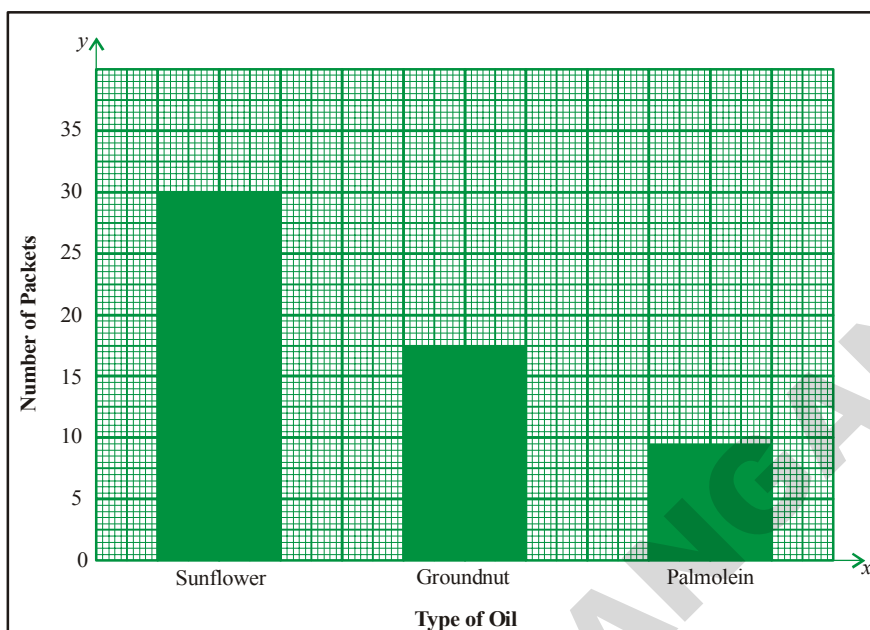
حل:- دوکاندار اپنی ترتیب کے مطابق پہلے پیکٹس کی تعداد کا اوسط محسوب کرتا ہے۔

$$\text{پیکٹس کی اوسط تعداد} = \frac{18+30+9}{3} = \frac{57}{3} = 19$$

تمام تینوں اقسام کے تیل کے لئے کیا دوکاندار کو 19 پیکٹس کا ذخیرہ کرنا چاہئے؟ دوکاندار اپنے فروخت کے جدول دوبارہ دیکھتا ہے۔ جو اُسے بتلاتا ہے کہ سورج مکھی کے تیل کی مانگ بہت زیادہ ہے۔ اور پالمولین کے تیل کی مانگ سب سے کم ہے۔ اگر وہ ان دونوں تیلوں کی مزید 19 پیکٹس منگواتا ہو تو وہ سورج مکھی کے پیکٹس کی کمی محسوس کریگا اور پالمولین کے تیل کے ذخیرہ میں اضافہ ہوگا۔ دوکاندار چاہتا ہے کہ سورج مکھی کے تیل کی زیادہ مقدار اور پالمولین تیل کی کم مقدار ذخیرہ کرے۔ چنانچہ سورج مکھی کے تیل کی پیکٹس کی تعداد جو کہ 30 ہے دوکاندار کے معطیات کے لئے ایک نمائندہ قدر ہے جو کہ اُسے زیادہ مقدار میں خریدنے کے لئے رہبری کرتا ہے۔

ایک مشاہدات کے سیٹ کے لئے سب سے زیادہ واقع ہونے والی قدر بہتاتیہ کہلاتی ہے۔

The longest bar in a bar graph represents the mode, as can be seen in the bar graph given in the next page.



Example 4 : Find the mode of the given set of numbers- 2,3,5,3,4,7,3,2,1,7,3

Solution : Arranging the numbers with same value together, we get 1,2,2,3,3,3,3,4,5,7,7

3 occurs more frequently than the other observations.

Thus, Mode = 3

Example 5 : Find the mode of the data 3, 5, 9, 6, 5, 9, 2, 9, 3, 5.

Solution : Arranging the numbers with the same value together we get 2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 9, 9, 9.

Here both 5 and 9 occurs more and equal number of times i.e., 3 times.

Thus, the given data contains two modes, i.e., 5 and 9

This kind of data is called 'Bimodal Data.'

Note : If each observation in a data set is repeated an equal number of times then the data set has no mode.

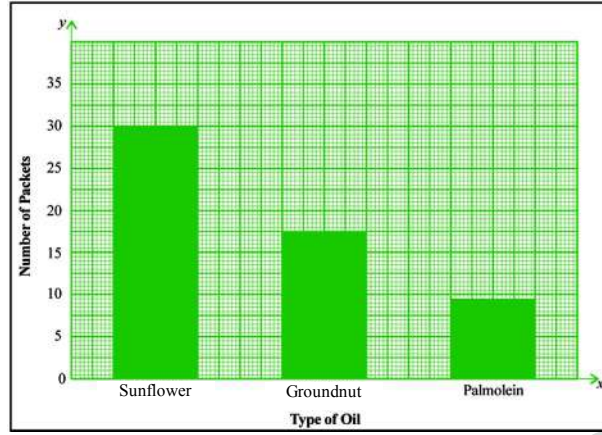


Try This

1. Find the modes of the following data.

- (i) 5, 6, 3, 5, 4, 9, 5, 6, 4, 9, 5
- (ii) 25, 14, 18, 15, 17, 16, 19, 13, 12, 24
- (iii) 10, 15, 20, 15, 20, 10, 15, 20, 10

ایک بارگراف میں سب سے طویل بار آپ کو بہتاتیہ کا مفہوم بتلاتا ہے۔ ذیل میں دیئے گئے بارگراف میں دیکھا جاسکتا ہے۔



مثال 4:- دیئے گئے اعداد کے سیٹ کا بہتاتیہ معلوم کیجئے۔ 2, 3, 5, 3, 4, 7, 3, 2, 1, 7, 3

حل:- مساوی قدروں کو یکجا کرتے ہوئے اعداد کو ترتیب دینے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 7, 7

مشاہدے سے معلوم ہوتا ہے کہ دوسرے اعداد کی بہ نسبت عدد "3" سب سے زیادہ مرتبہ دہرایا گیا ہے۔ لہذا

بہتاتیہ = 3

مثال 5:- معطیات 3, 5, 9, 6, 5, 9, 2, 9, 3, 5 کا بہتاتیہ معلوم کیجئے۔

حل:- مساوی قدروں کو یکجا کرتے ہوئے اعداد کو ترتیب دینے پر ہم حاصل کرتے ہیں

2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 9, 9, 9

یہاں پر اعداد 5 اور 9 زیادہ اور مساوی (3 مرتبہ) واقع ہوئے ہیں۔

لہذا دیئے گئے معطیات دو بہتاتیہ رکھتے ہیں یعنی 5 اور 9 اس طرح کے معطیات کی قسم کو دہرا بہتاتیہ معطیات (Bimodal

Data) کہتے ہیں۔

نوٹ:- ایک معطیات کے سیٹ میں اگر مشاہدہ مساوی مرتبہ دہرایا جائے تو اس معطیات کے سیٹ میں بہتاتیہ نہیں ہوتا۔

کوشش کیجئے۔



1. دیئے گئے معطیات کے بہتاتیہ معلوم کیجئے۔

(i) 5, 6, 3, 5, 4, 9, 5, 6, 4, 9, 5

(ii) 25, 14, 18, 15, 17, 16, 19, 13, 12, 24

(iii) 10, 15, 20, 15, 20, 10, 15, 20, 10

Example 6 : Following are the marks obtained by 50 students in a unit test, which is administered for 10 marks. Find the mode of the data.

| Marks obtained | No. of students |
|----------------|-----------------|
| 00 | 2 |
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 1 |
| 4 | - |
| 5 | 4 |
| 6 | 10 |
| 7 | 15 |
| 8 | 9 |
| 9 | 5 |
| 10 | 1 |
| Total | 50 |

Solution: In the data marks are observations. From the data table it is clear that 7 marks are obtained by many students.

Mode of the data is 7

Note: The observation 7 that repeats fifteen times is the mode and number of times i.e. 15 should not be confused as the mode.

Example 7 : In which of the following situations, is the mode an appropriate representative value?

- (a) A shopkeeper selling shirts, needs to decide which size of shirts to order more.
- (b) For purchasing rice for a party of 20 people.
- (c) For finding the height of the door in your house.

Solution : (a) Let us look at the first situation. Supposing the shopkeeper is selling 4 sizes of shirts and his sale for the month of February is-

| Shirt Size | Number |
|------------|--------|
| M | 15 |
| L | 18 |
| XL | 40 |
| XXL | 22 |
| Total | 92 |

مثال 6:- ایک یونٹ ٹسٹ میں 50 طلباء کے حاصل شدہ نشانات ذیل میں دیئے گئے ہیں۔ جو کہ کل نشانات 10 میں سے لئے گئے ہیں۔ معطیات کا بہتائیہ معلوم کیجئے۔

| حاصل شدہ نشانات | طلباء کی تعداد |
|-----------------|----------------|
| 0 | 2 |
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 1 |
| 4 | - |
| 5 | 4 |
| 6 | 10 |
| 7 | 15 |
| 8 | 9 |
| 9 | 5 |
| 10 | 1 |
| جملہ | 50 |

حل:- ایک جدول میں نشانات دیئے گئے ہیں۔ معطیات کے جدول سے یہ واضح ہوتا ہے کہ کئی طلباء 7 نشانات حاصل کئے ہیں۔ لہذا معطیات کا بہتائیہ 7 ہے۔

نوٹ:- مشاہدات 7 جو کہ پندرہ مرتبہ دہرایا گیا ہے بہتائیہ ہے اور واضح ہو کہ 15 بہتائیہ نہیں ہے۔

مثال 7:- ذیل میں دی گئی کس صورتحال میں بہتائیہ ایک مخصوص نمائندہ قدر ہے۔

(a) ایک دوکاندار شرٹ فروخت کرنے کا کاروبار کرتا ہے اُسے فیصلہ کرنا ہے کہ کون سے سائز کے شرٹ زیادہ منگوائے جائیں۔ (b) 20 لوگوں کی ایک پارٹی کے لئے چاول کی خریداری (c) آپ کے گھر میں دروازے کی اونچائی معلوم کرنے کے لئے

حل:- (a) آئیے پہلی صورتحال پر غور کرتے ہیں فرض کیجئے کہ دوکاندار 4 مختلف سائز کے شرٹ فروخت کرتا ہے اور اس کی فروخت ماہ فروری میں یہ ہے۔

| شرٹ کا سائز | عدد |
|-------------|-----|
| M | 15 |
| L | 18 |
| XL | 40 |
| XXL | 22 |
| جملہ | 92 |

The average number of shirts sold by the shopkeeper is $\frac{12+18+40+22}{4} = 23$ shirts.

In such a situation does it make sense for the shopkeeper to order 23 shirts of each size? The shopkeeper looks at his data again. He finds that the most frequently purchased size is XL, If he orders 23 shirts of each size, he will fall short of size XL shirts. He thus finds it more sensible to order more shirts of this size and lesser of the rest.

Thus, the shopkeeper uses mode or the most frequently occurring value to take his decision.

(b) Look at second situation.

Neither we know how many take maximum and how much nor how many take minimum and how much. If we purchase 20 times of maximum, it would be waste, or if we purchase 20 times of minimum, it is not sufficient. So mode can't be suggested here.

(c) Now look at third situation.

If there are 5 members in the house, and whose heights are 134cm, 125cm, 100cm, 125cm and 144cm, as mode of the data is 125cm, we may suggest the height of the door must be 125cm. But it is difficult for the person of height 144cm. Even if we take mean of their heights, it is difficult for tall persons. So neither the mode nor the mean can be used here.



Try This

1. One situation where mean would be an appropriate representative value.
2. One situation where mode would be an appropriate representative value.



Exercise - 2

1. Long jumps by 7 students of a team are 98cm, 125cm, 140cm, 155cm, 174cm, 140cm and 155cm. Find the mode of the data.
2. Ages of players in a cricket team are 25, 26, 25, 27, 28, 30, 31, 27, 33, 27, 29.
(i) Find the mean and mode of the data. (ii) Find the minimum number of players to be added to the above team so that mode of the data changes and what must be their ages.
3. Find the mode of the following data. 12, 24, 36, 46, 25, 38, 72, 36, 25, 38, 12, 24, 46, 25, 12, 24, 46, 25, 72, 12, 24, 36, 25, 38 and 36.

$$23 = \frac{12+18+40+22}{4}$$

اس صورتحال میں دوکاندار چاہے گا کہ ہر سائز کے 23 شرٹ منگوائے جائیں؟ دوکاندار دوبارہ معطیات پر نظر ثانی کرنے پر۔ اُسے معلوم ہوگا کہ سب سے زیادہ فروخت ہونے والا سائز XL ہے اگر وہ ہر سائز کے 23 شرٹ منگواتا ہے تو وہ شرٹ XL کی کمی محسوس کریگا، چنانچہ سب سے زیادہ وہ اس سائز کے شرٹ منگوائے گا اور بقیہ کم تعداد میں۔ لہذا دوکاندار بہتاتہ یا سب سے زیادہ واقع ہونے والی قدر کے لئے اپنا فیصلہ صادر کرتا ہے۔

(b) دوسری صورت حال دیکھیے

ہم یہ نہیں جانتے کہ کتنی زیادہ مقدار لی جائے اور کتنی کم۔ اگر ہم 20 گنا زیادہ لیں تو وہ ضائع ہوگا اگر 20 گنا کم لیں تو وہ کم پڑ جائے گی ایسی صورت میں یہاں بہتاتہ کو تجویز نہیں کیا جاسکتا۔

(c) تیسری صورت حال دیکھیے

اگر ایک گھر میں 5 ارکان ہوں اور ان کے قد 134 سمر، 125 سمر، 100 سمر، 125 سمر، اور 144 سمر ہیں جیسا کہ معطیات کا بہتاتہ 125 سمر ہے تو ہم رائے دے سکتے ہیں کہ دروازے کی اونچائی 125 سمر ہونی چاہئے لیکن یہ اُس شخص کے لئے مشکل ہوگا کہ جس کا قد 144 سمر ہے۔ یہاں تک کہ اگر ان کے قد کا اوسط لیں تو بھی یہ تمام اونچے قد والوں کے لئے بہت مشکل ہوگا۔ پس یہاں نا بہتاتہ استعمال ہوگا اور نہ اوسط حسابیہ۔

کوشش کیجئے۔



1. ایک صورتحال جہاں اوسط حسابیہ ایک مخصوص نمائندہ قدر ہوگا۔
2. ایک صورتحال جہاں بہتاتہ ایک مخصوص نمائندہ مقدار ہوگا۔

مشق - 2



- (1) ایک طالب علموں کی ٹیم کی 7 لمبی چھلانگ (Long Jump) 98 سمر، 125 سمر، 140 سمر، 155 سمر، 174 سمر، 140 سمر، اور 155 سمر ہیں۔ معطیات کا بہتاتہ معلوم کیجئے۔
- (2) ایک کرکٹ ٹیم میں کھلاڑیوں کی عمریں 25، 26، 25، 27، 28، 30، 31، 27، 33، اور 29 ہیں۔ (a) معطیات کا اوسط اور بہتاتہ معلوم کیجئے۔ (b) کم سے کم کھلاڑیوں کی تعداد معلوم کیجئے جسے مذکورہ ٹیم میں شامل کیا جائے تو معطیات کا بہتاتہ بدل جائے اور ان کی عمریں کیا ہونی چاہئے۔
- (3) ذیل میں دیئے گئے معطیات کا بہتاتہ معلوم کیجئے، 12، 24، 36، 46، 25، 38، 72، 36، 25، 38، 12، 24، 36، 25، 38، 12، 24، 46، 25، 72، 12، 24، 36، 25، 38 اور 36

4. Decide whether mean or mode is a better representative value in the following situations.



- (i) A shop keeper, who sells tooth paste tubes of different sizes, wants to decide which size is to be ordered more.
- (ii) An invigilator wants to bring sufficient number of additional papers to the examination hall.
- (iii) Preparation of the number of laddus for a marriage.
- (iv) For finding the favorite cricketer in a class.

7.5 Median

We have looked at situations where mean and mode are representative values of the data. Now let us look at another situation. The following are the salaries (in rupees) earned by the manager and the workers in a production unit.

| | | |
|-----------|---|----------|
| Manager | - | ₹ 40,000 |
| Worker 1 | - | ₹ 3,300 |
| Worker 2 | - | ₹ 5,000 |
| Worker 3 | - | ₹ 4,000 |
| Worker 4 | - | ₹ 4,200 |
| Worker 5 | - | ₹ 3,500 |
| Worker 6 | - | ₹ 4,500 |
| Worker 7 | - | ₹ 4,200 |
| Worker 8 | - | ₹ 4,300 |
| Worker 9 | - | ₹ 3,500 |
| Worker 10 | - | ₹ 3,500 |



Will the mean salary or the mode of salaries be a representative value for this data?

Let us calculate the mean salary in the production unit.

$$\begin{aligned}\text{Mean salary} &= \frac{\text{Total salary}}{\text{Number of employees}} \\ &= \frac{3300 + 5000 + 4000 + 4200 + 3500 + 4500 + 4200 + 4300 + 3500 + 3500 + 40000}{11} \\ &= ₹ 7272.72\end{aligned}$$



4. حسب بالا صورت حال میں فیصلہ کیجئے کہ آیا اوسط حسابیہ اور بہتاتیہ ایک بہتر نمائندہ قدر (Representative Value) ہے۔

(i) ایک دوکاندار جو مختلف سائز کے ٹوتھ پیسٹ فروخت کرتا ہے کس سائز کے ٹوتھ پیسٹ کو اُسے زیادہ تعداد میں منگوانا چاہئے۔

(ii) ایک امتحان ہال کا نگران کار امتحان ہال میں اضافی بیاض کی کافی تعداد لے جانا چاہتا ہے۔

(iii) ایک شادی کے لئے تیار کئے جانے والے لڈوؤں کی تعداد۔

(iv) ایک جماعت میں پسندیدہ کرکٹ کھلاڑی کو دریافت کرنا۔

7.5 وسطانیہ Median:-

ہم وہ صورت حال دیکھ چکے ہیں جہاں اوسط اور بہتاتیہ معطیات کے نمائندہ اقدار ہیں۔ آئیے ایک اور صورت حال پر غور کرتے ہیں۔ ایک پیداواری صیغہ میں مینیجر اور مزدور حسب ذیل تنخواہیں (روپیوں میں) حاصل کرتے ہیں۔



| | | |
|----------|---|-------------|
| مینیجر | - | 40,000 روپے |
| مزدور 1 | - | 3300 روپے |
| مزدور 2 | - | 5000 روپے |
| مزدور 3 | - | 4000 روپے |
| مزدور 4 | - | 4200 روپے |
| مزدور 5 | - | 3500 روپے |
| مزدور 6 | - | 4500 روپے |
| مزدور 7 | - | 4200 روپے |
| مزدور 8 | - | 4300 روپے |
| مزدور 9 | - | 3500 روپے |
| مزدور 10 | - | 3500 روپے |

ان معطیات کے لئے کیا اوسط تنخواہ (یا) تنخواہوں کا بہتاتیہ ایک نمائندہ قدر رکھتے ہیں۔ آئیے اس پیداواری صیغہ میں اوسط تنخواہ محسوب کرتے ہیں۔

$$\text{جملہ تنخواہ} \\ \text{ملازمین کی تعداد} = \text{اوسط تنخواہ}$$

$$= \frac{3300 + 5000 + 4000 + 4200 + 3500 + 4500 + 4200 + 4300 + 3500 + 3500 + 4000}{11} \\ = \text{Rs. } 7272.72$$

Is this salary a representative of the salaries of either the manager or the workers? No it is not. It is much lesser than the manager's salary and more than the salary of all the workers.

Now let us consider the mode. 3500 is the most frequently occurring value in the data. However, it occurs only thrice thus, cannot be a representative of the data.

Now, let us use another way of calculating the representative value.

Let us arrange the numbers in ascending order-

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

The middle value of this data is 4200 as it divides employees into 2 equal groups – 5 are earning more than 4200 and 5 are earning less. This value is called **Median** and as you can see it provides a representative picture for all.

In the above example, the number of observations is 11 i.e. an odd number, thus the median divides the data into 2 equal groups.

Now what if the number of observations were even?

Let us take the example of the production unit again. What if a new worker earning ₹ 4000 joined the production unit?

Arranging the numbers in ascending order we get-

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

Here both 4000 and 4200 lie in the middle of the data. Here the median will be calculated by

finding the average of these two values. Thus, the median salary = $\frac{4000 + 4200}{2} = ₹.4100$.

Example 8 : The monthly incomes of 7 graduates is ₹ 8000, ₹ 9000, ₹ 8200, ₹ 7900, ₹ 8500, ₹ 8600 and ₹ 60000. Find the median income.

Solution : Arranging the incomes in ascending order we get : 7900, 8000, 8200, 8500, 8600, 9000, 60000

Number of observations = 7

Middle term, i.e., 4th term in the data = 8500

Thus, the median income = ₹ 8500

Example 9 : Find the median of 49, 48, 15, 20, 28, 17, 14 and 110.

Solution : Ascending order of observations = 14, 15, 17, 20, 28, 48, 49, 110

Number of observations = 8

Middle terms i.e. the 4th and 5th values are 20 and 28.

کیا یہ تنخواہ مینجر یا مزدوروں کی تنخواہوں کی نمائندگی کرتی ہے۔ نہیں۔ یہ نہیں کرتی۔ یہ مینجر کی تنخواہ سے بہت کم ہے اور تمام مزدوروں کی تنخواہ سے بہت زیادہ ہے۔

آئیے بہتاتیہ پر غور کریں۔ 3500 معطیات میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرایا گیا ہے۔ یعنی صرف 3 مرتبہ چنانچہ یہ معطیات کی نمائندگی نہیں کر سکتی۔

آئیے! اس نمائندہ قدر کو ایک اور طریقہ سے محسوب کرتے ہیں۔

اعداد کو صعودی ترتیب میں یکجا کریں

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40,000

ان معطیات کی درمیانہ قدر 4200 ہے جیسے کہ یہ ملازمین کو 2 گروپ میں تقسیم کرتا ہے 5 ملازمین 4200 سے زیادہ کماتے ہیں اور 15 اس سے کم یہ مقدار وسطانیہ کہلاتی ہے اور آپ دیکھ سکتے ہیں یہ تمام کے لئے ایک نمائندہ تصویر پیش کرتی ہے۔ اور اوپر دی گئی مثال میں مشاہدات کی تعداد 11 ہے جو کہ ایک طاق عدد ہے چنانچہ وسطانیہ معطیات کو 2 مساوی گروپ میں تقسیم کرتا ہے۔

اگر مشاہدات کی تعداد جفت ہو تو؟

آئیے اب ایک اور پیداواری صیغہ کی مثال لیتے ہیں۔ اگر ایک نیا مزدور -/4000 Rs. کمائی کے ساتھ اس پیداواری صیغہ میں شامل ہوتا ہے تو کیا ہوگا۔ اعداد کو صعودی ترتیب میں لکھنے پر

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 4000

یہاں دو اعداد 4000 اور 4200 معطیات کے درمیان میں واقع ہے یہاں وسطانیہ کو ان دو اعداد کے اوسط سے معلوم کریں

$$= \frac{4000 + 4200}{2} = Rs. 4100$$

مثال 8:- 7 گریجویٹ کی ماہانہ آمدنی ₹8000، ₹9000، ₹8200، ₹8200، ₹8200، ₹7900، ₹8500، ₹8600 اور ₹60000 ہیں۔ وسطانیہ آمدنی معلوم کیجئے۔

حل:- آمدنی کو صعودی ترتیب میں لکھنے پر 7900, 8000, 8200, 8500, 8600, 9000, 60000

مشاہدات کی تعداد = 7

معطیات میں چوتھا رکن یعنی درمیانی رکن = 8500

چنانچہ وسطانیہ آمدنی = ₹. 8500/-

مثال 9:- اعداد 14، 17، 28، 20، 15، 48، 49 اور 110 کا وسطانیہ معلوم کیجئے۔

حل:- 14, 15, 17, 20, 28, 48, 49, 110 = مشاہدات کی صعودی ترتیب

مشاہدات کی تعداد = 8

درمیانہ ارکان یعنی کہ چوتھی اور پانچویں قدر 20 اور 28 ہیں۔

$$\text{Median} = \text{Average of } 4^{\text{th}} \text{ and } 5^{\text{th}} \text{ values} = \frac{20 + 28}{2} = 24$$

Thus, median of the given data is 24

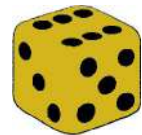


Exercise - 3

- Say true or false and why?
 - The difference between the largest and smallest observations in a data set is called the mean.
 - In a bar graph, the bar which has greater length may contains mode.
 - Value of every observation in the data set is taken into account when median is calculated.
 - The median of a set of numbers is always one of the numbers
- The monthly income (in rupees) of 7 households in a village are 1200, 1500, 1400, 1000, 1000, 1600, 10000. (i) Find the median income of the house holds. (ii) If one more household with monthly income of ₹1500 is added, what will the median income be?
- Observations of a data are 16, 72, 0, 55, 65, 55, 10, and 41. Chaitanya calculated the mode and median without taking the zero into consideration. Did Chaitanya do the right thing?
- How many distinct sets of three positive integers have a mean of 6, a median of 7, and no mode?
- Four integers are added to a group of integers 3, 4, 5, 5 and 8 and the mean, median, and mode of the data increases by 1 each. What is the greatest integer in the new group of integers?

Play the Game

Take a dice numbered 1, 2, 3, 4, 5 and 6 on its faces. Make a group of three students. Ask each student to roll the dice and record the number, turn by turn. Repeat the process for 10 rounds. Now each student will have 10 numbers each. Find the mean, median and mode of data of each student.



7.6 Presentation of data

We have already learnt how to present data in bar graphs and pictographs in class 6. Pictographs represent data using pictures of objects. However, presenting data by a pictograph is often time consuming and difficult. Bar graphs help in presenting data with much more ease.

$$چوتھی اور پانچویں قدر کا اوسط = \frac{20+28}{2} = 24$$

لہذا دیئے گئے معطیات کا وسطانیہ 24 ہے۔

مشق - 3



1. صادق ہے یا کاذب ہے بتلائیے۔ اور کیوں؟
 - (i) ایک معطیات کے سیٹ میں اعظم ترین اور اقل ترین مشاہدات کے درمیان فرق کو اوسط حسابیہ کہتے ہیں۔
 - (ii) ایک بار گراف میں وہ بار جو سب سے زیادہ طویل ہوتا ہے بہتاتیہ کہلاتا ہے۔
 - (iii) وسطانیہ محسوب کرنے کیلئے معطیات کے سیٹ میں ہر مشاہدہ کی قدر لی جاتی ہے۔
 - (iv) ایک اعداد کے سیٹ میں وسطانیہ بھی ہمیشہ ان میں ایک عدد ہوتا ہے۔
2. ایک گاؤں میں 7 خاندانوں کی ماہانہ آمدنی (روپیوں میں) 1000، 1000، 1400، 1500، 1200، 1600، 10000 ہے۔ (i) کنبوں کی وسطانیہ آمدنی معلوم کیجئے (ii) اگر ایک اور خاندان کی ماہانہ آمدنی Rs. 1500 روپے اس میں شامل کر لی جائے تب وسطانیہ کیا ہوگا۔
3. ایک معطیات کے مشاہدات 16، 72، 0، 55، 65، 55، 10، اور 41 ہیں رُفیع اس میں "0" کو لئے بغیر وسطانیہ اور بہتاتیہ محسوب کرتا ہے کیا رُفیع کا یہ عمل صحیح ہے؟
4. تین مثبت صحیح اعداد سے کتنے سٹس بنائے جاسکتے ہیں جس کا اوسط حسابیہ 6، وسطانیہ 7، اور جس میں بہتاتیہ نہیں پایا جاتا۔
5. ایک صحیح اعداد کے گروپ 3، 4، 5، 5، اور 8 میں چار صحیح اعداد شامل کئے جائیں اور معطیات کا اوسط حسابیہ، وسطانیہ اور بہتاتیہ میں 1 کا اضافہ کر دیا جائے تو صحیح اعداد کے لئے گروپ میں اعظم ترین صحیح عدد کیا ہوگا۔

کھیل کھیلئے



ایک پانسہ لیجئے جس کے رُخوں پر اعداد 1، 2، 3، 4، 5، اور 6 لکھا ہو۔ تین طلباء کا ایک گروپ بنائیے ہر طالب علم سے کہئے کہ وہ ایک کے بعد ایک پانسہ کو گھما کر پھینکیں اور عدد درج کرتے جائیں اس طرح اس عمل کو 10 مرتبہ دہرائیں اب ہر طالب علم کے پاس 10 عدد ہوں گے۔ ہر طالب علم کے معطیات سے اوسط حسابیہ، وسطانیہ اور بہتاتیہ معلوم کیجئے۔

7.6 معطیات کا اظہار Presentation of Data :-

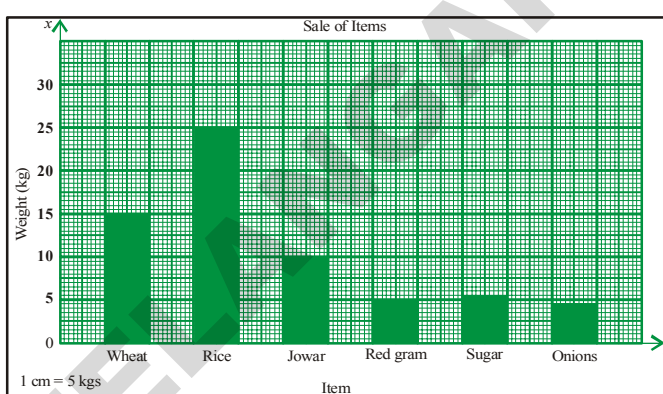
ہم ششم جماعت میں پہلے ہی سیکھ چکے ہیں کہ کس طرح معطیات کو تصویری گراف اور بار گراف میں پیش کیا جاتا ہے۔ تصویری گراف میں معطیات کو مختلف اشیاء کی تصاویر کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔ بہر حال معطیات کو تصویری گراف میں پیش کرنے پر نہ صرف اس میں کافی وقت صرف ہوتا ہے بلکہ یہ مشکل بھی ہے معطیات کو بار گراف میں پیش کرنا آسان ہے۔

7.6.1 Bar Graph

In this section we will learn a little more about bar graphs. We know that bar graphs are made up of bars of uniform width which can be drawn horizontally or vertically with equal spacing between them. The length of each bar tells us the frequency of the particular item. We also know that the length of the bar graph is as per scale.

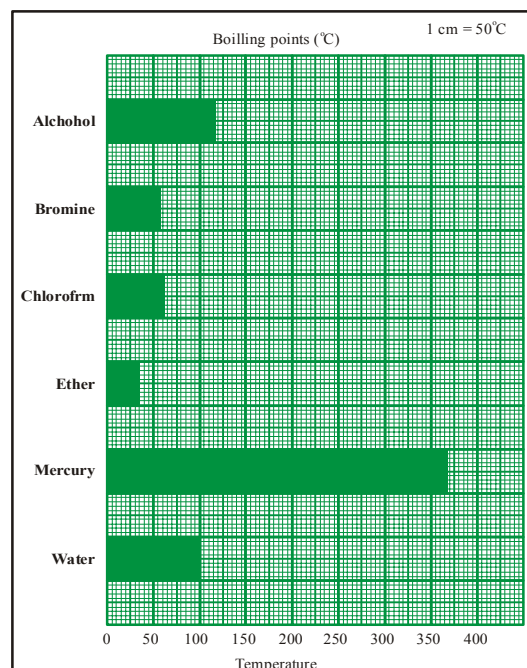
Example 10 : The bar graph shows the one day sales of various items in a shop.

- What are taken on x-axis and y axis?
- What is the scale selected on the y-axis?
- Which of these provisions has most sale? How much?
- Is the sale of onions more than red gram?
- What is the ratio between the sale of jowar and the sale of red gram?



Example 11 : Observe another bar graph.

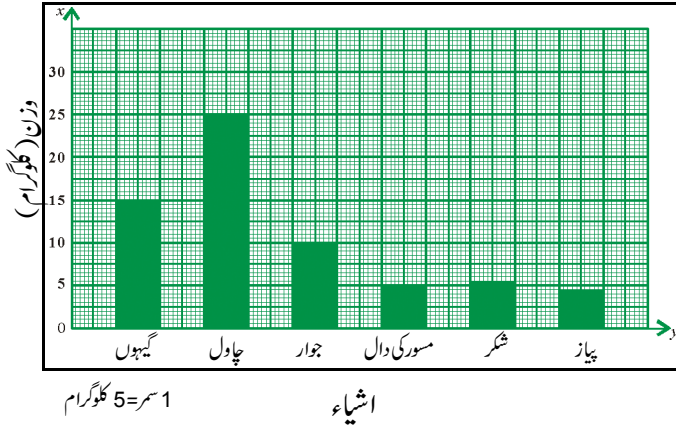
- What information does the graph give us?
- What are taken on x-axis and y-axis?
- Which of these liquids has highest boiling point?
- Which of these liquids has the lowest boiling point?
- What is the approximate ratio between the boiling point of mercury and the boiling point of ether?



7.6.1 بارگراف Bar Graph :-

اس سیکشن میں بارگراف کے تعلق سے ہم معلومات حاصل کریں گے ہم جانتے ہیں کہ بارگراف مساوی چوڑائی والے بار کے ذریعہ بنایا جاتا ہے۔ اور جسے افقی (یا) انحصابی اور ان کے درمیان مساوی فاصلہ رکھتے ہوئے اُتاراجاتا ہے۔

مثال 10:- بارگراف ایک دکان میں مختلف اشیاء کے ایک دن کی فروخت کو بتلاتا ہے۔



(i) محور اور y محور پر کیا لیا گیا؟

(ii) محور پر منتخب پیمانہ کیا ہوگا؟

(iii) دیئے گئے گراف میں سب سے زیادہ

فروخت کس کی ہے اور کتنی ہے؟

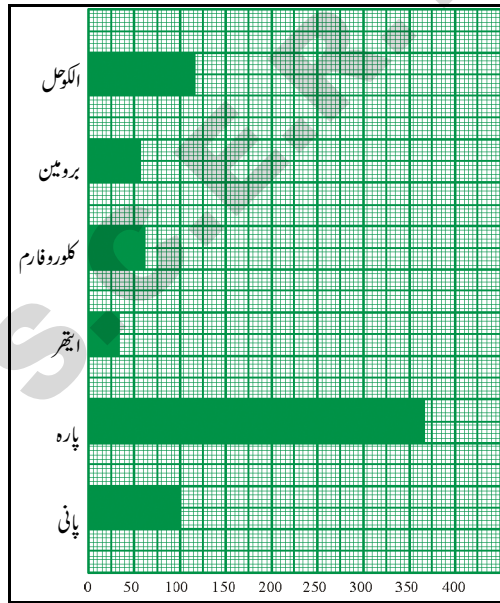
(iv) کیا پیاز کی فروخت مسورکی دال سے زیادہ

ہے؟

(v) مسورکی دال کی فروخت اور جوار کی فروخت کے درمیان کیا نسبت ہے؟

مثال 11:- ایک اور بارگراف کا مشاہدہ کیجئے۔

نقطہ جوش (°C)



1 سر = 50 ڈگری سینٹی گریڈ

تپش

(i) گراف ہم کو کیا معلومات فراہم کرتا ہے؟

(ii) محور اور y محور پر کیا لیا گیا؟

(iii) کونسا مائع سب سے زیادہ نقطہ جوش رکھتا ہے؟

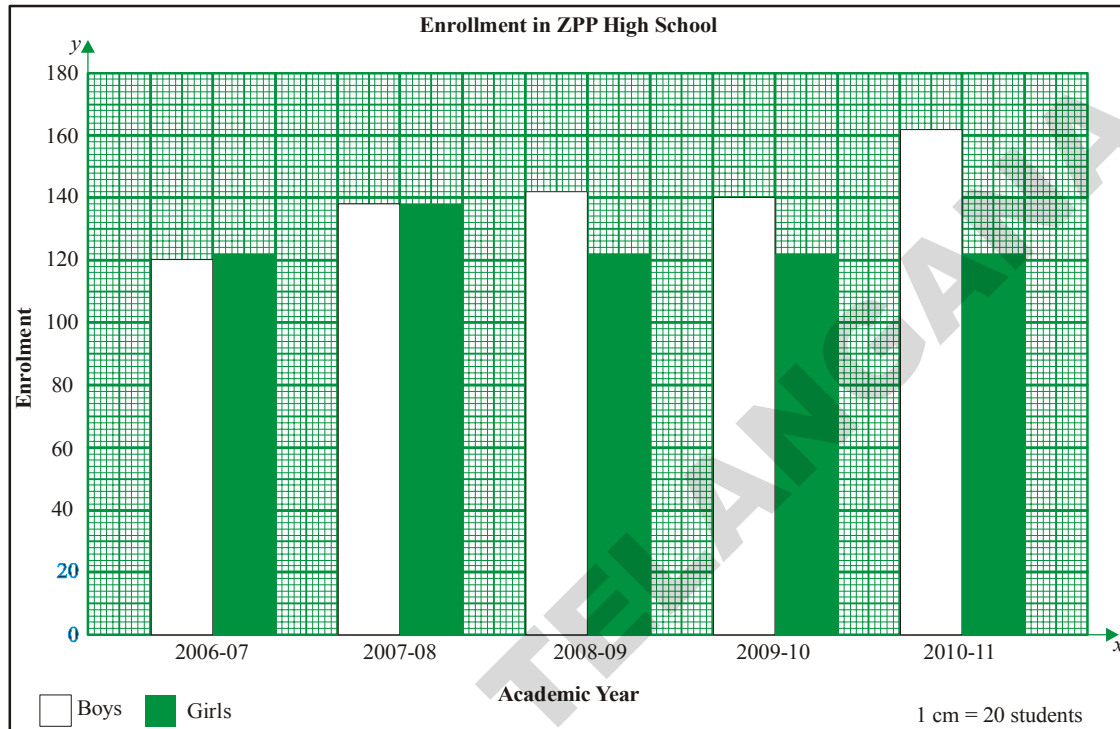
(iv) کونسا مائع سب سے کم نقطہ جوش رکھتا ہے؟

(v) ایٹھر کے نقطہ جوش اور پارہ کے نقطہ جوش میں کیا نسبت ہے؟

7.6.2 Double Bar Graph

Now let us learn about another type of bar graph

Example 12 : Study the following graph representing the total enrolment of boys and girls in ZPP High School and answer the following questions.



Did you notice that there are two bars for each year? What does the first bar tell you? What does the second bar tell you? This kind of bar graph is called **Double bar graph**. It presents two observations side by side.

- In which year is the enrolment of girls more than the boys?
- In which year is the enrolment of boys and girls the same?
- In which year is the enrolment of girls minimum?
- What is the total enrolment in the year 2007-08?

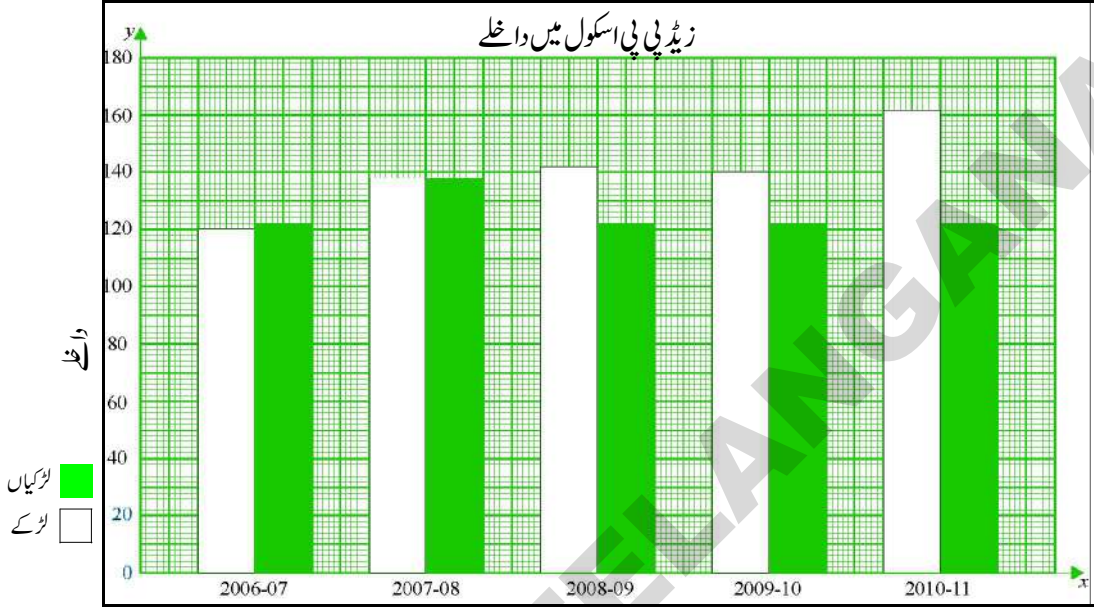
Example 13 : The following are the marks in Maths and Science of five students in class VII. Present this data in the form of a double bar graph.

| Name of Student | Maths | Science |
|-----------------|-------|---------|
| Saravan | 70 | 75 |
| Raman | 35 | 30 |
| Mani | 65 | 75 |
| Renuka | 90 | 100 |
| Girija | 22 | 35 |
| Sharmila | 50 | 50 |

7.6.2 دوہرا بارگراف Double Bar Graph:-

اب ہم بارگراف کی ایک اور قسم کے بارے میں معلومات حاصل کرتے ہیں۔

مثال 12:- ذیل میں دیئے گئے گراف کا مطالعہ کیجئے جو کہ زیڈ پی پی ہائی اسکول میں لڑکوں اور لڑکیوں کے سال 2006-2011 کے دوران کل اندراج کو بتلایا گیا ہے تب ذیل کے سوالات کے جواب دیجئے۔



1 سر = 20 طالب علم

کیا آپ جانتے ہیں کہ ہر ایک سال کے لئے دو بار دیئے گئے ہیں۔ پہلا بار آپ سے کیا کہتا ہے؟ اور دوسرا بار آپ کو کیا بتلاتا ہے؟ اس قسم کے بارگراف کو دوہرا بارگراف Double bar Graph کہتے ہیں۔ یہ دو مشاہدوں کو پہلو بہ پہلو (بازو، بازو) ظاہر کرتا ہے۔

(i) کونسے سال میں لڑکیوں کا داخلہ، لڑکوں کے داخلے سے زیادہ ہے؟

(ii) کونسے سال میں لڑکیوں اور لڑکوں کے داخلے مساوی ہے؟

(iii) کونسے سال میں لڑکیوں کا داخلہ اقل ترین ہے؟

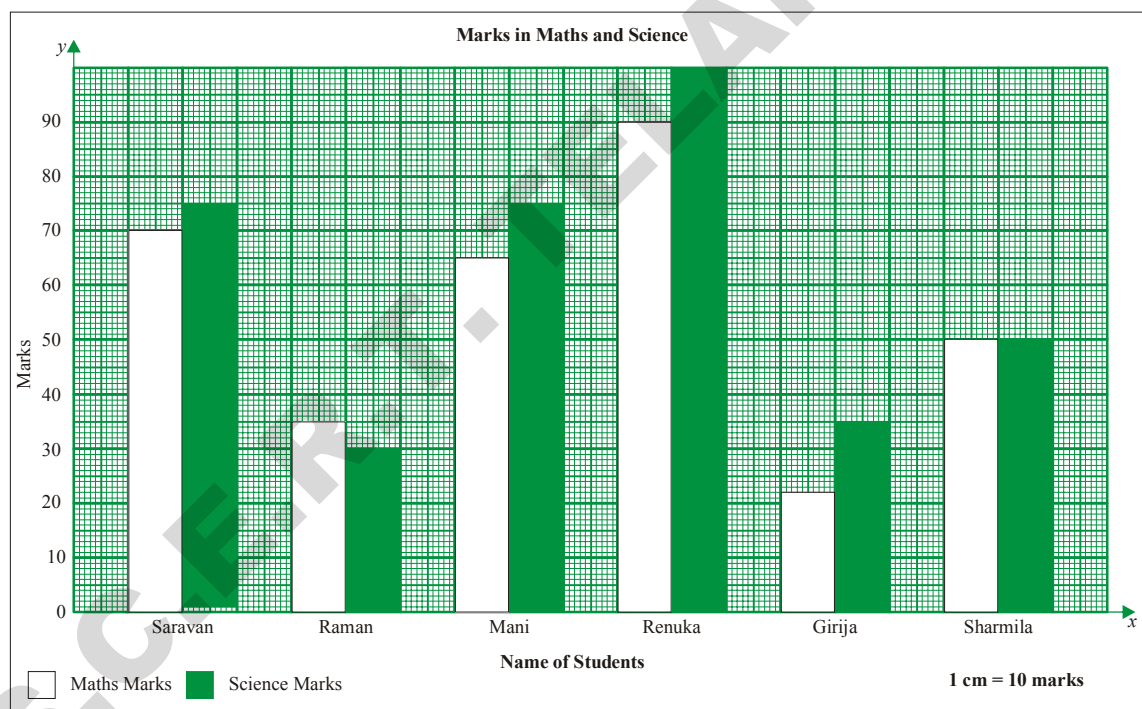
(iv) سال 2007-08 میں کل داخلے کیا ہیں؟

مثال 13:- ساتویں جماعت میں 5 طلباء کے ریاضی اور سائنس کے نشانات ذیل میں دیئے گئے ہیں؟ ان معطیات کو ایک دوہرے بارگراف کی شکل میں ظاہر کیجئے۔

| طلباء کے نام | تقی | طیب | زاہدہ | زیدی | رحمت | نصرت |
|--------------|-----|-----|-------|------|------|------|
| ریاضی | 70 | 35 | 65 | 90 | 22 | 50 |
| سائنس | 75 | 30 | 75 | 100 | 35 | 50 |

Solution : Steps in drawing a double bar graph.

1. Draw x -axis (horizontal line) and y -axis (vertical line) on the graph paper and mark their intersection as O.
2. Take names of students on x -axis.
3. Take Maths and Science marks on y -axis,
4. Take an appropriate scale on y -axis so that maximum marks of both the subjects fit on the graph sheet. Here the maximum value to be plotted on Y - axis is 100, so the scale 1 cm = 10 marks, is appropriate.
5. Find the length of each bar by dividing the value by 10 (Scale is 1 cm = 10 marks).
6. Draw bars representing 'Maths marks ' and 'Science marks' side by side of every student.



7.6.3 Pie Charts

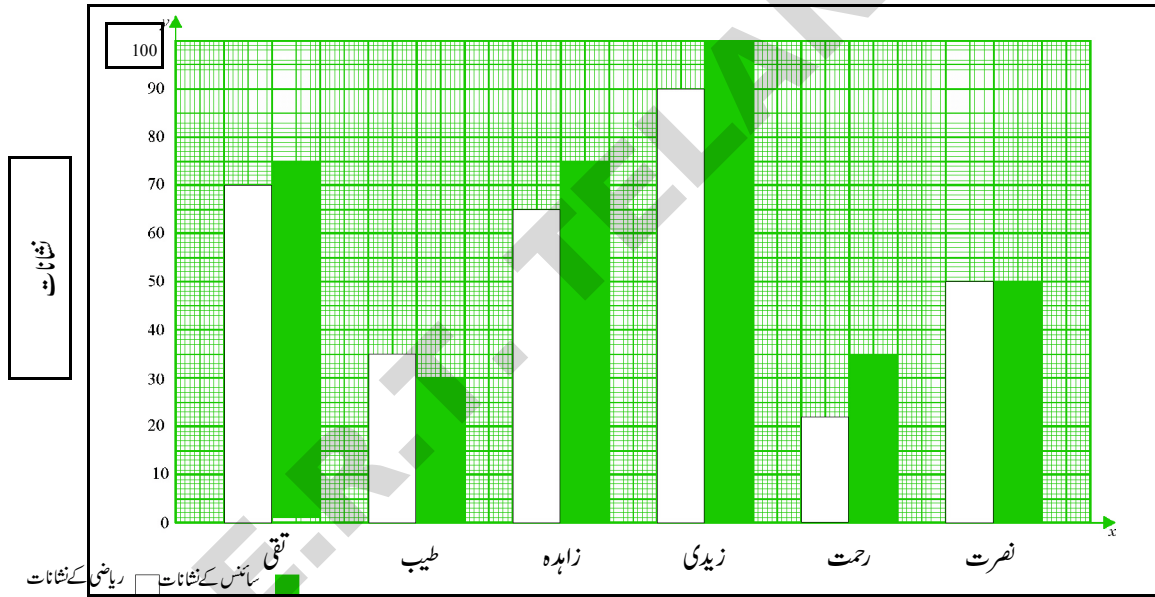
Another way in which data can be presented is through pie charts.

The monthly budget of a family is given in the table on the left. This data has been presented in a pie chart on the right. The higher the share of expenditure of particular item of the total income, the more the area occupied by the item in the pie chart.

حل :- ایک دوہرے بارگراف کی بناوٹ کے مراحل

- ایک تریسی کاغذ پر x محور (افقی خط) اور y محور (انحصالی خط) اتاریے اور دونوں کے نقطہ تقاطع کو "O" کا نام دیجئے۔
- x محور پر طلباء کے نام درج کیجئے
- y محور پر مضامین (ریاضی اور سائنس) کے نشانات درج کیجئے۔
- y محور پر مناسب پیمانہ اس طرح لیجئے کہ دونوں مضامین کے اعظم ترین نشانات تریسی کاغذ پر نمایاں ہو سکیں۔ لہذا Y محور پر زیادہ سے زیادہ قدر 100 تک لیجئے۔
- مشاہدہ کو 10 سے تقسیم کرتے ہوئے ہر بار کا طول معلوم کیجئے۔ (پیمانہ 1 سمر = 10 نشانات ہے)
- ”ریاضی کے نشانات“ اور ”سائنس کے نشانات“ کو متصل (بازو بازو) ظاہر کرتے ہوئے تمام بار اتاریے۔

ریاضی اور سائنس کے نشانات

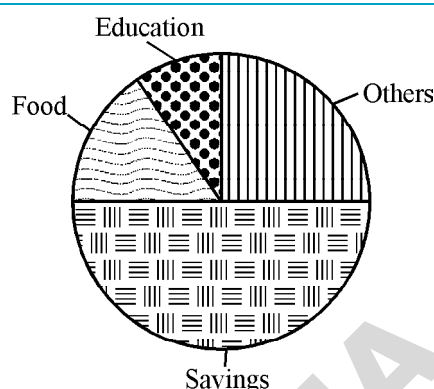


1 سمر = 10 نشانات

7.6.3 دائروی ترسیم یا پی شکل Pie Graph :-

ایک اور طریقہ جس میں معطیات کو ظاہر کیا جاسکتا ہے وہ پی گراف ہے ایک خاندان کا ماہانہ بجٹ کو بانیں جانب جدول میں دیا گیا ہے ان معطیات کو دائیں جانب پی گراف میں پیش کیا گیا ہے۔ کل کمائی کے مخصوص اجزاء کے زیادہ سے زیادہ خرچ کے حصے کو پی گراف میں قطاع کے ذریعہ پیش کیا گیا۔

| Budget head | Amount (₹) |
|--------------|------------|
| Food | 1500 |
| Education | 750 |
| Others | 2250 |
| Savings | 4500 |
| Total income | 9000 |



Looking at the pie chart answer the following questions.

- What is the shape of the pie chart?
- What is the name of each shape used to present different items in the pie chart?
- Say true or false
 - The largest part of the income is saved.
 - Least amount of money is spent on education.

7.6.4 Drawing a pie chart

Now, let us learn about how data is presented on a pie chart.

The pie chart represents each item as a portion of the circle, as how much part of the total income is shared by the particular item.

We know that the total angle at the centre of a circle is 360° . We can assume that it represents the total of all observations i.e. ₹9000.

Each item of expenditure is a part of the total income thus, the angle of the sector or the area of the sector will depend on the ratio between the item of expenditure and total income.

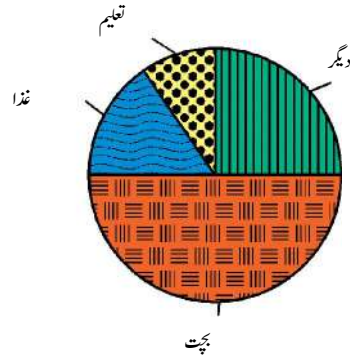
$$\text{Thus, the angle of each sector} = \frac{\text{Amount of Expenditure}}{\text{Total Income}} \times 360^\circ$$

We make below table to find the angle of the sectors.

| Budget head | Amount of expenditure | Ratio between expenditure and total income | Angle of sector or area of the sector |
|-------------|-----------------------|--|--|
| Food | 1500 | $\frac{1500}{9000} = \frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$ |
| Education | 750 | $\frac{750}{9000} = \frac{1}{12}$ | $\frac{1}{12} \times 360^\circ = 30^\circ$ |
| Others | 2250 | $\frac{2250}{9000} = \frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$ |
| Savings | 4500 | $\frac{4500}{9000} = \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$ |

Note: Check whether the sum of all the angles of the sectors equal to 360° ?

| رقم | بجٹ کے ذمے |
|------|------------|
| 1500 | غذا |
| 750 | تعلیم |
| 2250 | دیگر |
| 4500 | بچت |
| 9000 | جملہ آمدنی |



پہلی شکل کو دیکھتے ہوئے حسب ذیل سوالات کے جواب دیجئے۔

- (i) پی گراف کی شکل کیسی ہے۔
(ii) پی گراف میں دیئے گئے مختلف اشکال کے نام کیا ہیں۔ جو مختلف زمروں (اشیاء) کو ظاہر کرتے ہیں۔
(iii) صادق یا کاذب لکھئے (a) کمائی کے بڑے حصہ کی بچت کی گئی ہے
(b) رقم کا سب سے کم حصہ تعلیم کے لئے مختص کیا گیا ہے۔

7.6.4 ایک پی گراف اُتارنا Drawing a Pie Chart:-

آئیے اب ہم سیکھیں گے کہ معطیات کو پی شکل میں کس طرح پیش کیا جاسکتا ہے پی شکل ہر مد کو دائرہ کے ایک حصے کے طور پر پیش کرتا ہے کہ کل آمدنی میں سے کتنا حصہ اُس مد کو ظاہر کرتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ ایک دائرے کے مرکز پر جملہ زاویہ 360° ہے۔ ہم فرض کریں گے کہ یہ تمام مشاہدات جو کہ 9000 پر مبنی ہے اخراجات کا ہر حصہ کل کمائی کا ایک حصہ ہے۔ چنانچہ قطاع کا زاویہ یا قطاع کا رقبہ مدت کل کمائی اور اخراجات کے درمیان نسبت پر منحصر ہوتا ہے۔

$$\text{چنانچہ} \quad \text{ہر قطاع کا زاویہ} = 360^\circ \times \frac{\text{اخراجات کا جزوی حصہ}}{\text{کل کمائی}}$$

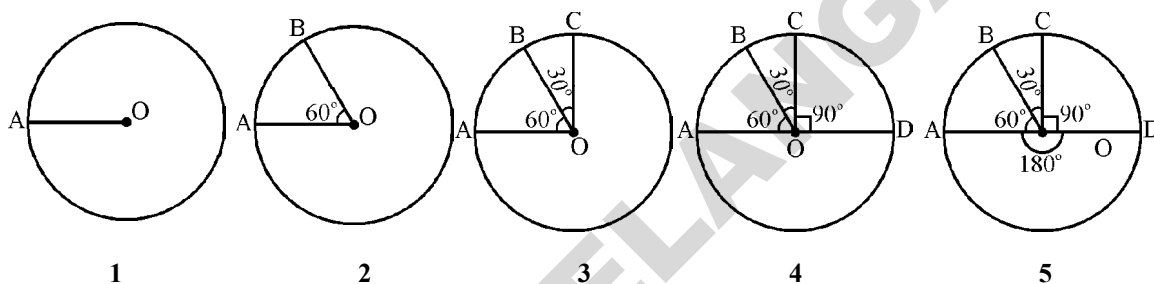
ہم کو قطاع کا زاویہ معلوم کرنے کے لئے ایک جدول بنانا ہے

| قطاع کا زاویہ (یا) قطاع کا رقبہ | جملہ کمائی اور اخراجات کے درمیان نسبت | خرچ کی گئی رقم | بجٹ کے عنوانات |
|--|---------------------------------------|----------------|----------------|
| $\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$ | $\frac{1500}{9000} = \frac{1}{6}$ | 1500 | غذا |
| $\frac{1}{12} \times 360^\circ = 30^\circ$ | $\frac{750}{9000} = \frac{1}{12}$ | 750 | تعلیم |
| $\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$ | $\frac{2250}{9000} = \frac{1}{4}$ | 2250 | دیگر |
| $\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$ | $\frac{4500}{9000} = \frac{1}{2}$ | 4500 | بچت |

نوٹ:- جانچ کیجئے کہ قطاع کے تمام زاویوں کا مجموعہ 360° ہو

Steps of construction

1. Draw a circle with any convenient radius and mark its centre 'O'.
2. Mark a point A, somewhere on the circumference and join OA.
3. Construct angle of the sector for food = 60° . Draw $\angle AOB = 60^\circ$.
4. Construct angle of the sector for education = 30° . Draw $\angle BOC = 30^\circ$.
5. Construct angle of the sector for other = 90° . Draw $\angle COD = 90^\circ$.
6. Now $\angle DOA = 180^\circ$ represents the angle sector for savings.



Exercise - 4

1. Draw a bar graph for the following data.

Population of India in successive census years-

| Year | 1941 | 1951 | 1961 | 1971 | 1981 | 1991 | 2001 |
|--------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Population (in millions) (approx) | 320 | 360 | 440 | 550 | 680 | 850 | 1000 |

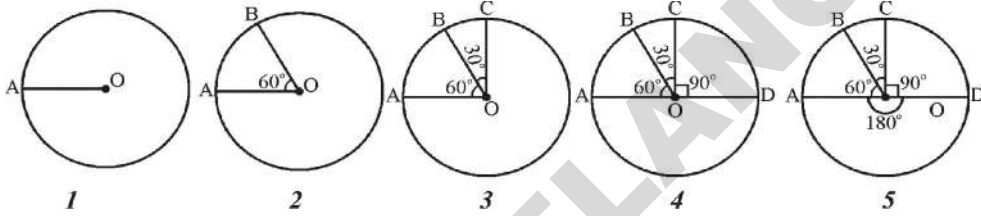
Source : Data from census of India 1991 and 2001.

2. Draw a pie chart for the following data.

| Item of expenditure | Food | Health | Clothing | Education | Savings |
|------------------------|------|--------|----------|-----------|---------|
| Amount spent in rupees | 3750 | 1875 | 1875 | 1200 | 7500 |

بناوٹ کے مراحل :-

1. کوئی مناسب نصف قطر لیتے ہوئے ایک دائرہ بنائیے اور اس کے مرکز کو "O" کا نام دیجئے۔
2. محیط پر کہیں بھی ایک نقطہ A لیجئے اور OA کو ملائیے
3. مد، غذا کے لئے قطاع کا زاویہ 60° بنائیے یعنی $\angle AOB = 60^\circ$ لیجئے
4. تعلیم کے لئے قطاع کا زاویہ 30° بنائیے یعنی $\angle BOC = 30^\circ$ لیجئے
5. دیگر کے لئے قطاع کا زاویہ 90° بنائیے یعنی $\angle COD = 90^\circ$ لیجئے
6. اب $\angle DOA = 180^\circ$ بنائیں گے جو کہ بچت کے لئے قطاع کے زاویے کو ظاہر کرتا ہے۔



مشق - 4



1. حسب ذیل معطیات کے لئے ایک بارگراف بنائیے۔

مردم شماری کے سال میں ہندوستان کی آبادی

| سال | 1941 | 1951 | 1961 | 1971 | 1981 | 1991 | 2001 |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| آبادی (ملین میں) | 320 | 360 | 440 | 550 | 680 | 850 | 1000 |

(ذرائع: مردم شماری 1991 تا 2001 کے معطیات سے)

2. حسب ذیل معطیات کا پی گراف بنائیے

| بچت | تعلیم | لباس | صحت | غذا | اخراجات کی اشیاء |
|------|-------|------|------|------|------------------|
| 7500 | 1200 | 1875 | 1875 | 3750 | خرچ کی گئی رقم |

3. Draw a double bar graph for the following data.
Birth and Death rates of different states in 1999.

| State | Birth Rate (Per 1000) | Death Rate (Per 1000) |
|----------------|-----------------------|-----------------------|
| Andhra Pradesh | 22 | 8 |
| Karnataka | 22 | 8 |
| Tamil Nadu | 19 | 8 |
| Kerala | 18 | 6 |
| Maharashtra | 21 | 8 |
| Orissa | 24 | 11 |

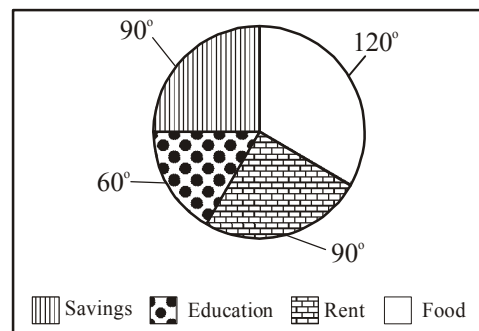
Source : The table is taken from vittal statistics SRS 1999.

4. Draw a pie chart for the following data.

Time spent by a child during a day-

| Time spent for | Sleep | School | Play | Others |
|----------------|-------|--------|-------|--------|
| Time spent | 8 hrs | 6 hrs | 2 hrs | 8 hrs |

5. The adjoining pie chart gives the expenditure on various items during a month for a family. (The numbers written around the pie chart tell us the angles made by each sector at the centre.)



Answer the following.

- On which item is the expenditure minimum?
- On which item is the expenditure maximum?
- If the monthly income of the family is ₹ 9000, what is the expenditure on rent?
- If the expenditure on food is ₹ 3000, what is the expenditure on education of children?

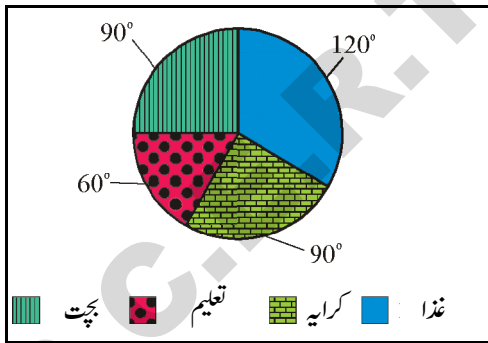
3. حسب ذیل معطیات کے لئے دوہرا بار گراف بنائیے
1999 میں مختلف ریاستوں کی شرح پیدائش و اموات

| ریاست | شرح پیدائش (فی 1000) | شرح اموات (فی 1000) |
|--------------|----------------------|---------------------|
| آندھرا پردیش | 22 | 8 |
| کرناٹک | 22 | 8 |
| تامل ناڈو | 19 | 8 |
| کیرالا | 18 | 6 |
| مہاراشٹرا | 21 | 8 |
| اڑیسہ | 24 | 11 |

(ذرائع: یہ جدول Vittal Statistics SRS 1999 سے لیا گیا ہے)

4. حسب ذیل معطیات کے لئے ایک پی گراف بنائیے۔
ایک دن میں ایک بچے کا گزارا ہوا وقت

| مشاغل | سونا | اسکول | کھیلنا | دیگر |
|---------------|---------|---------|---------|---------|
| گزارا ہوا وقت | 8 گھنٹے | 6 گھنٹے | 2 گھنٹے | 8 گھنٹے |



5. بازو دیا گیا پی گراف ایک خاندان کے ایک ماہ کے دوران مختلف اشیاء کے اخراجات کو بتلاتا ہے۔

(اعداد جو پی گراف کے اطراف دیئے گئے ہیں مرکز سے ہر

قطاع پر بننے والے زاویوں کو بتلاتے ہیں۔

حسب ذیل سوالات کے جواب دیجئے۔

- کس مد پر اخراجات سب سے کم ہیں؟
- کس مد پر اخراجات سب سے زیادہ ہیں؟
- اگر خاندان کی ماہانہ کمائی 9000 روپے ہو تو کرایہ پر اس کا خرچ کیا ہوگا؟
- اگر غذا پر 3000 روپے خرچ ہوں تو بچوں کی تعلیم پر کیا خرچ ہوگا؟



Project Work

1. Gather information of the number of different kinds of houses in your locality (ward / colony / village). Then find mode.
2. Collect the item-wise expenditure of your family in a month and represent it as a pie chart.
3. Collect different data presented in the form of bar graphs and pie charts in magazines, newspapers etc. and present them on your school bulletin board.
4. Collect daily attendance of your class for a week and find its average.



Looking back

- Mean, mode and median are representative values for a data set.
- Arithmetic mean or mean is equal to sum of all the observations of a data set divided by the number of observations. It lies between the lowest and highest values of the data.
- An observation of data that occurs most frequently is called the mode of the data. A data set may have one or more modes and sometimes none.
- Median is simply the middle observation, when all observations are arranged in ascending or descending order. (In case of even number of observations median is the average of middle two observations.)
- A pie chart is a circular chart /graph divided into sectors, and is used to present data.
- The central angle of each sector (and consequently its area) in a pie chart, is proportional to the quantity that it represents.



Dr. C.R. Rao (India)

1920 AD

A well known Statistician, famous for his "Theory of Estimation" (1945). He worked on Cramer-Rao Inequality and Fisher-Rao theorem.



گھر کے لئے منصوبہ Home Project :-



1. آپ کے محلے (وارڈ/کالونی/گاؤں) میں مختلف اقسام کے مکانات کی تعداد کے معلومات جمع کیجئے اور بہتاتیہ معلوم کیجئے۔
2. ایک ماہ میں آپ کے خاندان کے اشیاء کی مناسبت سے اخراجات جمع کیجئے اور اسے پئی گراف میں ظاہر کیجئے۔
3. اخبارات، میگزین وغیرہ سے بارگراف اور پئی گراف کی شکل میں پیش کئے گئے معطیات کو جمع کیجئے اور اسے آپ کے اسکول کے تختہ خبر نامہ پر چسپاں کیجئے۔
4. ایک ہفتے میں آپ کی جماعت کی روزانہ کی حاضری کو جمع کیجئے اور اس سے ایک ہفتہ کی حاضری کا اوسط دریافت کیجئے۔

ہم نے کیا سیکھا؟



- ☆ دیئے گئے معطیات کے سیٹس کے لئے اوسط حسابیہ، بہتاتیہ اور وسطانیہ ایک نمائندہ اقدار ہیں۔
- ☆ اوسط حسابیہ ایک معطیات کے سیٹس کے تمام مشاہدات کے مجموعہ کو جسے مشاہدات کی تعداد سے تقسیم کیا جاتا ہے معطیات کی اعظم ترین اور اقل ترین قدر کے درمیان واقع ہوتا ہے۔
- ☆ ایک معطیات کے مشاہدات جو سب سے زیادہ بار واقع ہوتے ہیں بہتاتیہ کہلاتے ہیں۔
- ☆ وسطانیہ ایک درمیانی مشاہدہ ہے جب تمام مشاہدات کو صعودی یا نزولی ترتیب میں رکھا جاتا ہے (مشاہدات کے جفت عدد ہونے کی صورت میں وسطانیہ درمیانی دو قدروں کا اوسط ہوتا ہے)۔
- ☆ پئی شکل ایک دائروی شکل گراف ہوتا ہے جسے مختلف قطاع میں تقسیم کیا جاتا ہے اور اسے معطیات کے اظہار میں استعمال کیا جاتا ہے۔
- ☆ ایک پئی شکل میں ہر ایک قطاع کا مرکزی زاویہ (اور رقبہ) اس کی مقدار سے تناسب میں ہوتا ہے جو کہ پیش کی گئی۔



ڈاکٹری وی راؤ (ہندوستان)

1920ء

وہ ایک نامور شماریات داں تھے۔ وہ ”تھیوری آف اسٹیمیشن“ (1945) کے لیے کافی مشہور ہوئے۔ انہوں نے کراچی، راولپنڈی اور فٹنر۔ راولپنڈی میں کام کیا۔

CONGRUENCY OF TRIANGLES

8



8.0 Introduction

If we take a pile of one rupee coins and place them one on top of the other, they would match perfectly. Do you know why this happens? This is because all the coins have the same size and shape. In the same way papers of a blank note book have the same size and shape.



Look around you and find some examples of objects that share this kind of similarity i.e. they are identical in shape and size. Think of at least 5 such examples.

When we talk about objects of the same size and shape we say that the objects are congruent. A practical test of congruence is to place one object over the other and see if they superimpose exactly.

Activity:

Are all ten rupee notes congruent? How will you check?



Similarly, check whether 5 rupee notes are congruent. Write your observations.



We see many examples of congruent objects all around us. Now, think of some shapes that are congruent.

مثلثات کی متماثلت

Congruency of Triangles

8.0 تمہید



اگر ہم ایک روپے کے سکوں کی ڈھیر لیں اور ایک پر دوسرے کو رکھیں تو وہ ٹھیک جم جائیں گے۔ کیا آپ جانتے ہیں ایسا کیوں ہوتا ہے؟ ایسا اس لئے ہوتا ہے کیوں کہ تمام سکے جسامت اور شکل میں ایک جیسے ہوتے ہیں۔

اسی طرح کاپی کے تمام اوراق کی جسامت اور شکل ایک جیسی ہوتی ہے۔

اپنے اطراف دیکھئے اور اس طرح مشابہت رکھنے والی تمام اشیاء کی چند مثالیں لیجئے یعنی وہ وضع اور جسامت میں مشابہہ ہوتے ہیں ایسی کم سے کم 5 مثالیں ذہن میں لائیے۔

جب ہم ایک ہی وضع اور جسامت والی اشیاء پر گفتگو کرتے ہیں تو ہم کہتے ہیں کہ اشیاء میں مماثلت ہے۔

مماثلت کی عملی جانچ ایک شے کو دوسری شے پر رکھ کر کی جاسکتی ہے۔

مشغلہ:

کیا دس روپے کے تمام نوٹ مماثل ہوتے ہیں؟ آپ اس کی جانچ کس طرح کریں گے۔



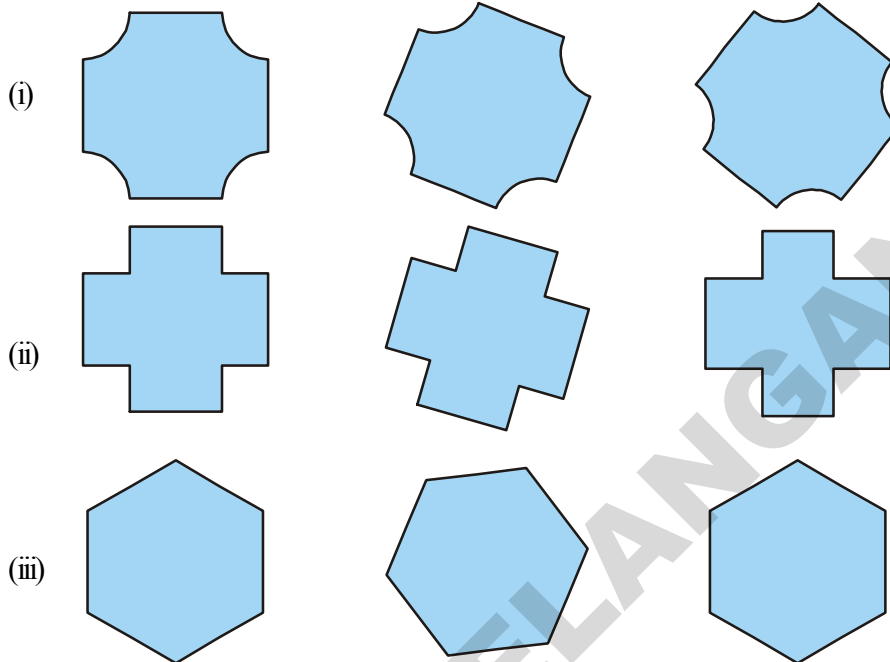
اسی طرح 5 روپے کے تمام نوٹ بھی مماثل ہوتے ہیں جانچ کیجئے



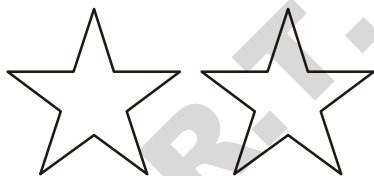
ہم اپنے اطراف مماثل اشیاء کی کئی مثالیں دیکھتے ہیں اب مماثل اشکال کی مزید مثالوں پر غور کریں گے۔

Do This

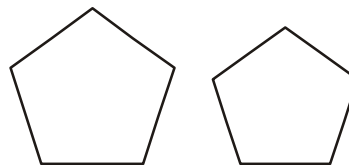
1. Here are some shapes. See whether all the shapes given in a row are congruent to each other or not. You can trace the figures and check.



2. Which of the following pairs of figures are congruent?



(i)



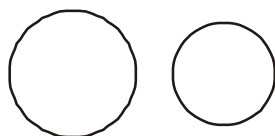
(ii)



(iii)



(iv)



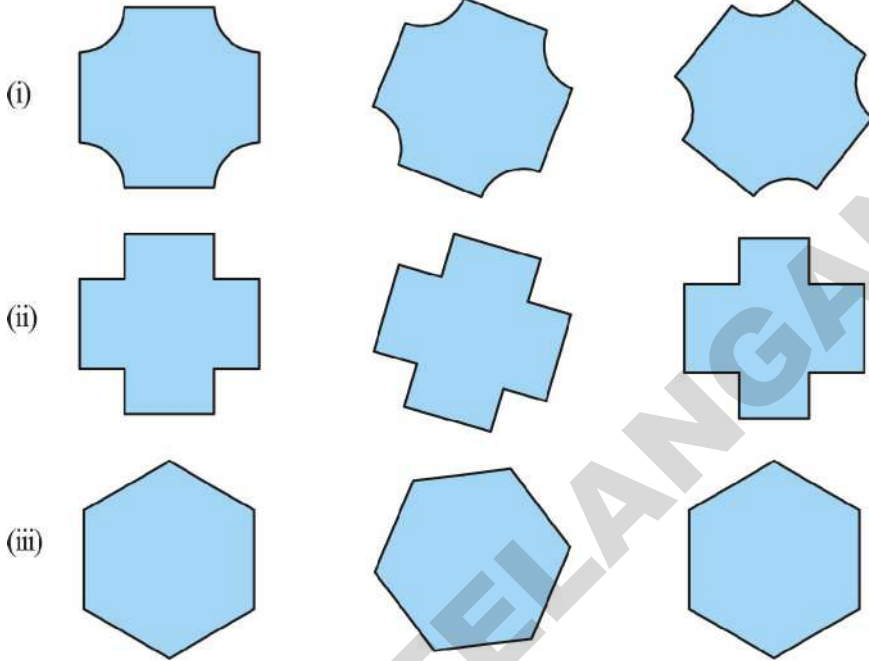
(v)



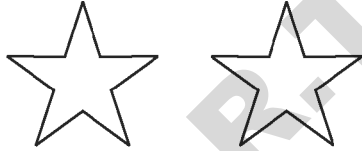
(vi)



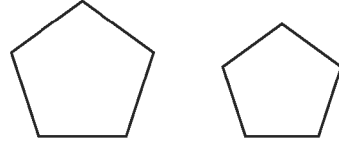
1- یہاں چند اشکال ہیں غور کیجئے کیا صف میں دی گئی تمام اشکال ایک دوسرے کے مماثل ہیں یا نہیں۔



2- ذیل میں کونسی اشکال کی جوڑیاں مماثل ہیں۔



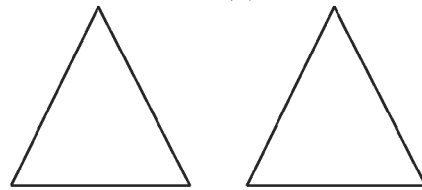
(i)



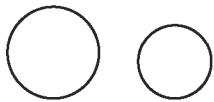
(ii)



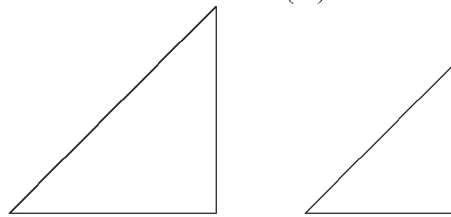
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

8.1 Congruency of line segments

Observe the two pairs of line segments given below.

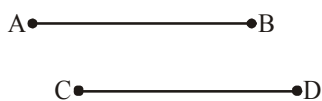


Figure 1

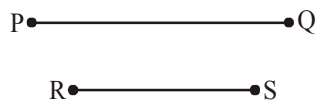


Figure 2

Copy the line segment AB on a tracing paper. Place it on CD. You will find that AB covers CD. Hence the line segments are congruent. We write $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (Congruency is denoted by \cong).

Repeat this activity for the pair of line segments in Figure 2. What do you find? Are they congruent?

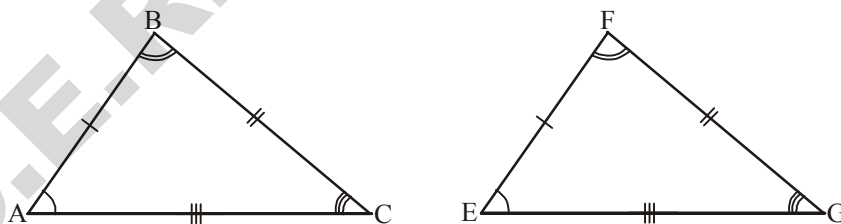
You will notice that the pair of line segments in Figure 1 match with each other because they have same length and this is not the case in Figure 2.

The line segment has only one dimension i.e., length. So if two line segments have the same length, they are congruent. Conversely, if two line segments are congruent, they have the same length.

When we write $AB = CD$, what we actually mean is $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

8.2 Congruency of triangles

We learnt that two line segments are congruent when their lengths are equal. We extend this idea to triangles. Two triangles are congruent if they are copies of one another and when superimposed, they cover each other exactly.

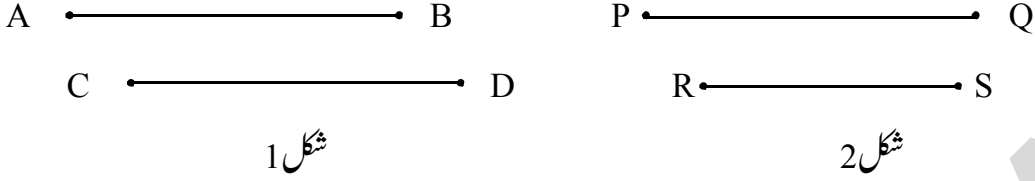


$\triangle ABC$ and $\triangle EFG$ cover each other exactly i.e. they are of the same size and shape. They are congruent triangles. We express congruency of the two triangles as $\triangle ABC \cong \triangle EFG$.

If two triangles are congruent then all the corresponding parts of the two triangles are i.e. the three angles and three sides are congruent. We also say that if the corresponding parts of two triangles are congruent, then the triangles are congruent. This means that, when you place $\triangle ABC$ on $\triangle EFG$, their corresponding corners coincides with each other. A lies on E, B lies on F and C lies on G. Also $\angle A$ coincides with $\angle E$, $\angle B$ coincides with $\angle F$ and $\angle C$ coincides with $\angle G$ and lastly AB coincides with EF, BC coincides with FG and AC coincides with EG.

8.1 خطی قطعوں کی مماثلت

ذیل میں دیئے گئے خطی قطعوں کے دو جوڑ کا مشاہدہ کیجئے۔

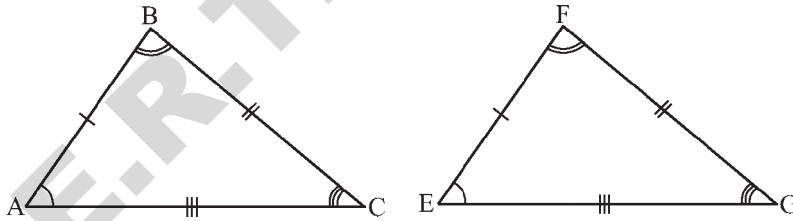


خطی قطعہ AB کو ایک ٹریسنگ پیپر پر اتاریں اور اسکو CD پر رکھیں آپ دیکھیں گے کہ AB، CD کو ڈھانک دیتا ہے۔ اس طرح یہ خطی قطعہ مماثل ہیں اس کو ہم $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ لکھتے ہیں۔
درجہ بالا مشغلہ کو شکل (2) کے لئے بھی دہرائیں۔ آپ نے کیا محسوس کیا؟ کیا وہ مماثل ہیں؟
آپ کو معلوم ہوگا کہ شکل (1) میں خطی قطعہ کی جوڑی ایک دوسرے کی تحقیق کرتی ہے۔ کیوں کہ ان کا طول ایک ہی ہے اور شکل (2) میں ایسی صورتحال نہیں ہے خطی قطعہ میں صرف ایک ہی ابعاد موجود ہے۔ یعنی طول: اگر دو خطی قطعوں کے طول ایک ہی ہوں تو وہ مماثل ہوتے ہیں اسکے برعکس اگر دو خطی قطعے مماثل ہوں تو ان کے طول ایک ہی ہوتے ہیں۔

جب ہم $AB=CD$ لکھتے ہیں تو اس کے حقیقی معنی ہیں کہ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

8.2 مثلثات کی مماثلت

ہم سیکھ چکے ہیں کہ دو خطی قطعے اس وقت مماثل ہوتے ہیں جب ایک خطی قطعہ دوسرے کا مشابہہ ہو۔ ہم اس تصور کو مثلثات تک وسعت دیں گے۔ دو مثلثات اُس وقت مماثل کہلاتے ہیں جب وہ ضلعوں کے طول اور زاویوں کے اعتبار سے مساوی ہوں۔



مثلث ABC اور مثلث EFG ایک دوسرے کے مماثل ہیں۔ یعنی وہ ایک ہی وضع اور جسامت کے ہیں۔ لہذا وہ مماثل مثلثات ہیں۔ ہم دو مثلثات کی مماثلت کو اس طرح ظاہر کریں گے $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ ۔
اگر دو مثلثات مماثل ہوں تو اس کے تمام متناظر چہ عناصر یعنی تین زاویے اور تین ضلع مماثل ہوں گے۔ مزید اس طرح بھی کہا جاسکتا ہے کہ اگر دو مثلثات کے متناظر عناصر مماثل ہوں تب یہ مثلثات مماثل ہوں گے اس کے یہ معنی ہیں کہ جب ہم مثلث ABC کو مثلث EFG پر رکھیں گے تب اُنکے متناظر اس ایک دوسرے پر منطبق ہوں گے۔ A، E پر منطبق ہوتا ہے، B، F پر منطبق ہوتا ہے اور C، G پر منطبق ہوتا ہے۔ اسی طرح $\angle A$ ، $\angle E$ پر منطبق ہوتا ہے، $\angle B$ ، $\angle F$ پر منطبق ہوتا ہے اور $\angle C$ ، $\angle G$ پر منطبق ہوتا ہے۔ بالآخر AB، EF پر منطبق ہوتا ہے، BC، FG پر منطبق ہوتا ہے اور AC، AG پر منطبق ہوتا ہے۔

Thus, for two triangles that are congruent, their corresponding parts i.e. vertices, angles and sides match one another or are equal.

In $\triangle ABC$ and $\triangle EFG$

$A \rightarrow E$ $B \rightarrow F$ $C \rightarrow G$ (corresponding vertices)

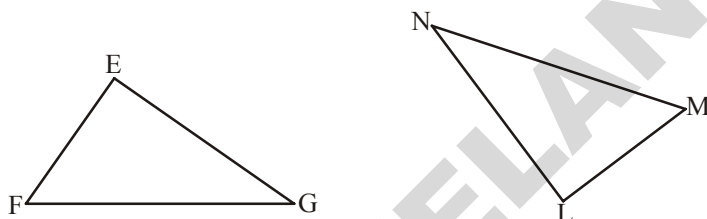
$\angle A \cong \angle E$ $\angle B \cong \angle F$ $\angle C \cong \angle G$ (corresponding angles)

$\overline{AB} \cong \overline{EF}$ $\overline{BC} \cong \overline{FG}$ $\overline{AC} \cong \overline{EG}$ (corresponding sides)

So, when we say that $\triangle ABC \cong \triangle EFG$. The order of the alphabet in the names of congruent triangles displays the corresponding relationships.

Do This

1. $\triangle EFG \cong \triangle LMN$

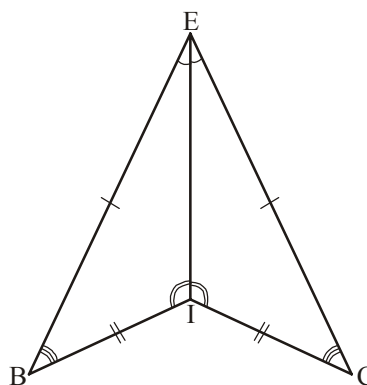
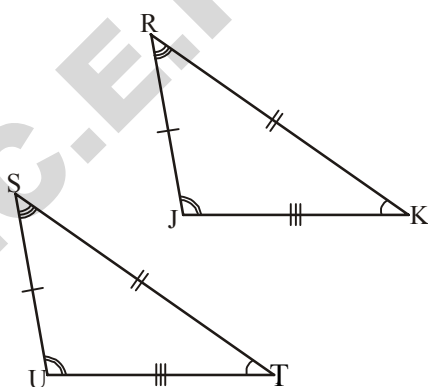


Write the corresponding vertices, angles and sides of the two triangles.

2. If $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, then write the given below parts of $\triangle ABC$ that corresponds to $\triangle DEF$.

(i) DE (ii) $\angle E$ (iii) DF (iv) EF (v) $\angle F$

3. Name the congruent triangles in each of the following pairs. Write the statement using ' \cong '.



4. Name the congruent angles and sides for each pair of congruent triangles given below.

1. $\triangle TUV \cong \triangle XYZ$

2. $\triangle CDG \cong \triangle RSW$

پس ایسے دو مثلثات مماثل ہوتے ہیں جن کے متناظر حصے (یعنی) راس، زاویے، اور ضلع ایک دوسرے پر منطبق ہوتے

ہیں یا ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں مثلث ABC اور EFG میں

$$A \longrightarrow E \quad B \longrightarrow F \quad C \longrightarrow G \quad (\text{متناظر راس})$$

$$\angle A \cong \angle E \quad \angle B \cong \angle F \quad \angle C \cong \angle G \quad (\text{متناظر زاویے})$$

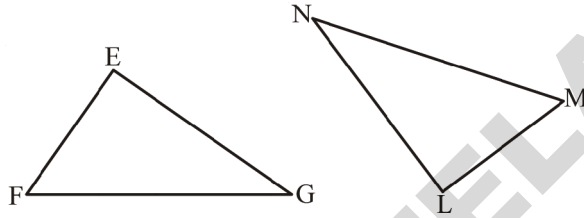
$$\overline{AB} \cong \overline{EF} \quad \overline{BC} \cong \overline{FG} \quad \overline{AC} \cong \overline{EG} \quad (\text{متناظر ضلع})$$

پس تب ہم کہتے ہیں کہ $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ حروف تہجی کا سلسلہ مماثل زاویوں کے اظہار میں اُن کے متناظر رشتوں کو ظاہر کرتا ہے۔

یہ کیجیے



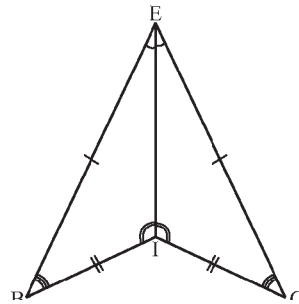
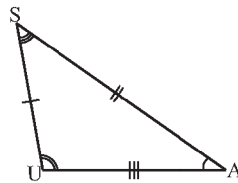
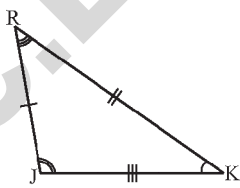
$$\triangle FFG \cong \triangle LMN \quad (1)$$



دونوں مثلث کے متناظر راس، زاویے اور ضلع لکھئے

$$\text{EF (iv) DF (iii) } \angle E \text{ (ii) DE (i) اگر } \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ ہو تو } \triangle ABC \text{ کے حصے لکھئے جو (i) DE (ii) } \angle E \text{ (iii) DF (iv) EF (v) کے متناظر ہیں}$$

ذیل کی ہر جوڑی میں مماثل مثلثات کے نام لکھئے اور ان کے درمیان علامت \cong استعمال کیجئے۔



(4) مماثل مثلثات کی ہر جوڑی کے مماثل زاویے اور اضلاع کے نام لکھئے۔

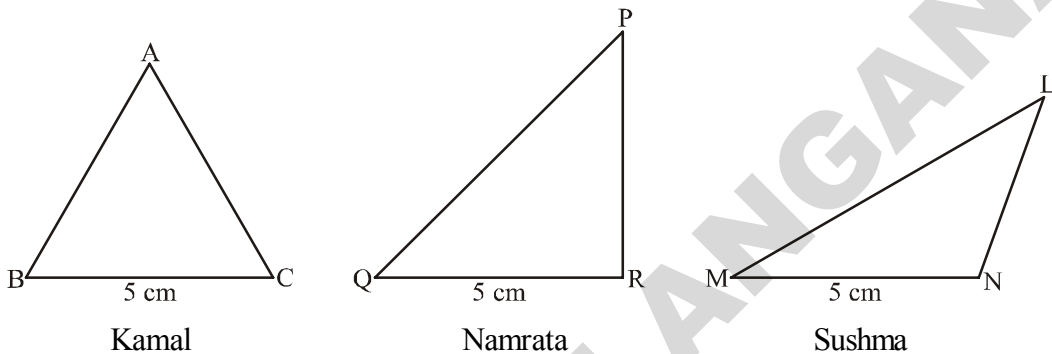
$$(i) \triangle TUV \cong \triangle XYZ \quad (ii) \triangle CDG \cong \triangle RSW$$

8.3 Criterion for congruency of triangles

Is it necessary for congruency to check whether all the corresponding parts of two triangles are congruent? How can we check if the given triangles are congruent using a minimum number of parts? Let us explore and find out.

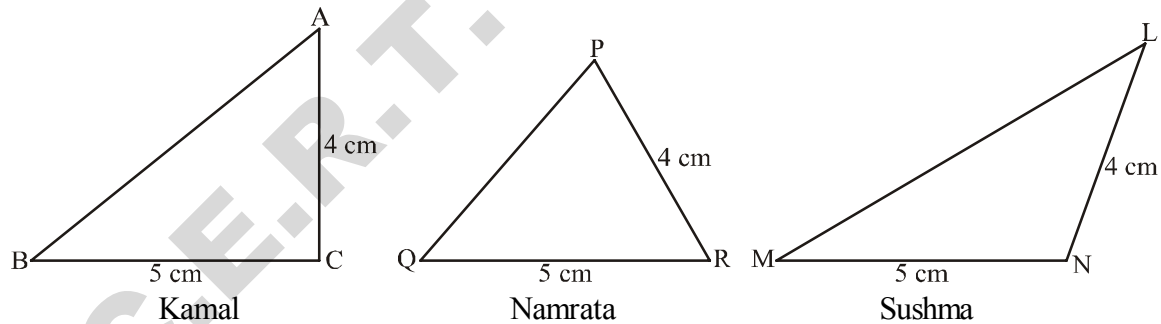
8.3.1 Side-Side-Side congruency (SSS)

Will all of you draw the same triangle if you only knew that the measure of one side of the triangle is 5 cm? Kamal, Namrata and Sushma have drawn them like this.

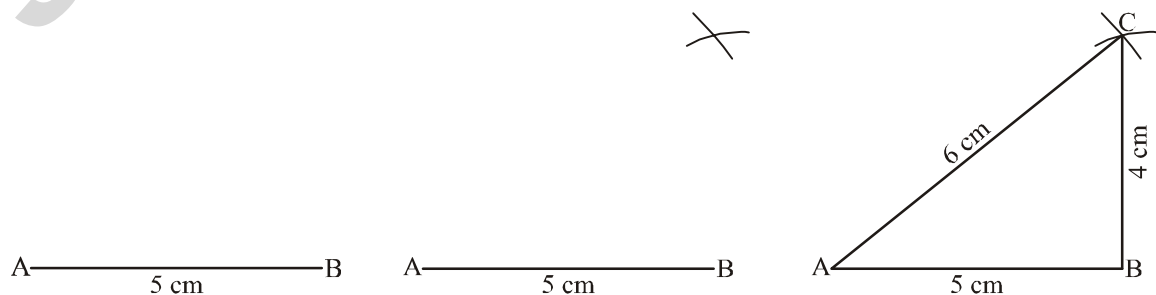


As you can see all the triangles are different. Kamal drew an equilateral triangle, Namrata drew a right-angled triangle and Sushma drew an obtuse-angled triangle.

Now can all of you draw the same triangle, if you knew the measures of only two sides of a triangle say, 4 cm and 5 cm. Again Kamal, Namrata and Sushma drew different triangles.



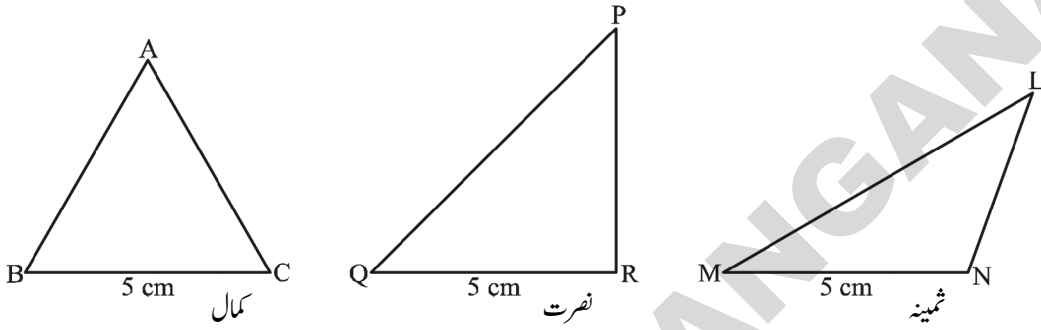
If three sides are given, say 4 cm, 5 cm and 6 cm. Can you all of you draw same triangle? Yes. Kamal, Namrata and Sushma all drew the same triangle with the given sides.



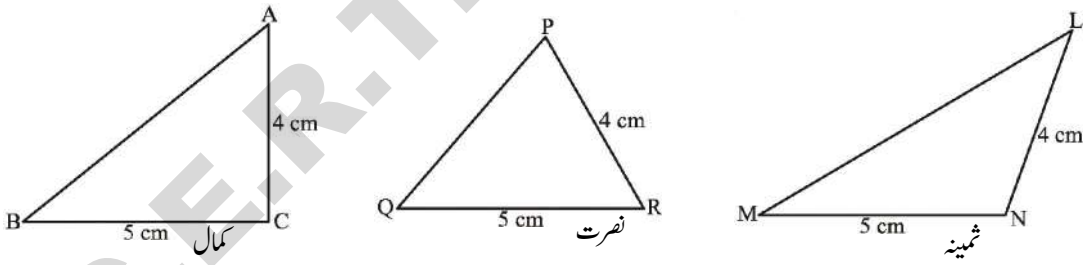
8.3 زاویوں کی مماثلت کا اصول:

مماثلت کے لئے یہ جانچنا ضروری ہے کہ آیا مثلث کے تمام تناظر حصے مماثل ہیں یا نہیں دیئے ہوئے مثلثات کی مماثلت کو ہم کم سے کم پیمائش کے ذریعہ کس طرح جانچ کر سکتے ہیں۔ اس پر ہم غور کریں گے اور معلوم کریں گے۔

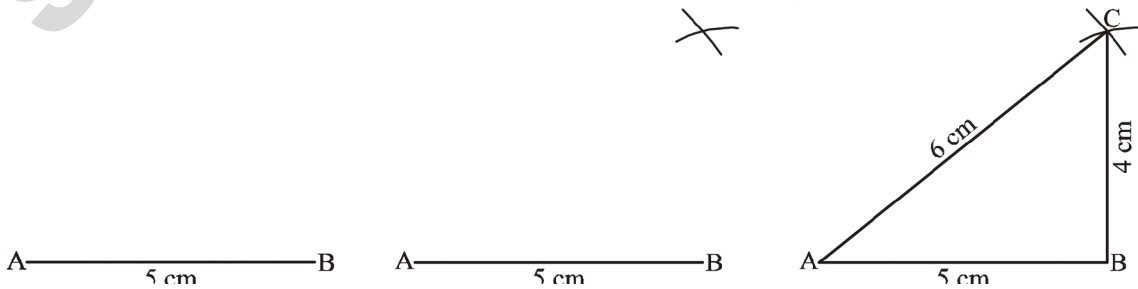
8.3.1 ضلع-ضلع-ضلع مماثلت (SSS): اگر مثلث کے ایک ضلع کا طول معلوم ہو تو کیا آپ سب ایک جیسا مثلث اتار سکیں گے۔ کمال، نصرت اور شمینہ اس طرح اتاریں ہیں۔



جیسے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام مثلثات مختلف ہیں، کمال نے ایک مساوی الاضلاع مثلث بنایا، نصرت نے قائم الزاویہ مثلث اور شمینہ نے منفرجہ زاویہ مثلث بنایا اگر آپ کو مثلث کے دو ضلع 4 سمر اور 5 سمر معلوم ہوں تو کیا آپ سب ایک جیسا مثلث تیار کر سکیں گے۔ کمال، نصرت اور شمینہ دوبارہ مختلف مثلثات اتاریں ہیں۔



اگر مثلث کے تین ضلعوں 4 سمر، 5 سمر، 6 سمر سے واقف ہوں تو کیا کمال، نصرت، اور شمینہ ایک جیسا مثلث بنا سکیں گے؟



Thus, if we want to draw a triangle congruent to $\triangle ABC$, the lengths of the three sides are sufficient. This is referred to as the Side-Side-Side(SSS) criterion for congruency of triangles.

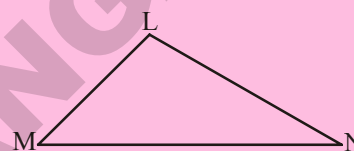
If two triangles are congruent because the lengths of their corresponding sides are equal, then will their angles also be equal?

Side-Side-Side (SSS) criterion for congruence of triangles: If three sides of a triangle are equal to the corresponding three sides of another triangle, then the triangles are congruent.

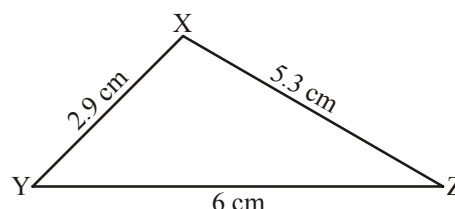
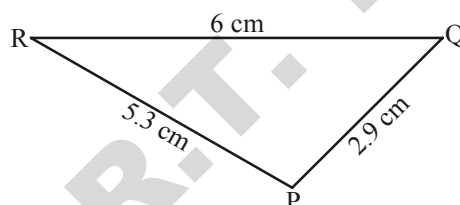


Try This

Measure the lengths of $\triangle LMN$. Now, construct a triangle with these measurements on a sheet of paper. Place this triangle over $\triangle LMN$. Are the triangles congruent? What criterion of congruency applies over here?



Example 1 : Is $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$? Also, write the corresponding angles of the two triangles.



Solution : According to the given figure of $\triangle PQR$ and $\triangle XYZ$, we have

$$PQ = XY = 2.9 \text{ cm}$$

$$QR = YZ = 6 \text{ cm}$$

$$RP = ZX = 5.3 \text{ cm}$$

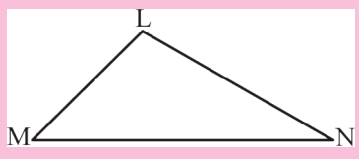
Therefore, by Side-Side-Side congruence criterion, $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$

Clearly, the point P corresponds to point X, point Q corresponds to point Y and the point R corresponds to point Z.

So, $\angle P, \angle X$; $\angle Q, \angle Y$; $\angle R, \angle Z$ are pairs of corresponding angles.

پس اگر آپ ایک مثلث ABC کی نقل تیار کرنا چاہتے ہیں یا ایک مثلث تیار کرنا چاہتے ہیں جو ABC کے مماثل ہو تب ہم کو اس کے تینوں اضلاع کے طول کی ضرورت ہوگی۔ یہ ضلع ضلع ضلع (SSS) مثلثات کے مماثلت کے اصول کی طرف اشارہ کرتا ہے۔ اگر دو مثلثات مماثل کہلاتے ہیں جب کہ ان کے متعلقہ متناظر اضلاع کے طول مساوی ہوں۔ تب کیا ان کے زاویے بھی مساوی ہوں گے۔

ضلع ضلع ضلع مثلثات کی مماثلت کا اصول (SSS): اگر ایک مثلث کے تینوں اضلاع دوسرے مثلث کے تینوں متناظر اضلاع کے مساوی ہوں تب وہ مثلثات مماثل ہوں گے۔




کوشش کیجئے

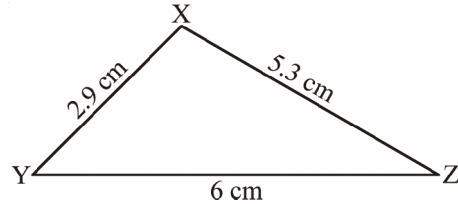
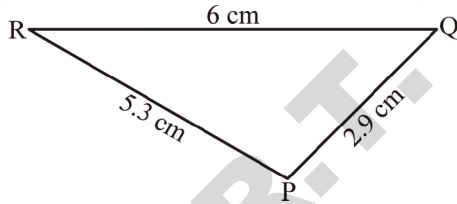
$\triangle LMN$ کے طول کی پیمائش کیجئے۔

ان پیمائشات سے کاغذ پر ایک مثلث بنائیے اس مثلث کو

$\triangle LMN$ پر رکھئے کیا یہ مثلثات مماثل ہیں؟ یہاں مماثلت کا کونسا اصول لاگو ہوتا ہے۔



مثال 1:- کیا $\triangle PQR \cong \triangle xyz$ ہے۔ دونوں مثلثات کے متناظر زاویے کو بھی لکھئے۔



حل:- دی ہوئی شکل کے مطابق $\triangle PQR$ اور $\triangle XYZ$ میں

$$PQ = XY = 2.9 \text{ cm,}$$

$$QR = YZ = 6 \text{ cm,}$$

$$RP = ZX = 5.3 \text{ cm}$$

اس لئے ضلع ضلع ضلع مماثلت کے اصول کے مطابق $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$

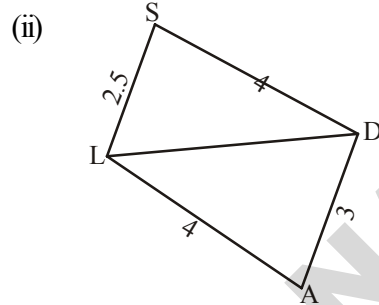
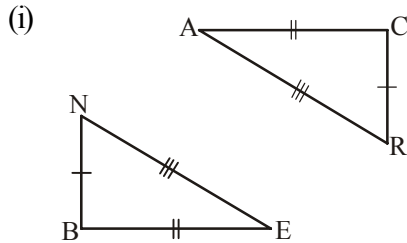
واضح طور پر نقطہ P نقطہ x کا متناظر ہے، نقطہ Q نقطہ Y کا متناظر اور نقطہ R نقطہ Z کا متناظر ہے۔

اسلئے $\angle P, \angle x; \angle Q, \angle y; \angle R; \angle z$ متناظر زاویے ہیں۔

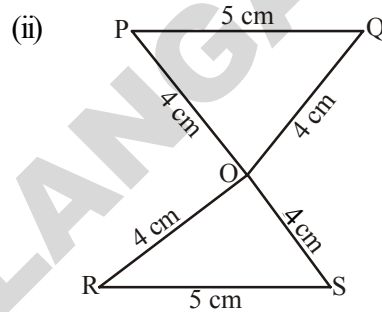
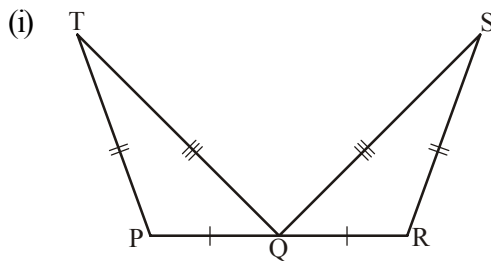


Exercise - 1

1. Decide whether the SSS congruence is true with the following figures. Give reasons

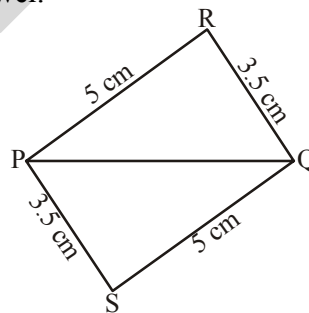


2. For the following congruent triangles, find the pairs of corresponding angles.

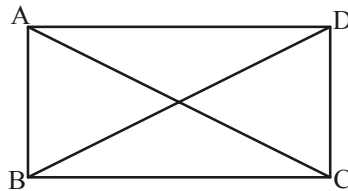


3. In adjacent figure, choose the correct answer.

- (i) $\triangle PQR \cong \triangle PQS$
- (ii) $\triangle PQR \cong \triangle QPS$
- (iii) $\triangle PQR \cong \triangle SQP$
- (iv) $\triangle PQR \cong \triangle SPQ$



4. In the figure given below, $AB = DC$ and $AC = DB$. Is $\triangle ABC \cong \triangle DCB$.



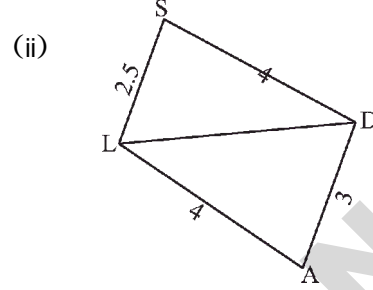
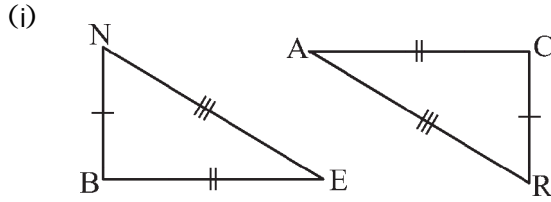
8.3.2 Side-Angle-Side Congruence (SAS)

We have seen that it is not possible to draw congruent triangles, if we are given only the measurements of one side. Now, what if you were given one angle and one side? Kamal, Namrata and Sushma were told to draw triangles with one side equal to 5 cm and one angle equal to 65° . They drew the following dissimilar triangles.

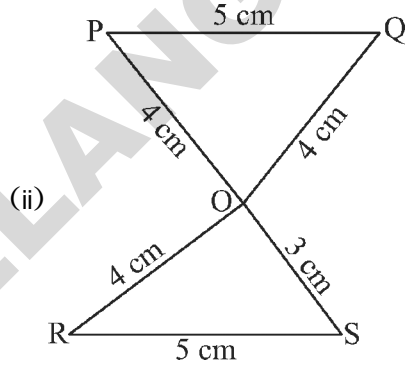
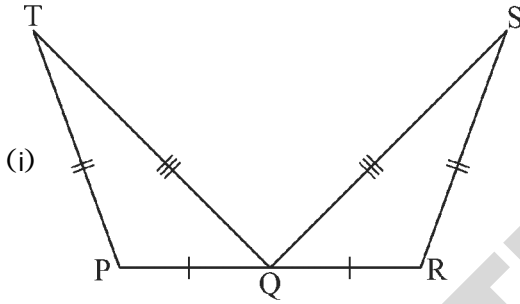
مشق - 1



1. ذیل کی اشکال میں آیا SSS مماثلت صادق ہے یا نہیں؟ وجوہات بیان کیجئے۔

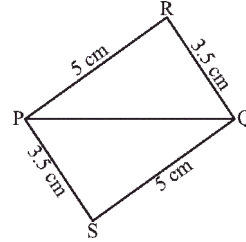


2. حسب ذیل مماثل مثلثات میں نظیری ضلعوں کی جوڑیاں بتلائیے۔

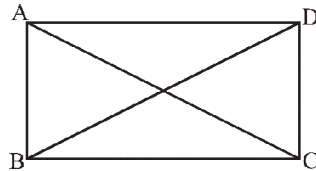


3. متصلہ شکل میں صحیح جواب کو منتخب کیجئے۔

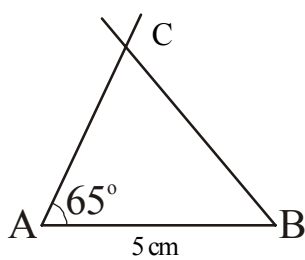
- (i) $\Delta PQR \cong \Delta PQS$
(ii) $\Delta PQR \cong \Delta QPS$
(iii) $\Delta PQR \cong \Delta SQP$
(iv) $\Delta PQR \cong \Delta SPQ$



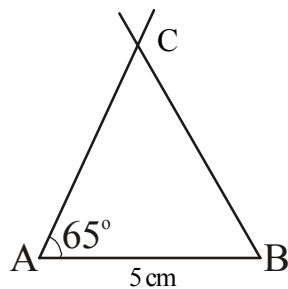
4. حسب ذیل شکل میں $AB = DC$ اور $AC = DB$ ہے بتائیے کہ $\Delta ABC \cong \Delta DCB$



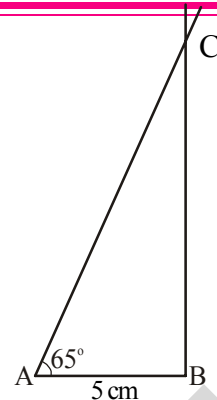
8.3.2- ضلع زاویہ ضلع مماثلت کا اصول: ہم دیکھ چکے ہیں کہ اگر آپ کو ایک ہی ضلع کا طول دیا جائے تو مماثل مثلثات بنانا ممکن نہیں ہے۔ اب اگر آپ کو ایک زاویہ اور ایک ضلع دیا جائے تو کیا یہ ممکن ہے؟ کمال، نصرت اور شمینہ کو 5 سمر کا ضلع اور 65° کا زاویہ دے کر مثلث بنانے کے لئے کہا گیا تو وہ حسب ذیل غیر مشابہہ مثلثات بنائے۔



Kamal



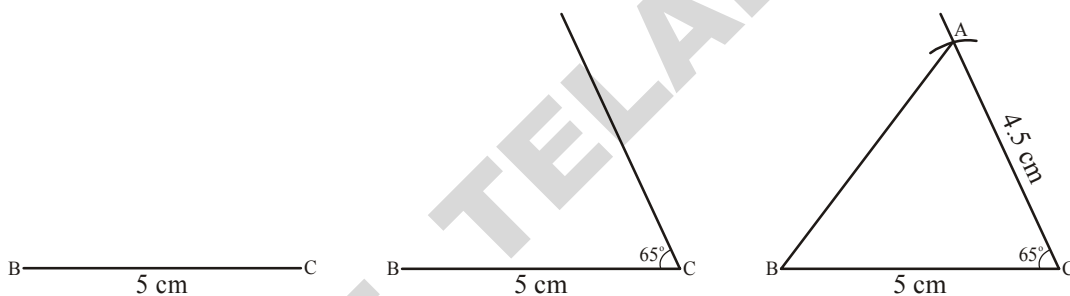
Namrata



Sushma

Now, what if the three of them knew the two sides of the triangle and the angle included between these sides. The three children decided to draw triangles with sides 5 cm and 4.5 cm and the included angle of 65° .

Kamal drew $\triangle ABC$. He drew BC as the base = 5 cm. He then made $\angle C = 65^\circ$ using a protractor and then marked point A at a length of 4.5 cm on the angular line. He then joined points A and B .



Can you draw the 65° angle at point B with side $AB = 4.5$ cm. Will the triangle that is formed be congruent to Kamal's triangle? Can you take the base to be 4.5 cm, side = 5 cm and included angle = 65° ? Will the triangle that is formed be congruent to Kamal's triangle? You will find that the triangles formed in all these situations are congruent triangles.

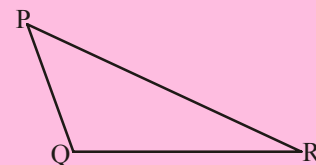
Therefore, if we want to make a copy of $\triangle ABC$ or a triangle congruent to $\triangle ABC$, we need the lengths of the two sides and the measure of the angle between the two sides. This is referred to as the Side-Angle-Side(SAS) criterion for congruence of triangles.

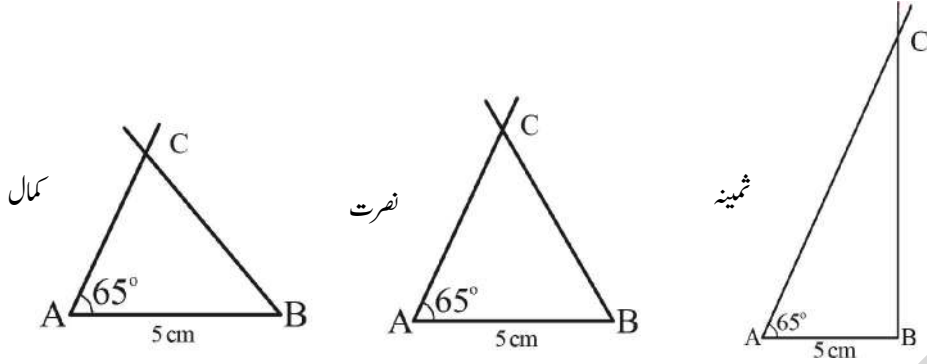
Side-Angle-Side(SAS) criterion for congruence of triangles: If two sides and the angle included between the two sides of a triangle are congruent to the corresponding two sides and the included angle of another triangle, then the triangles are congruent.



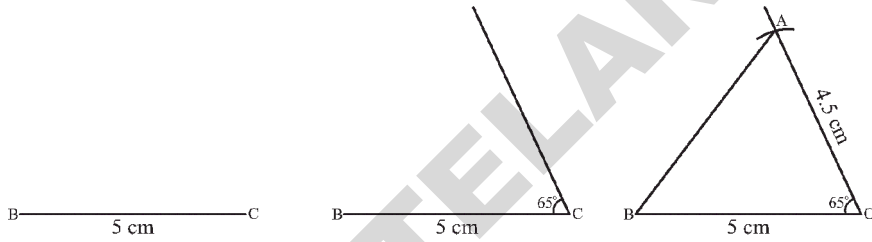
Try This

In $\triangle PQR$ measure the lengths PQ and QR as well as $\angle Q$. Now, construct a triangle with these three measurements on a sheet of paper. Place this triangle over $\triangle PQR$. Are the triangles congruent? What criterion of congruency applies over here?



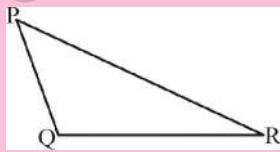


اب اگر ان تین بچوں کو مثلث کے دو اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ معلوم ہوا ہو تب انھوں نے طے کیا کہ وہ ایسے مثلثات بنائیں گے جن کے اضلاع کے طول 5 سمر اور زاویہ 65° ہو۔ کمال نے مثلث ABC بنایا اُس نے قاعدہ $BC=5$ cm کھینچا اور چاندے کی مدد سے $\angle C = 65^\circ$ بنایا اور 4.5 سمر کے طول سے ایک نقطہ A زاویائی خط پر بنایا گیا۔ تب اُس نے نقاط A اور B کو ملایا۔



کیا آپ خط سمر $AB=5$ کے نقطہ B پر 65° زاویہ بنا سکتے ہیں۔ کیا اس طرح بننے والا مثلث کمال کے بنائے ہوئے مثلث کے مماثل ہوگا۔ کیا آپ 4.5 سمر قاعدہ 5 سمر ضلع اور زاویہ 65° استعمال کر کے مثلثات بنا سکتے ہیں؟ اس طرح بننے والے تمام مثلثات، مماثل مثلثات ہوں گے۔

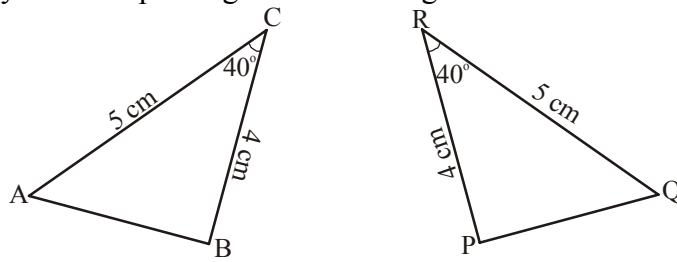
اسلئے اگر ہم مثلث ABC کی نقل بنانا چاہتے ہیں یا $\triangle ABC$ کے مماثل مثلث بنانا چاہتے ہیں تو ہم کو دو اضلاع کے طول اور ان کے درمیان پیمائش کردہ زاویہ کی ضرورت ہوگی۔ یہ ضلع زاویہ ضلع (SAS) مماثل زاویوں کے اصول کی طرف اشارہ کرتا ہے۔ آپ کو معلوم ہوگا کہ ان تمام صورتوں میں بننے والے مثلثات مماثل مثلثات ہوں گے۔ ضلع زاویہ ضلع (SAS) مماثل مثلثات کا اصول: اگر ایک مثلث کے دو اضلاع اور ان کے درمیان بننے والا زاویہ دوسرے مثلث کے متناظر ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویے کے مماثل ہو تو تب یہ مثلثات متماثل ہوں گے۔



کوشش کیجئے
مثلث PQR میں PQ اور QR کے طول اور $\angle Q$ کی پیمائش کیجئے
ان تین پیمائش سے ایک کاغذ پر مثلث بنائیے اس مثلث کو $\triangle PQR$ پر لکھئے۔ کیا یہ مثلثات مماثل ہیں۔ مماثلت کا کونسا اصول لاگو ہوگا۔



Example 2 : Observe the measurements of the triangles given below. Are the triangles congruent? Identify the corresponding vertices and angles in them.



Solution : In $\triangle ABC$ and $\triangle PQR$,
 $AC = QR$ and $BC = PR$ and included angle $\angle C = \angle R$
 So, $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ (by SAS rule).

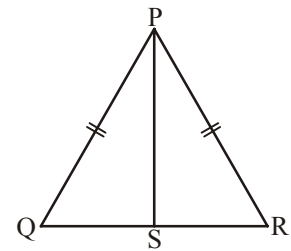
The corresponding parts are as follows:

$A \leftrightarrow Q$, $B \leftrightarrow P$ and $C \leftrightarrow R$

Therefore, $\angle A = \angle Q$, $\angle B = \angle P$ and $\angle C = \angle R$

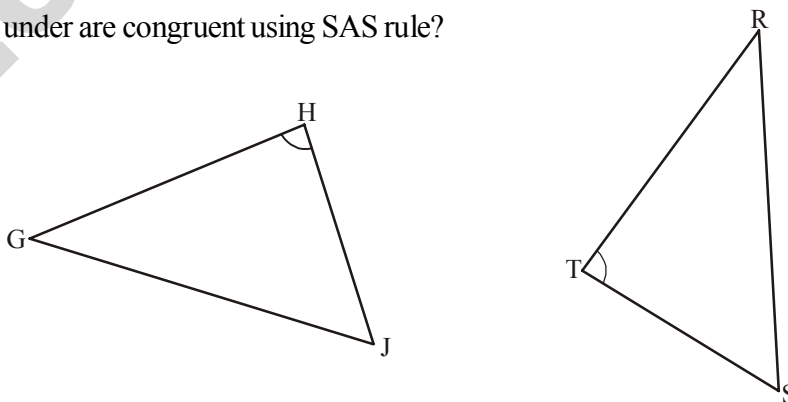
Example 3 : In $\triangle PQR$, $PQ = PR$ and PS is angle bisector of $\angle P$.
 Are $\triangle PQS$ and $\triangle PRS$ congruent? If yes, give reasons.

Solution : In $\triangle PQS$ and $\triangle PRS$
 $PQ = PR$ (given)
 $PS = PS$ (common side)
 $\angle QPS = \angle RPS$ (PS is the angle bisector)
 Therefore, $\triangle PQS \cong \triangle PRS$ (by SAS rule)

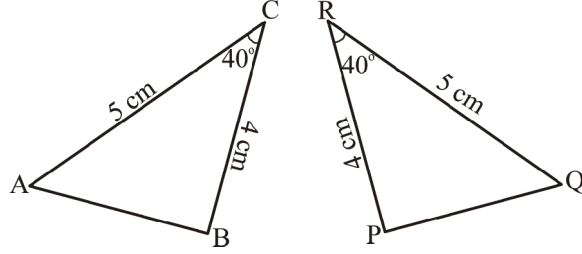


Exercise - 2

1. What additional information do you need to conclude that the two triangles given here under are congruent using SAS rule?



مثال 2:- ذیل میں دی گئی مثلثات کی پیمائش کو دیکھئے کیا یہ مثلثات مماثل ہیں؟ ان کے متناظر ضلعوں کے راس اور زاویے کونسے ہیں؟



حل:- مثلث ABC اور مثلث PQR میں

ہے $\angle C = \angle R$ اور داخلی زاویہ $BC = PR$ ، $AC = QR$

لہذا $\Delta ABC \cong \Delta QPR$

اس کی تفصیل ذیل میں ہے۔ $C \leftrightarrow R$ اور $B \leftrightarrow P$ اور $A \leftrightarrow Q$

اسلئے $\angle C \cong \angle R$ ، $\angle B \cong \angle P$ ، $\angle A \cong \angle Q$

مثال 3:- ΔPQR میں $PQ = PR$ اور PS ، $\angle P$ کا زاویہ نصف ہے۔ کیا ΔPQS اور ΔPRS مماثل ہیں؟ اگر

ہاں تو وجہ بتائیے

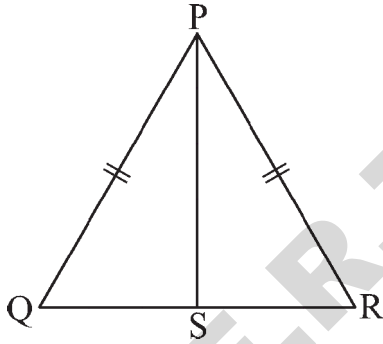
حل:- مثلث PQS اور مثلث PRS میں

دیا گیا ہے کہ $PQ = PR$

(دونوں مثلثات کا مشترکہ ضلع) $PS = PS$

اور داخلی زاویہ $\angle QPS \cong \angle RPS$ (PS کا زاویہ نصف ہے)

اسلئے $\Delta PQS \cong \Delta PRS$ (SAS کے اصول کے مطابق)

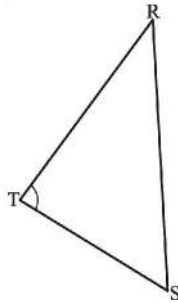
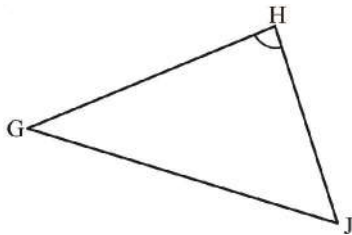


مشق - 2

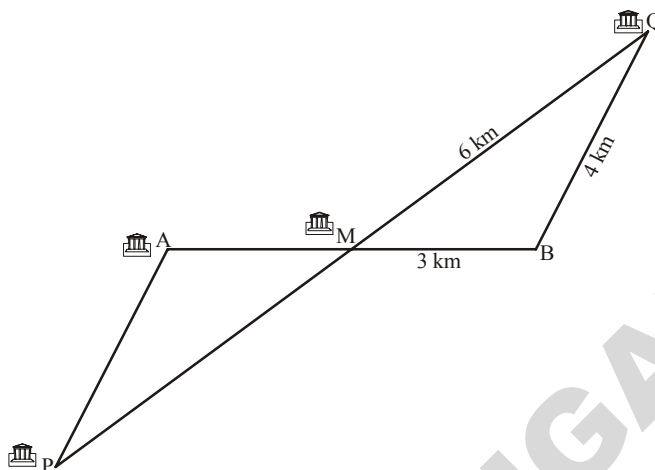


1. SAS اصول کے استعمال سے ذیل میں دیئے ہوئے دونوں مثلثات کو مماثل ثابت کرنے کے لئے آپ کو مزید کن

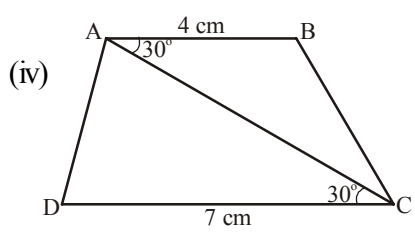
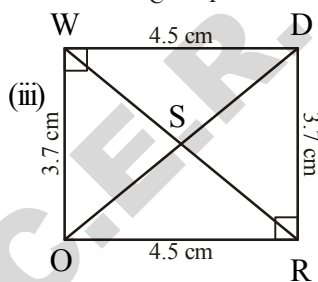
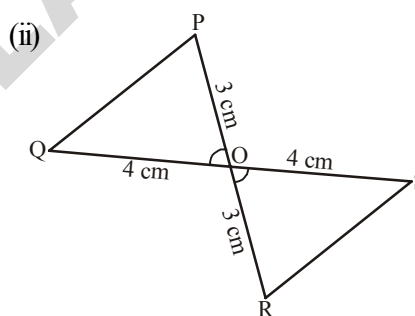
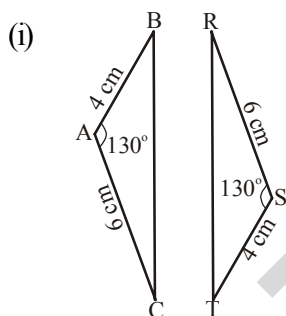
معلومات کی ضرورت ہے۔



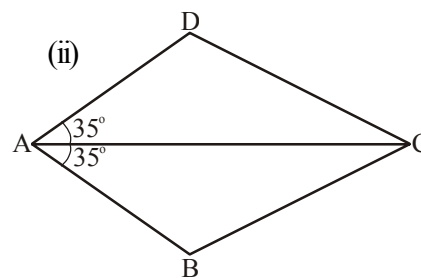
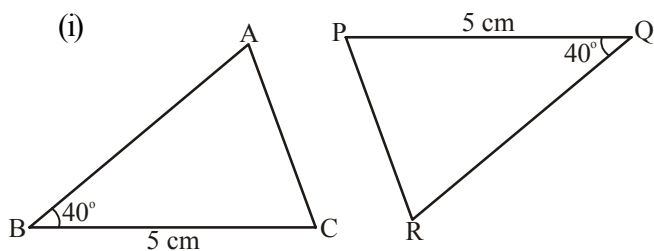
2. The map given below shows five different villages. Village M lies exactly halfway between the two pairs of villages A and B as well as and P and Q. What is the distance between village A and village P. (Hint: check if $\triangle PAM \cong \triangle QBM$)



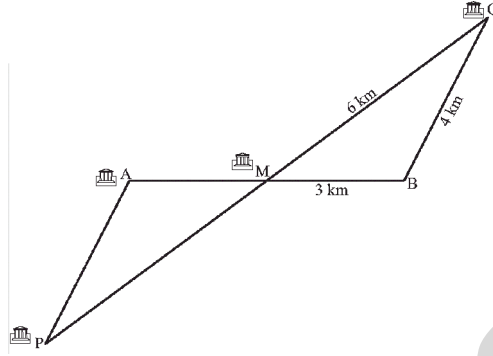
3. Look at the pairs of triangles given below. Are they congruent? If congruent write the corresponding parts.



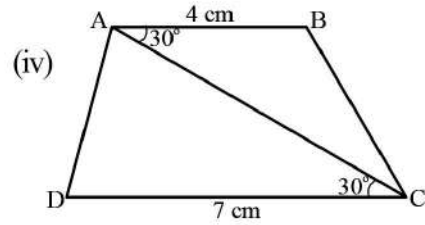
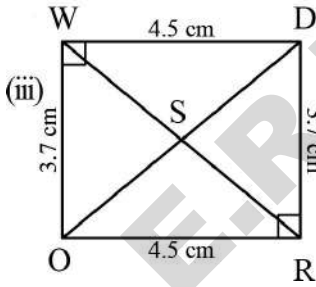
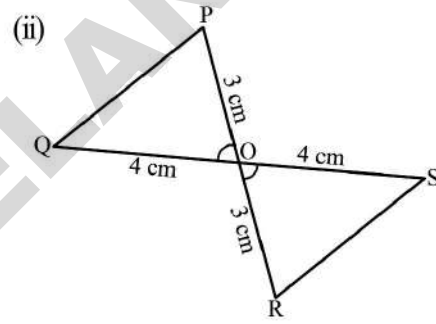
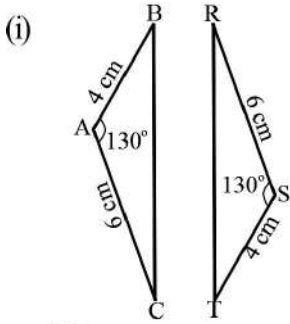
4. Which corresponding sides do we need to know to prove that the triangles are congruent using the SAS criterion?



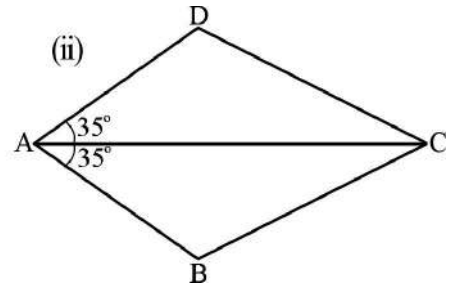
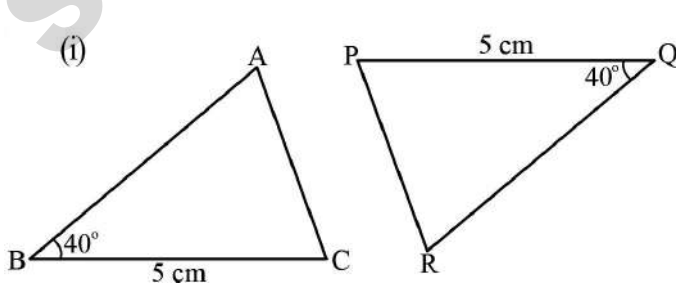
2. ذیل میں دیئے گئے نقشہ میں 5 مختلف گاؤں دکھائے گئے ہیں گاؤں M، گاؤں A اور B کے جوڑ اور گاؤں P اور Q کے جوڑ سے بالکل نصف فاصلہ پر پایا جاتا ہے گاؤں A اور گاؤں P کے درمیان کتنا فاصلہ ہے؟
(اشارہ جانچ کیجئے اگر $\Delta PQM \cong \Delta QBM$)



3. ذیل میں دیئے گئے مثلثات کی جوڑیوں کو دیکھئے کیا وہ مماثل ہیں؟ اگر مماثل ہیں تو ان کے متناظر حصے لکھئے۔



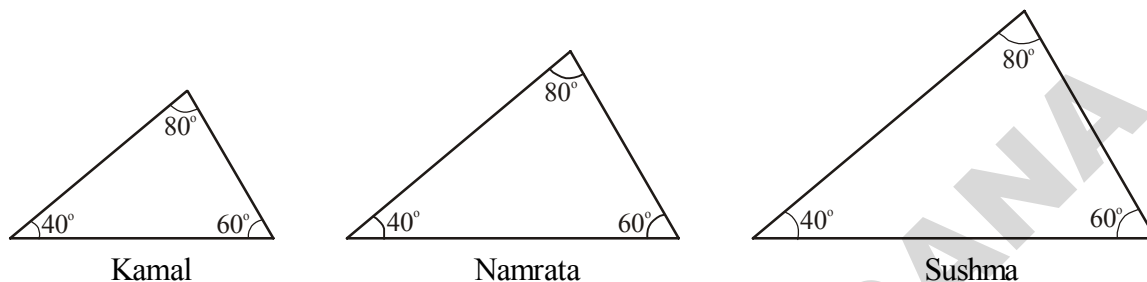
4. SAS کے اصول کے استعمال سے مماثل مثلثات ثابت کرنے کے لئے کن متناظر اضلاع کی ضرورت ہوتی ہے۔



8.3.3 Angle-Side-Angle congruency (ASA)

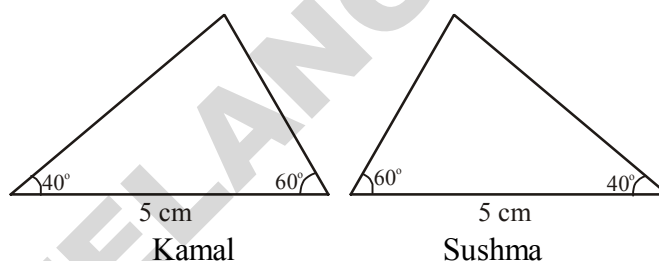
Can the children construct a triangle if they know only one angle of the triangle? What if they know two angles? Will children be able to draw congruent triangles if they know all the angles of the triangle?

Kamal, Namrata and Sushma drew the following triangles of angles 40° , 60° and 80° .



The angles of all the triangles are equal, whereas the lengths of their sides are not equal. So, they are not congruent.

Thus, we need to know the length of the sides to draw congruent triangles. What if we have two angles and one side? Kamal and Namrata drew the following triangles with angles 60° and 40° and side 5 cm. When both the children constructed their triangles they made the given side, the included side.



We can conclude that if we want to make a copy of a triangle or a triangle congruent to another triangle, then we need to know two angles and the length of the side included between the two angles. This is referred to as the Angle-Side-Angle criterion of congruence.

Angle-Side-Angle criterion of congruence: If two angles and the included side of a triangle are congruent to the two corresponding angles and included side of another triangle then the triangles are congruent.



Try This

Teacher has asked the children to construct a triangle with angles 60° , 40° and with a side 5 cm. Sushma calculated the third angle of the triangle as 80° using angle - sum property of triangle. Then Kamal, Sushma and Namrata constructed triangles differently using the following measurements.

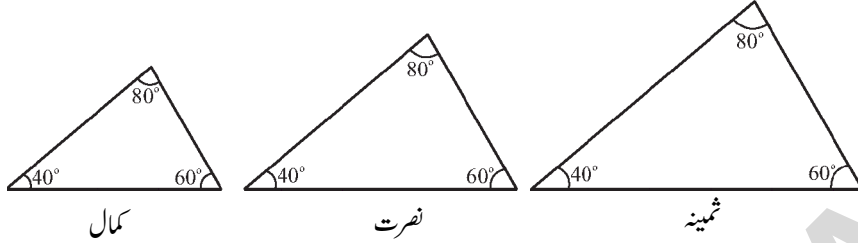
Kamal: 60° , 40° and 5cm side (as teacher said)

Sushma: 80° , 40° , and 5 cm side

Namrata: 60° , 80° and 5 cm side.

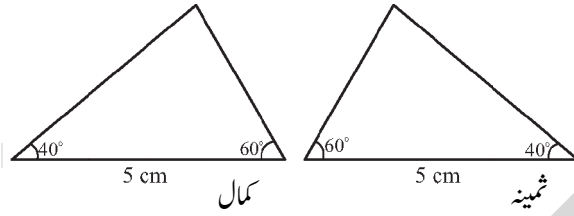
They cut these triangles and place them one upon the other. Are all of them congruent? You also try this.

8.3.3- زاویہ ضلع زاویہ مماثلت (ASA): اگر مثلث کا صرف ایک زاویہ معلوم ہو تو کیا بچے مثلث بنا سکتے ہیں؟ اگر اُن کو دو زاویے معلوم ہو تو؟ اگر بچوں کو مثلث کے تینوں زاویے معلوم ہوں تو کیا وہ مماثل مثلث بنا سکتے ہیں؟ کمال، نصرت اور شمینہ نے زاویے 40° ، 60° ، 80° کے استعمال سے درج ذیل مثلثات بنائے ہیں۔



اسلئے اگرچہ کے تمام مثلثات کے زاویے مماثل ہیں لیکن اُن کے ضلعوں کا طول معلوم نہیں ہے۔ لہذا وہ مماثل نہیں ہیں۔

پس ہم کو مماثل مثلثات بنانے کے لئے اضلاع کے طول سے واقفیت ضروری ہے۔ اگر ہم کو دو زاویے اور ضلع معلوم ہو تو کیا یہ ممکن ہے۔ کمال اور شمینہ حسب ذیل مثلثات بناتے ہیں جن کے زاویے 40° ، 60° ہیں اور ضلع کا طول 5 سمر



ہے جب دونوں بچے دی گئی پیمائش کے مطابق مثلثات بنا چکے ہوں تب اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ اگر ہم اس جیسا ایک اور مثلث تیار کرنا چاہتے ہیں یا اس مثلث کے مماثل دوسرا مثلث بنانا چاہتے ہوں تب ہم کو دو زاویے اور ایک ضلع کے طول کی ضرورت ہوگی یہ زاویہ ضلع زاویہ مماثلت کے اصول کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

زاویہ ضلع زاویہ مماثلت کا اصول (ASA): اگر ایک مثلث کے دو زاویے اور درمیانی ضلع دوسرے مثلث کے متناظر دو زاویوں اور اُن کے درمیانی ضلع (شاملی ضلع) کے مماثل ہوں تو وہ مثلثات مماثل ہوں گے۔

کوشش کیجئے

اُستاد نے بچوں کو ایک مثلث بنانے کے لئے کہا جس کے زاویے 60° اور 40° ہیں اور ضلع 5 سمر ہے۔ صفیہ نے مثلث کے زاویوں کے خواص کے استعمال سے مثلث کا تیسرا زاویہ 80° محسوب کیا۔ تب کمال، صفیہ اور نصرت نے ذیل کی پیمائش استعمال کرتے ہوئے مثلثات بنائے۔

| | | | |
|--------|-------------------------|-----|-----------------------------------|
| کمال : | 40° ، 60° | اور | ضلع 5 سمر (جیسا کہ اُستاد نے کہا) |
| صفیہ : | 40° ، 80° | اور | ضلع 5 سمر |
| نصرت : | 80° ، 60° | اور | ضلع 5 سمر |

انھوں نے ان مثلثات کو کاٹ کر ایک دوسرے پر رکھا کیا وہ تمام مثلثات مماثل ہیں، آپ بھی اس طرح کا مشغلہ دہرائیئے۔



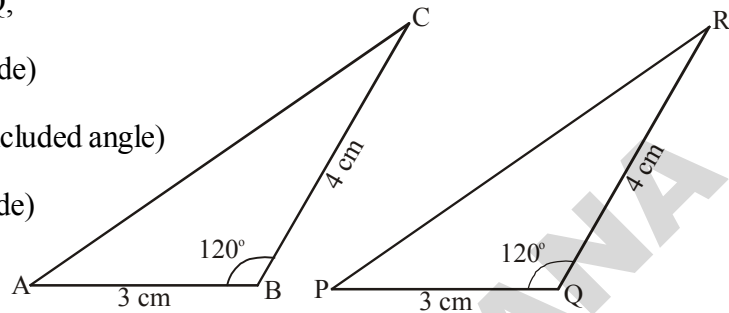
Example 4 : Two triangles $\triangle CAB$ and $\triangle RPQ$ are given below. Check whether the two are congruent? If they are congruent, what can you say about the measures of the remaining elements of the triangles.

Solution : In $\triangle CAB$ and $\triangle RPQ$,

$$BC = QR = 4 \text{ cm (side)}$$

$$\angle B = \angle Q = 120^\circ \text{ (included angle)}$$

$$AB = PQ = 3 \text{ cm (side)}$$



Therefore, $\triangle CAB \cong \triangle RPQ$ (SAS criterion of congruency)

Thus, in the two triangles

$$AC = PR$$

$$\angle C = \angle R \text{ and } \angle A = \angle P$$

Example-5 : In the following figure, the equal angles in the two triangles are shown. Are the triangles congruent?

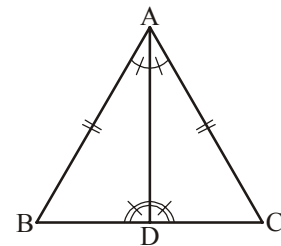
Solution : In $\triangle ABD$ and $\triangle ACD$

$$\angle BAD = \angle CAD \text{ (given)}$$

$$\angle ADB = \angle ADC \text{ (given)}$$

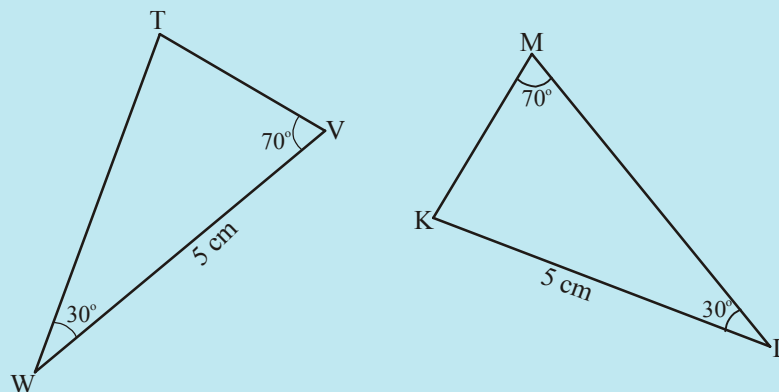
$$AD = AD \text{ (common side)}$$

Therefore, $\triangle ABD = \triangle ACD$ (ASA criterion of congruency)

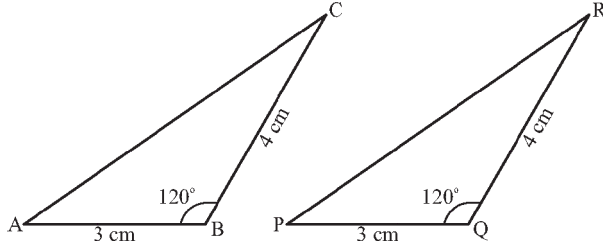


Try This

Is the following pair of triangles congruent? Give reason to support your answer.



مثال 4:- ذیل میں دو مثلثات ΔRPQ اور ΔCAB دیئے گئے ہیں۔ جانچ کیجئے کہ آیا دونوں مماثل ہیں یا نہیں اگر وہ مماثل ہوں تو مثلث کے باقی عناصر کے بارے میں آپ کیا کہہ سکتے ہیں۔



حل:- ΔCAB اور ΔRPQ میں

$$BC = QR = 4 \text{ cm}$$

$$\angle B = \angle Q = 120^\circ$$

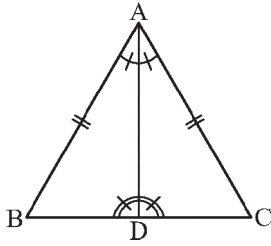
$$AB = PQ = 3 \text{ cm}$$

پس مثلث CAB کے دو اور داخلی زاویہ، مثلث RQP کے متناظر ضلعوں اور داخلی زاویہ کے مساوی ہوتے ہیں۔ اس لئے ضلع زاویہ ضلع کی مماثلت کے اصول کے مطابق $\Delta CAB \cong \Delta RPQ$

پس ان دو مثلثات میں $AC \cong PR$

$$\angle C \cong \angle R \text{ اور } \angle A \cong \angle P$$

مثال 5:- حسب ذیل تصویر میں دو مثلثات کے زاویے مساوی بتائے گئے ہیں بتلائیے کہ کیا مثلثات مماثل ہیں؟



(سوال میں دیا گیا ہے)
(سوال میں دیا گیا ہے)
(شکل میں بتلایا ہو مشترکہ ضلع)

حل:- ΔABD اور ΔACD میں

$$\angle BAD \cong \angle CAD$$

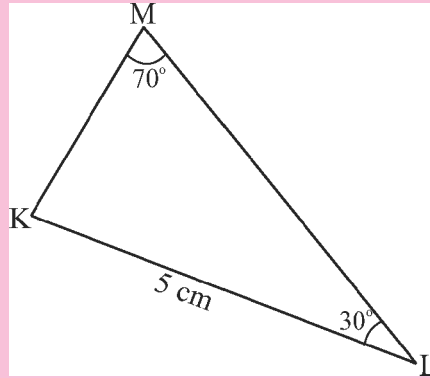
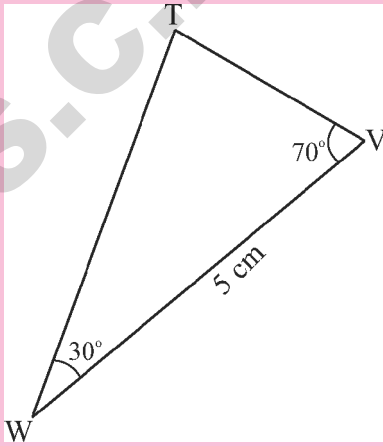
$$\angle ADB \cong \angle ADC$$

$$AD \cong AD$$

پس زاویہ ضلع زاویہ مماثلت کے اصول کے مطابق $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

کوشش کیجئے

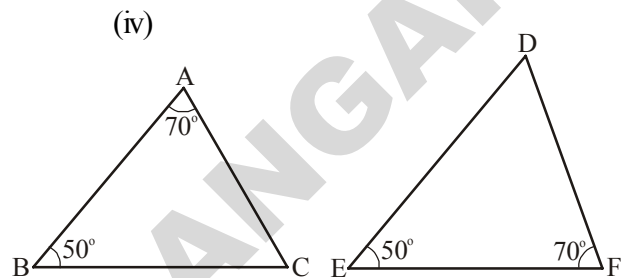
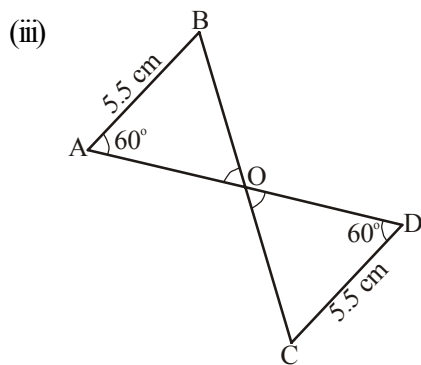
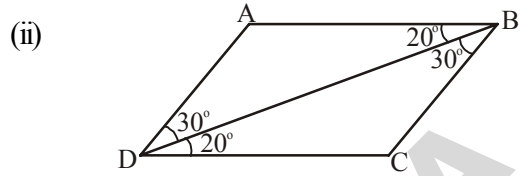
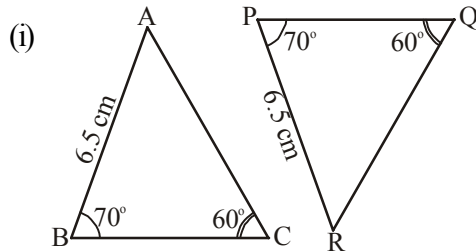
کیا حسب ذیل مثلث کی جوڑیاں مماثل ہیں؟ اپنے جواب کی وضاحت کیجئے۔





Exercise - 3

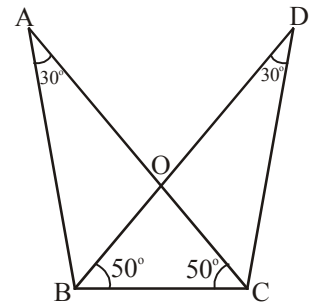
1. In following pairs of triangles, find the pairs which are congruent? Also, write the criterion of congruence.



2. In the adjacent figure.

- (i) Are $\triangle ABC$ and $\triangle DCB$ congruent?
 (ii) Are $\triangle AOB$ and $\triangle DOC$ congruent?

Identify the corresponding sides. Write the criterion of congruence.

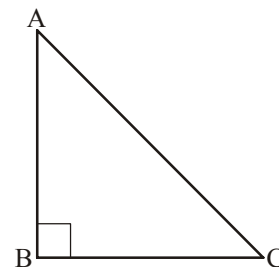


8.3.4 Right-Angle Hypotenuse Side congruence (RHS criterion)

In right-angled triangles we already know that one of the angles is a right angle. So what else do we need to prove that the two triangles are congruent?

Let us take the example of $\triangle ABC$ with $\angle B = 90^\circ$. Can we draw a triangle congruent to this triangle, if

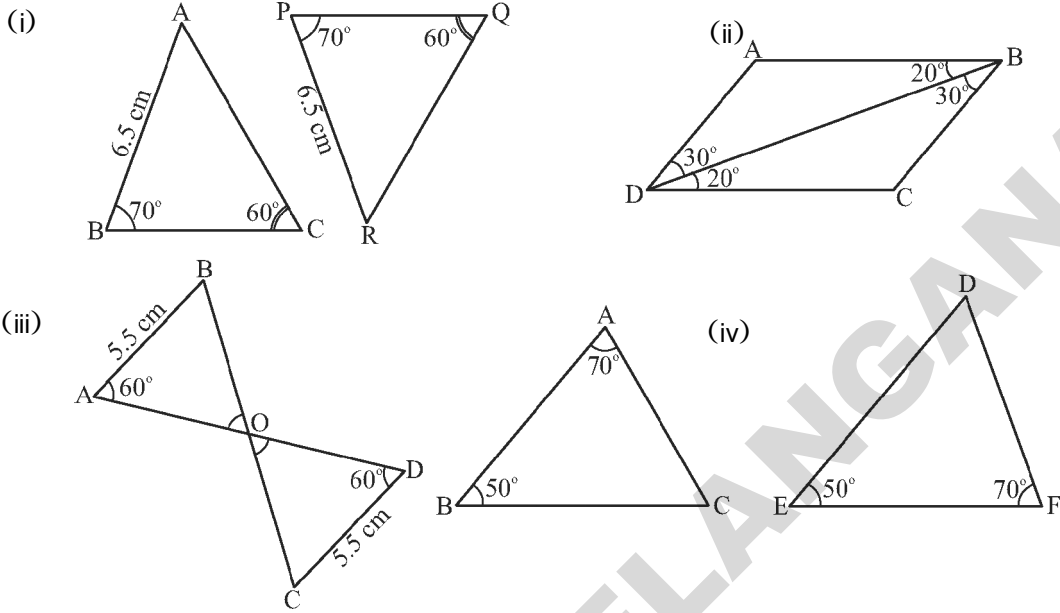
- (i) only BC is known
 (ii) only $\angle C$ is known
 (iii) $\angle A$ and $\angle C$ are known
 (iv) AB and BC are known
 (v) $\angle C$ and BC are known



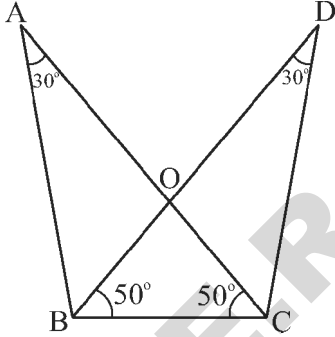
مشق - 3



1. حسب ذیل مثلثات کی جوڑیوں میں بتلایئے کہ کونسی جوڑیاں مماثل ہیں اور مماثلت کے اصول کو بھی سمجھائیئے۔



2. متصلاً شکل میں



(i) کیا ΔABC اور ΔDCB مماثل ہیں؟

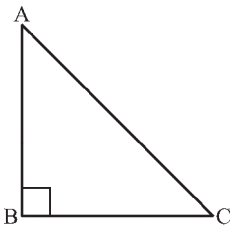
(ii) کیا ΔAOB ، ΔDOC کے مماثل ہیں؟

مزید یہ بھی بتلایئے کہ اس کے متناظر اضلاع کے درمیان کیا رشتہ ہے۔

اپنے جواب کی وضاحت کیجئے۔

8.3.4: قائمہ الزاویہ وتر کے ضلع کی مماثلت کا اصول: ہم پہلے ہی سے واقف ہیں کہ قائمہ الزاویہ مثلثات کے ہر مثلث میں ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے، ہم کس طرح کہہ سکتے ہیں کہ دو قائمہ الزاویہ مثلثات مماثل ہیں۔

اب ہم ΔABC کی ایک مثال $\angle B = 90^\circ$ لیں گے، کیا ہم اس مثلث کے مماثل ایک مثلث بنا سکتے ہیں اگر



(i) صرف BC معلوم ہو

(ii) صرف $\angle C$ معلوم ہو

(iii) $\angle A$ اور $\angle C$ معلوم ہو

(iv) AB اور BC معلوم ہو

(v) $\angle C$ اور BC معلوم ہو

- (vi) BC and the hypotenuse AC are known
- (vii) When you try to draw the rough sketches of these triangles, you will find it is possible only in cases (iv), (v) and (vi).

The last of the situations is new to us and it is called the Right-Angle Hypotenuse Congruence Criterion.

Right-Angle Hypotenuse Congruence Criterion

If the hypotenuse and one side of a right angled triangle are equal to the corresponding hypotenuse and side of the other right angled triangle, then the triangles are congruent.

Example 6 : Given below are measurements of some parts of two triangles. Examine whether the two triangles are congruent or not, using RHS congruence rule. In case of congruent triangles, write the result in symbolic form :

| ΔABC | ΔPQR |
|---|--|
| (i) $\angle B = 90^\circ$, AC = 8 cm, AB = 3 cm | $\angle P = 90^\circ$, PR = 3 cm, QR = 8 cm |
| (ii) $\angle A = 90^\circ$, AC = 5 cm, BC = 9 cm | $\angle Q = 90^\circ$, PR = 8 cm, PQ = 5 cm |

Solution :

- (i) Here, $\angle B = \angle P = 90^\circ$
 hypotenuse, AC = hypotenuse, RQ (= 8 cm)
 side AB = side RP (= 3 cm)
 So, $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$
 (By RHS Congruence rule).

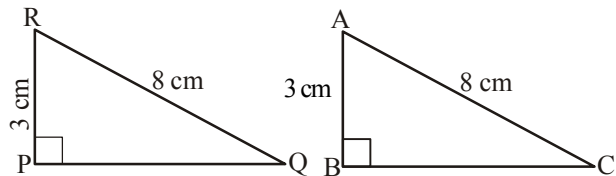


Figure 1

- (ii) Here, $\angle A = \angle Q = 90^\circ$ and
 side AC = side PQ (= 5 cm).
 hypotenuse, BC \neq hypotenuse, PR
 So, the triangles are not congruent.

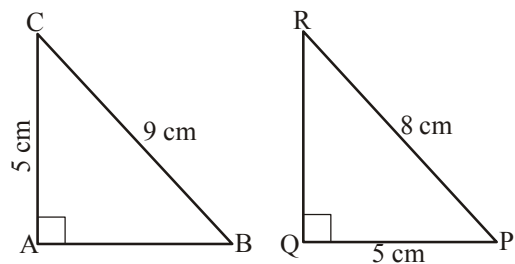


Figure 2

(vi) BC اور وتر AC معلوم ہو

(vii) جب آپ ان مثلثات کو بنانے کی کوشش کریں گے تب آپ کو معلوم ہوگا کہ یہ صرف ان ہی صورتوں

(iv)، (v) اور (vi) میں ممکن ہے۔

آخری صورت حال ہمارے لئے نئی ہے اور یہ قائم الزاویہ وتر مماثلت کا اصول کہلاتی ہے۔

قائم الزاویہ وتر مماثلت کا اصول:

اگر مثلث قائم الزاویہ میں وتر اور اس کا ایک ضلع دوسرے قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور متناظر ضلع کے مساوی ہوں تب

یہ مثلثات مماثل ہوتے ہیں۔

مثال 6:- ذیل میں دو مثلثات کے چند حصوں کے پیمائشات دیئے گئے ہیں جانچ کیجئے کہ آیا دو مثلثات مماثل ہیں یا

نہیں (RHS مماثلت کے اصول کے استعمال سے) (مماثل مثلثات کی صورت میں نتیجہ کو علامتی شکل میں لکھئے۔

ΔABC

(i) $\angle B = 90^\circ$, $AC = 8\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$

(ii) $\angle A = 90^\circ$, $AC = 5\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$

ΔPQR

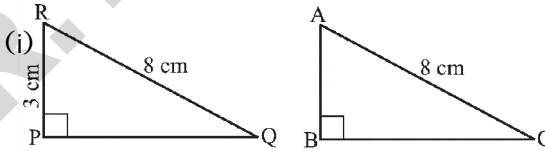
(i) $\angle P = 90^\circ$, $PR = 3\text{cm}$, $QR = 8\text{cm}$

(ii) $\angle Q = 90^\circ$, $PR = 8\text{cm}$, $PQ = 5\text{cm}$

حل:- (i) یہاں $\angle B = \angle P = 90^\circ$

وتر $AC = 8\text{cm}$ = وتر $RQ = 8\text{cm}$

ضلع $AB = 3\text{cm}$ = ضلع $RP = 3\text{cm}$

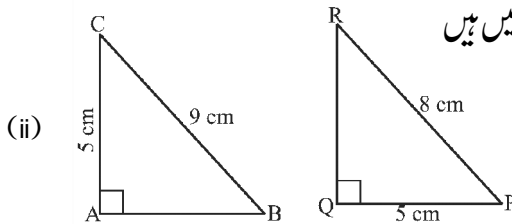


اس لئے $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ (RHS مماثلت کا اصول)

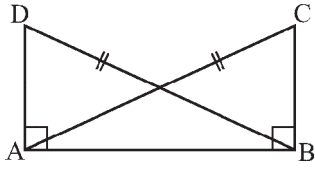
(ii) یہاں $\angle A = \angle Q = 90^\circ$

ضلع $AC = 5\text{cm}$ = ضلع $PQ = 5\text{cm}$

وتر $BC \neq PR = 8\text{cm}$ اسلئے یہ مثلثات مماثل نہیں ہیں



مثال 7:- متصلہ شکل میں $\overline{DA} \perp \overline{AB}$ ، $\overline{CB} \perp \overline{AB}$ اور $AC=BD$ تب $\triangle ABC$ اور $\triangle DAB$ میں مساوی



حصوں کی تین جوڑیاں بیان کیجئے۔

ذیل کے کونسے بیانات معنی خیز ہیں

- (i) $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ (ii) $\triangle ABC \cong \triangle ABD$

حل:- مساوی حصوں کی تین جوڑیاں ہیں $\angle ABC = \angle BAD (= 90^\circ)$

(دیا گیا ہے) $AC = BD$

(مشترکہ ضلع) $AB = BA$

(RHS کے مماثلت کے اصول کی رو سے) $\triangle ABC \cong \triangle BAD$

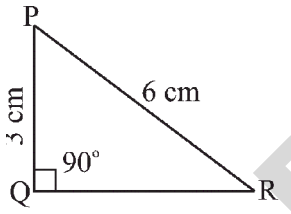
اوپر کی رو سے بیان (i) صادق ہے

بیان (ii) معنی خیز نہیں ہے اس احساس کیساتھ کہ راسوں کے مطابق اطمینان بخش نہیں ہے۔

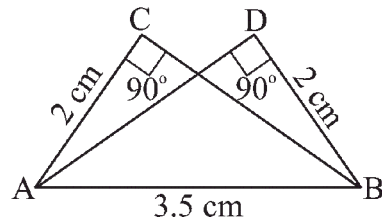
کوشش کیجئے



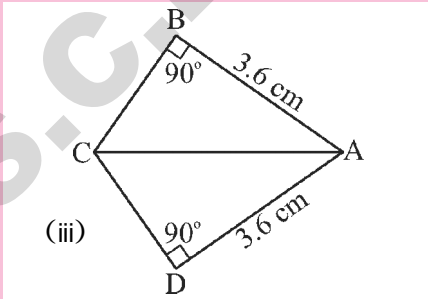
1. ذیل میں دی ہوئی شکل میں مثلث کے بعض حصوں کی پیمائش دی گئی ہے RHS مماثلت کے اصول کے استعمال سے بتلائیے کہ مثلثات کی کونسی جوڑیاں مماثل ہیں۔ مماثل مثلثات کی صورت میں نتیجہ کو علامتی شکل میں لکھئے۔



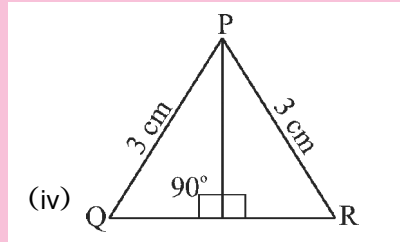
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

2. RHS مماثلت کے اصول کے مطابق $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$ ہے اگر $\angle B = \angle P = 90^\circ$

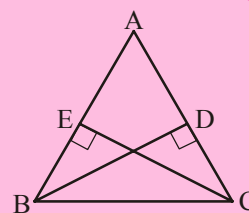
اور $AB=RP$ دیا جائے تب مزید اور کونسی زائد معلومات کی ضرورت ہوگی؟

3. In the adjacent figure, BD and CE are altitudes of $\triangle ABC$ such that $BD = CE$.

(i) State the three pairs of equal parts in $\triangle CBD$ and $\triangle BCE$.

(ii) Is $\triangle CBD \cong \triangle BCE$? Give reasons.

(iii) Is $\angle DBC = \angle ECB$? Why?



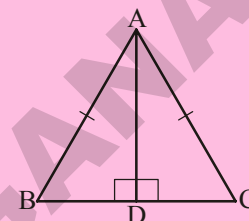
4. ABC is an isosceles triangle with $AB = AC$ and AD is one of its altitudes (fig ...).

(i) State the three pairs of equal parts in $\triangle ADB$ and $\triangle ADC$.

(ii) Is $\triangle ADB \cong \triangle ADC$? Why?

(iii) Is $\angle B = \angle C$? Why?

(iv) Is $BD = CD$? Why?



Exercise - 4

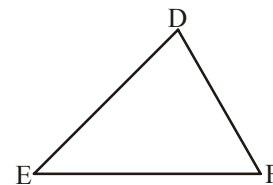
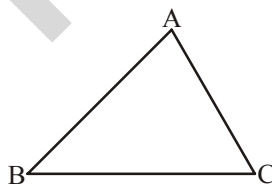
1. Which congruence criterion do you use in the following?

(i) Given : $AC = DF$

$AB = DE$

$BC = EF$

So, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS)

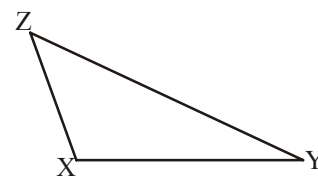
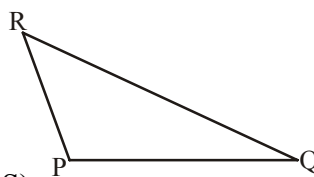


(ii) Given : $ZX = RP$

$ZY = RQ$

$\angle XZY = \angle PRQ$

So, $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$ (SAS)

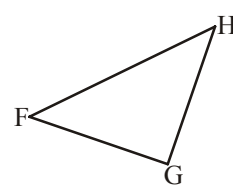
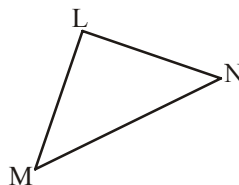


(iii) Given : $\angle MLN \cong \angle FGH$

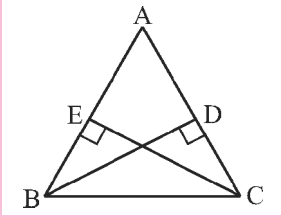
$\angle NML \cong \angle GFH$

$ML = FG$

So, $\triangle LMN \cong \triangle GFH$ (ASA)



3. متصلہ شکل میں \overline{BD} اور \overline{CE} ، $\triangle ABC$ کے عمود ہیں۔



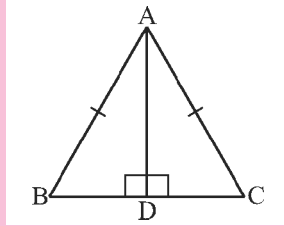
اس طرح کہ $BD=CE$

(i) مثلث CBD اور مثلث BCE میں مساوی حصوں کی تین جوڑیاں بیان کیجئے۔

(ii) کیا $\triangle CBD \cong \triangle BCE$ کیوں یا کیوں نہیں؟

(iii) کیا $\angle DBC = \angle ECB$ کیوں یا کیوں نہیں؟

4. ABC ایک مساوی الاثاقین مثلث ہے جس میں $\overline{AB} = \overline{AC}$ اور AD ایک وتر ہے۔



(i) $\triangle ADB$ اور $\triangle ADC$ میں مساوی حصوں کی تین جوڑیاں بیان کیجئے۔

(ii) کیا مثلث $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ کیوں یا کیوں نہیں؟

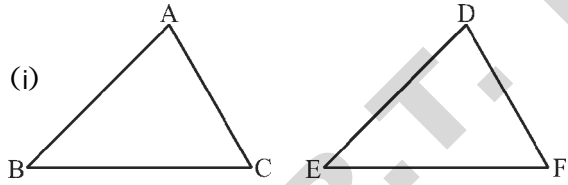
(iii) کیا $\angle B \cong \angle C$ کیوں یا کیوں نہیں؟

(iv) کیا $BD \cong CD$ کیوں یا کیوں نہیں؟

مشق - 4



1. حسب ذیل میں آپ مماثلت کا کونسا اصول استعمال کریں گے۔

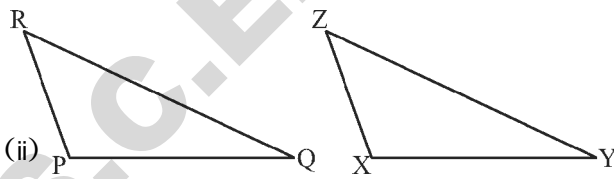


(i) دیا گیا ہے $AC = DF$

$AB = DE$

$BC = EF$

اسلئے $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

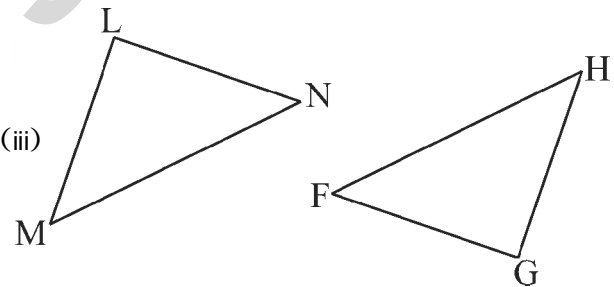


(ii) دیا گیا ہے کہ $ZX = RP$

$RQ = ZY$

$\angle PQR = \angle XZY$

اسلئے $\angle PQR = \angle XZY$



(iii) دیا گیا ہے کہ $\angle MLN \cong \angle FGH$

$\angle NML \cong \angle GFH$

$ML \cong FG$

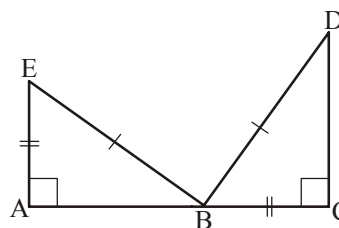
اسلئے $\triangle LMN \cong \triangle FGH$

(iv) Given : $EB = DB$

$AE = BC$

$\angle A = \angle C = 90^\circ$

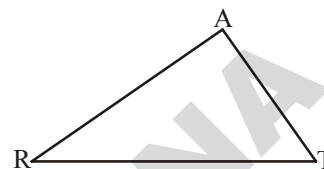
So, $\triangle ABE \cong \triangle CDB$ (RHS)



2. You want to show that $\triangle ART \cong \triangle PEN$,

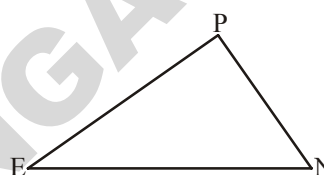
(i) If you have to use SSS criterion, then you need to show

(a) $AR =$ (b) $RT =$ (c) $AT =$



(ii) If it is given that $\angle T = \angle N$ and you are to use SAS criterion, you need to have

(a) $RT =$ and (ii) $PN =$

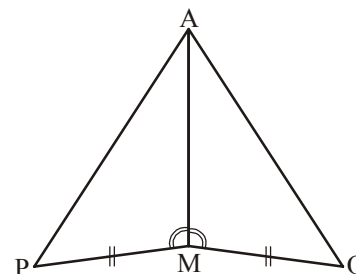


(iii) If it is given that $AT = PN$ and you are to use ASA criterion, you need to have

(a) ? (b) ?

3. To show $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$ in the following proof, state the missing reasons.

| Steps | Reasons |
|--|-------------|
| (i) $PM = QM$ | (i) |
| (ii) $\angle PMA \cong \angle QMA$ | (ii) |
| (iii) $AM = AM$ | (iii) |
| (iv) $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$ | (iv) |



4. In $\triangle ABC$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 40^\circ$ and $\angle C = 110^\circ$

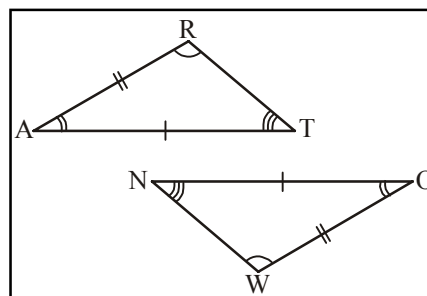
In $\triangle PQR$, $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 40^\circ$ and $\angle R = 110^\circ$

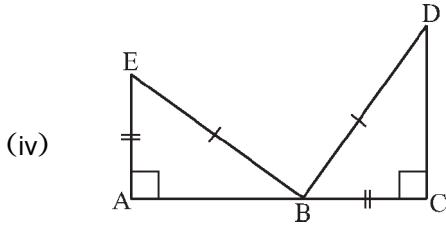
A student says that $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ by AAA congruence criterion. Is he justified?

Give reasons.

5. In the adjacent figure, the two triangles are congruent. The corresponding parts are marked.

$\triangle RAT \cong ?$



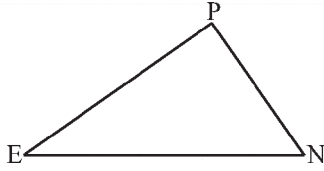


(iv) دیا گیا ہے کہ $EB = DB$

$AE = BC$

$\angle A = \angle C = 90^\circ$

اسلئے $\triangle ABE \cong \triangle CDB$



2. آپ بتلانا چاہتے ہیں کہ $\triangle ART \cong \triangle PEN$

(i) اگر آپ کو SSS کا اصول استعمال کرنا ہو تو آپ کو بتلانا ہوگا۔

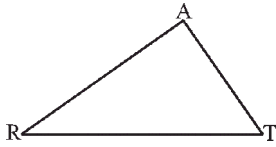
(a) $AR =$ (b) $RT =$ (c) $AT =$

(ii) اگر یہ دیا گیا ہے کہ $\angle T = \angle N$ آپ کو SAS کا اصول استعمال کرنا ہو تو

آپ کو ذیل کی ضرورت ہوگی (a) $RT =$ اور (b) $PN =$

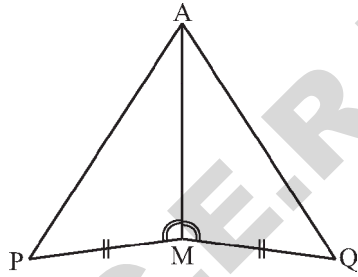
(iii) اگر $AT = PN$ دیا جائے تب آپ کو ASA کا اصول استعمال کرنا ہو تو

آپ کو کون چیزوں کی ضرورت ہوگی (a) ? (b) ?



3. آپ کو بتلانا ہے کہ $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$

ذیل کے جدول میں خالی جگہ دی گئی ہے مختلف مراحل میں واقع ہونے والی مناسب وجہ سے ان کو پُر کیجئے۔

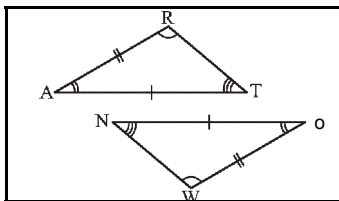


| وجوہات | مراحل |
|----------|---|
|i | PM = QM .i |
|ii | $\triangle PMA \cong \triangle QMA$.ii |
|iii | AM = AM .iii |
|iv | $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$.iv |

4. $\triangle ABC$ میں $\angle A = 30^\circ$ ، $\angle B = 40^\circ$ اور $\angle C = 110^\circ$

$\triangle PQR$ میں $\angle P = 30^\circ$ ، $\angle Q = 40^\circ$ اور $\angle R = 110^\circ$ ایک طالب علم نے کہا کہ

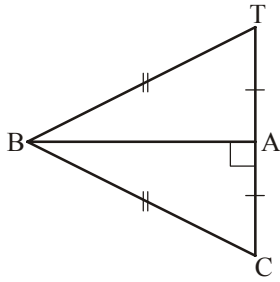
$\triangle ABC \cong \triangle PQR$ (AAA مماثلت کے اصول کی رو سے) کیا اس نے صحیح کہا؟ کیوں؟ یا کیوں نہیں؟



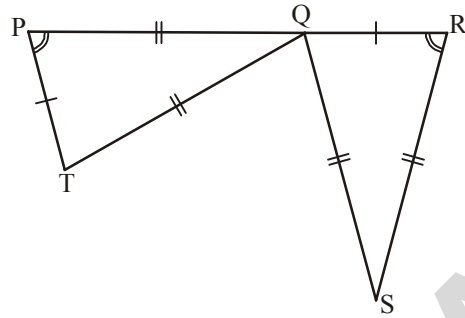
5. شکل میں دو مثلثات کے متناظر حصے بتلائے گئے ہیں

تب ہم مثلث $\triangle RAT \cong ?$ لکھ سکتے ہیں

6. Complete the congruence statement.



$\triangle ABC \cong ?$



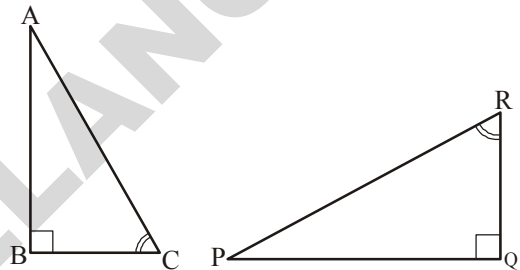
$\triangle QRS \cong ?$

7. In a squared sheet, draw two triangles of equal areas such that

- (i) the triangles are congruent.
- (ii) the triangles are not congruent.

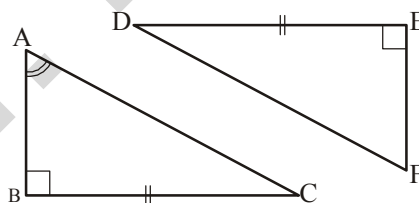
What can you say about their perimeters?

8. If $\triangle ABC$ and $\triangle PQR$ are to be congruent, name one additional pair of corresponding parts. What criterion did you use?



9. Is $\triangle ABC \cong \triangle FED$?

Why?

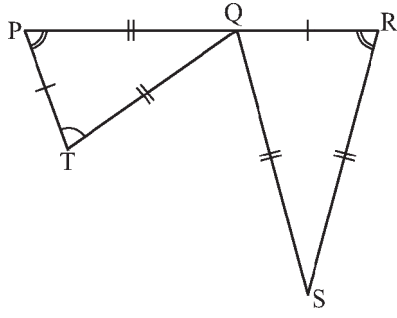


Looking Back

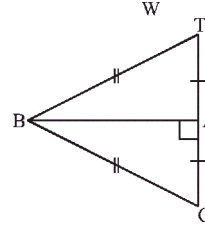
1. Congruent objects are objects having the same shape and size.
2. The method of superimposition examines the congruence of plane figures.
3. Two line segments say, \overline{AB} and \overline{CD} are congruent if they have equal lengths. We write this as $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. However, it is common to write it as $AB = CD$.
4. If all the parts of one triangle are equal to the corresponding parts of other triangle, then the triangles are congruent.



6. مماثل بیان کو مکمل کیجئے۔



$\Delta QRS \cong ?$

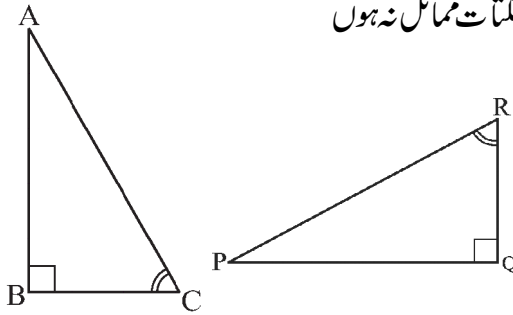


$\Delta ABC \cong ?$

7. ایک مربع شیٹ میں مساوی رقبہ کے دو مثلثات اس طرح اُتاریئے کہ

(i) مثلثات مماثل ہوں (ii) مثلثات مماثل نہ ہوں

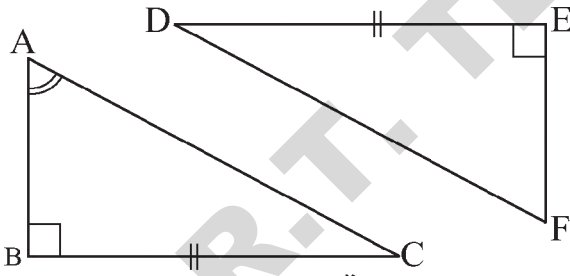
آپ ان کے احاطوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں۔



8. اگر مثلث ABC اور مثلث PQR مماثل ہوں تو متناظر

حصوں میں کوئی ایک زائد جوڑ کا نام بتائیے آپ کونسا اصول

استعمال کریں گے۔



9. سمجھائیے کیوں؟

$\Delta ABC \cong \Delta FED$

ہم نے کیا سیکھا؟



1. ایسی اشیاء جن کی شکل اور جسامت یکساں ہوتی ہو مماثل شے کہلاتی ہیں۔

2. Superimposition تسلط کا طریقہ مسطح اشکال کی جانچ کا طریقہ ہے۔

3. دو خطی قطعہ AB اور CD مماثل ہوتے ہیں اگر ان کے طول مساوی ہوں۔ ہم اس کو اس طرح لکھتے ہیں

$AB \cong CD$ عام طور پر $AB=CD$ لکھتے ہیں۔

4. اگر ایک مثلث کے تمام حصے دوسرے مثلث کے متناظر حصوں کے مساوی ہوں تب مثلثات مماثل ہوتے ہیں۔

5. The necessary and sufficient conditions for two triangles to be congruent are as follows:

- (i) Side-Side-Side (SSS) criterion for congruence: If three sides of a triangle are equal to the corresponding three sides of another triangle, then the triangles are congruent.
- (ii) Side-Angle-Side(SAS) criterion for congruence: If two sides and the angle included between the two sides of a triangle are equal to the corresponding two sides and the included angle of another triangle, then the triangles are congruent.
- (iii) Angle-Side-Angle criterion of congruence: If two angles and the included side of a triangle are equal to the corresponding two angles and included side of another triangle then the triangles are congruent.
- (iv) Right-Angle Hypotenuse criterion of congruence: If the hypotenuse and one side of a right-angled triangle are equal to the corresponding hypotenuse and side of the other right-angled triangle, then the triangles are congruent.



5. دو مثلثات کے مماثل ہونے کی ضروری اور اطمینان بخش شرائط حسب ذیل ہیں۔

(i) ضلع ضلع ضلع (SSS) مماثلت کا اصول: اگر ایک مثلث کے تینوں ضلع دوسرے مثلث کے متناظر تینوں ضلعوں کے مساوی ہوں تب یہ مثلثات مماثل ہوں گے۔

(ii) ضلع زاویہ ضلع (SAS) مماثلت کا اصول: اگر مثلث کے دو ضلع اور ان کے درمیان کا زاویہ دوسرے مثلث کے متناظر دو ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویہ کے مساوی ہو تو یہ دو مثلثات مماثل کہلاتے ہیں۔

(iii) زاویہ ضلع زاویہ (ASA) مماثلت کا اصول: اگر ایک مثلث کے دو زاویے اور ان کا درمیانی ضلع دوسرے مثلث کے متناظر دو زاویوں اور ان کے درمیانی ضلع کے مساوی ہوں تو یہ دو مثلثات مماثل ہوتے ہیں۔

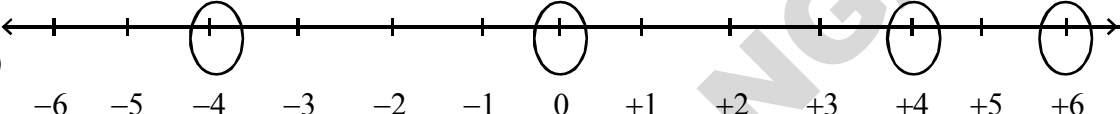
(iv) زاویہ قائمہ وتر مماثلت کا اصول: اگر ایک مثلث کی وتر اور ایک ضلع دوسرے مثلث کے متناظر وتر اور ضلع کے مساوی ہو تو یہ مثلثات مماثل ہوتے ہیں۔



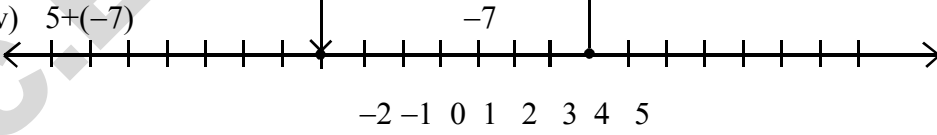
ANSWERS

01- Integers

Exercise - 1

- (1) Biggest number = 2, smallest number = -3
- (2) (i) -9, -8, -7, -6 ; biggest number = -6 ; smallest number = -9
 (ii) -1, 0, +1, +2, ; biggest number = +2 ; smallest number = -1
 (iii) -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
 biggest number = +4 ; smallest number = -7
- (3) (i) -8, -5, 1, 2 (ii) -5, -4, -3, 2 (iii) -15, -10, -7
- (4) (i) -2, -3, -5 (ii) -1, -2, -8 (iii) 8, 5, -2
- (5) 
6. -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9
- (7) i) No. Name of the City Temperature
- | | | |
|---|-----------|------|
| 1 | Bangalore | 20°C |
| 2 | Ooty | 15°C |
| 3 | Nainital | -3°C |
| 4 | Manali | -7°C |
| 5 | Kasauli | -9°C |
- (ii) Bangalore (20°C) (iii) Kasauli (-9°C)
 (iv) Nainital (-3°C) Manali (-7°C) Kasauli (-9°C) (v) Ooty (15°C) Bangalore (20°C)

Exercise - 2

- (1) (iv) $5 + (-7)$ 
- (2) (i) 11 (ii) 5 (iii) 14 (iv) 8 (v) 2 (vi) 4 (vii) -2 (viii) 0
 (ix) 8 (x) 20 (xi) 80 (xii) 2 (xiii) -16 (xiv) -8

Exercise - 3

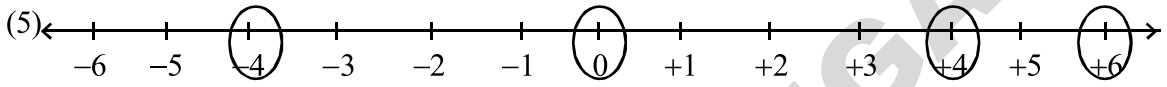
- (1) (i) 5 (ii) 15 (iii) -4 (iv) 1 (v) 13 (vi) -1
- (2) (i) 31 (ii) 21 (iii) 24 (iv) -13 (v) -8
 (vi) 130 (vii) 75 (viii) 50 (ix) -5

جوابات

1 - صحیح اعداد

مشق-1

- (1) چھوٹا عدد = -3 ; بڑا عدد = 2
- (2) (i) -10, -9, -8, -7, -6, -5 ; بڑا عدد = -5 ; چھوٹا عدد = -10
 (ii) -2, -1, 0, +1, +2, +3 ; بڑا عدد = +3 ; چھوٹا عدد = -2
 (iii) -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5
 b) بڑا عدد = +5 ; چھوٹا عدد = -8
- (3) (i) -8, -5, 1, 2 (ii) -5, -4, -3, 2 (iii) -15, -10, -7
- (4) (i) -2, -3, -5 (ii) -1, -2, -8 (iii) 8, 5, -2



(6) دیئے گئے اعداد کو عددی خط پر ظاہر کرنا ; -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9

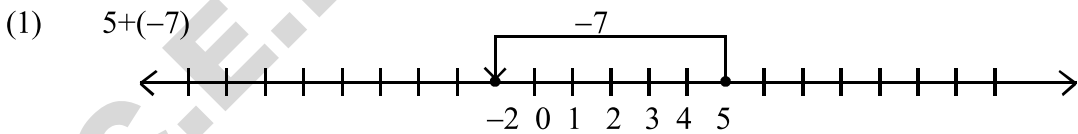
(7) i)

| نشان | شہر کا نام | درجہ حرارت |
|------|------------|------------|
| 1 | بنگلور | 20°C |
| 2 | اوٹھی | 15°C |
| 3 | نیپنی تال | -3°C |
| 4 | منالی | -7°C |
| 5 | کساولی | -9°C |

(ii) بنگلور (20°C) (iii) کساولی (-9°C)

(iv) نیپنی تال (-3°C) منالی (-7°C) کساولی (-9°C) (v) اوٹھی (15°C) بنگلور (20°C)

مشق-2



- (2) (i) 11 (ii) 5 (iii) 14 (iv) 8 (v) 2 (vi) 4
 (vii) -2 (viii) 0 (ix) 8 (x) 20 (xi) 80
 (xii) 2 (xiii) -16 (xiv) -8

مشق-3

- (1) (i) 5 (ii) 15 (iii) -4 (iv) 1 (v) 13 (vi) -1
 (2) (i) 31 (ii) 21 (iii) 24 (iv) -13
 (v) -8 (vi) 130 (vii) 75 (viii) 50 (ix) -5

| | | | | | | |
|-----|-------|------------------|---|-----------|---|----------|
| (3) | Sl.No | Negative integer | + | Whole No. | = | -6 |
| | 1 | (-6) | + | 0 | = | -6 |
| | 2 | (-7) | + | 1 | = | -6 |
| | 3 | (-8) | + | 2 | = | -6 |
| | 4 | (-9) | + | 3 | = | -6 etc., |

Exercise - 4

- (1) (i) +600 (ii) -1 (iii) -600 (iv) +200 (v) -45
 (2) (i) -3 (ii) -225 (iii) 630 (iv) 316 (v) 0
 (vi) 1320 (vii) 162 (viii) -360 (ix) -24 (x) 36
 (3) -10° (4) (i) 10 (ii) 18 (iii) 5 (5) (i) ₹ 5,000 profit (ii) 3200
 (6) (i) -9 (ii) -7 (iii) +7 (iv) -11

Exercise - 5

- (1) (i) True ($72 = 126 - 54 = 72$) (ii) True ($210 = 84 + 126 = 210$) (2) (i) -a (ii) -5
 (3) (i) 480 (ii) -53,000 (iii) -15000 (iv) -4182
 (v) -62500 (vi) 336 (vii) 493 (viii) 1140

Exercise - 6

- (1) (i) -1 (ii) -49 (iii) not defined (iv) 0

Exercise - 7

- (1) (i) 24 (ii) 20 (2) (i) Profit 33,000 (ii) 3000
 (3) 9 PM ; Temperature at Midnight = -14°C
 (4) (i) 8 questions (ii) 13 question (5) 1 hour

02- Fractions, Decimals and Rational Numbers

Exercise - 1

- (1) (i) $2\frac{3}{4}$ (ii) $1\frac{1}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}$ (iv) $3\frac{1}{6}$ (v) $\frac{11}{24}$ (vi) $6\frac{1}{6}$
 (2) (i) $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$
 (3) Sum in row = $\frac{21}{13}$, Sum in column = $\frac{21}{13}$, Sum in diagonal = $\frac{21}{13}$ All the sums are equal.
 (4) $17\frac{11}{15}$ cm (5) $1\frac{7}{8}$ (6) $\frac{7}{12}$

(3) مکمل اعداد + صحیح اعداد منفی نشان سلسلہ = -6

| | | | | | |
|---|------|---|---|---|----------|
| 1 | (-6) | + | 0 | = | -6 |
| 2 | (-7) | + | 1 | = | -6 |
| 3 | (-8) | + | 2 | = | -6 |
| 4 | (-9) | + | 3 | = | -6 وغیرہ |

مشق-4

(1) (i) +600 (ii) -1 (iii) -600 (iv) +200 (v) -1545
 (2) (i) -3 (ii) -225 (iii) 630 (iv) 316 (v) 0
 (vi) 1320 (vii) 162 (viii) -360 (ix) -24 (x) 36
 (3) -10° (4) (i) 10 (ii) 18 (iii) 5 (5) (i) ₹.550000 نفع (ii) 3200
 (6) (i) -9 (ii) -7 (iii) +7 (iv) -11

مشق-5

(1) (i) صادق (72 = 126 - 54 = 72) (ii) صادق (210 = 84 + 126 = 210) (2) (i) -a (ii) -5
 (3) (i) 480 (ii) -53,000 (iii) -15000 (iv) -4182
 (v) -62500 (vi) 336 (vii) 493 (viii) 1140

مشق-6

(1) (i) -1 (ii) -49 (iii) غیر معروف (iv) 0

مشق-7

(1) (i) 24 (ii) 20 (2) (i) 33,000 (ii) 3000
 (3) 19 گھنٹے یا 7 PM ; = -14°C آدھی رات کا درجہ حرارت
 (4) (i) سوالات 8 گھنٹہ (ii) سوالات 13 (5) 1 گھنٹہ

2- کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد

مشق-1

(1) (i) $2\frac{3}{4}$ (ii) $1\frac{1}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}$ (iv) $3\frac{1}{6}$ (v) $\frac{11}{24}$ (vi) $6\frac{1}{6}$
 (2) (i) $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

(3) تمام کا مجموعہ مساوی ہے = $\frac{21}{13}$ وتر میں اعداد کا مجموعہ، = $\frac{21}{13}$ کالم میں اعداد کا مجموعہ، = $\frac{21}{13}$ صف میں اعداد کا مجموعہ

(4) $17\frac{11}{15}$ سر (5) $1\frac{7}{8}$ (6) $\frac{7}{12}$

(7) Perimeter of $\Delta ABE = 10\frac{1}{5}$ cm; BCDE perimeter = $7\frac{11}{15}$ cm ;

ΔABE is greater ; difference = $2\frac{7}{15}$

Exercise - 2

(1) (i) $5\frac{0}{6}$ or 5 (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) (iv) $1\frac{1}{9}$ (v) $6\frac{0}{5}$ or 6

(2) (i) 6 (ii) 6 (iii) 9 (iv) 15

(3) (i) 4 (ii) 6

Exercise - 3

(1) (i) $\frac{35}{66}$ (ii) $1\frac{1}{5}$ (iii) $7\frac{7}{15}$ (2) (i) $3\frac{7}{15}$ (ii) $\frac{2}{21}$ (iii) 3 (iv) 3

(3) (i) $\frac{3}{8} = \frac{3}{4}$ of $\frac{1}{2}$ (ii) Both are equal (4) $17\frac{1}{2}$ hrs. (5) $85\frac{1}{3}$ km. (6) 1350 m.

(7) (i) $\frac{10}{7}$ (ii) $\frac{3}{5}$, 35 or 3,7

Exercise - 4

(1) (i) $\frac{8}{5}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{7}{13}$ (iv) $\frac{4}{3}$ (2) (i) 24 (ii) $3\frac{3}{7}$ (iii) $1\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$

(3) (i) $\frac{2}{15}$ (ii) $\frac{7}{40}$ (iii) $\frac{5}{9}$ (5) $2\frac{1}{2}$ days

Exercise - 5

(1) (i) 0.7 (ii) 8.5 (iii) 1.51 (iv) 6 (2) (i) ₹. 0-09 (ii) ₹. 77-07 (iii) ₹. 2-35

(3) (i) 0.1 m, 0.0001 km (ii) 4.5 cm, 0.045 m, 0.000045 km.

(4) (i) 0.19 kg (ii) 0.247 kg (iii) 44.08 kg

(5) (i) $50 + 5 + \frac{5}{10}$ (ii) $5 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100}$ (iii) $300 + 3 + \frac{3}{100}$

(iv) $30 + \frac{3}{10} + \frac{3}{1000}$ (v) $1000 + 200 + 30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$

(6) (i) 3 (ii) 30 (iii) $\frac{3}{100}$ (iv) $\frac{3}{10}$ (v) $\frac{3}{100}$

(7) Radha walked 100 m. more than Aruna (8) 5.625 kg.

(7) ΔABE کا احاطہ = $10\frac{1}{5}$ سمر $BCDE$ کا احاطہ = $7\frac{11}{15}$ سمر

ΔABE بڑا ہے؛ $2\frac{7}{15}$ سمر

مشق-2

- (1) (i) $5\frac{0}{6}$ or 5 (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) $7\frac{5}{7}$ (iv) $1\frac{1}{9}$ (v) $6\frac{0}{5}$ or 6
 (2) (i) 6 (ii) 6 (iii) 9 (iv) 15
 (3) (i) 4 (ii) 6 (iii) 6 (iv) 12

مشق-3

- (1) (i) $\frac{35}{66}$ (ii) $1\frac{1}{5}$ (iii) $7\frac{7}{15}$ (2) (i) $3\frac{7}{15}$ (ii) $\frac{2}{21}$ (iii) 3 (iv) 3
 (3) (i) $\frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ (ii) دونوں مساوی ہیں (4) $17\frac{1}{2}$ گھنٹے (5) $85\frac{1}{3}$ کلومیٹر (6) 350 میٹر
 (7) (i) $\frac{10}{7}$ (ii) $\frac{3}{5}$, 35 یا 3, 7

مشق-4

- (1) (i) $\frac{8}{5}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{7}{13}$ (iv) $\frac{4}{3}$ (2) (i) 24 (ii) $3\frac{3}{7}$ (iii) $1\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$
 (3) (i) $\frac{2}{15}$ (ii) $\frac{7}{40}$ (iii) $\frac{5}{9}$ (iv) $\frac{4}{3}$ (5) $2\frac{1}{2}$ دن

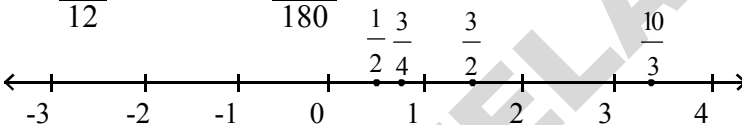
مشق-5

- (1) (i) 0.7 (ii) 8.5 (iii) 1.51 (iv) 0.66 (2) (i) ₹. 0-09 (ii) ₹. 77-07 (iii) ₹. 2-35
 (3) (i) 0.1 کلومیٹر، 0.000 کلومیٹر (ii) 4.5 سمر، 0.045 کلومیٹر، 0.000045
 (4) (i) 0.19 کلوگرام (ii) 0.247 کلوگرام (iii) 44.08 کلوگرام
 (i) $50 + 5 + \frac{5}{10}$ (ii) $5 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100}$ (iii) $300 + 3 + \frac{3}{100}$
 (iv) $30 + \frac{3}{10} + \frac{3}{1000}$ (v) $1000 + 200 + 30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100}$
 (6) (i) 3 (ii) 30 (iii) $\frac{3}{100}$ (iv) $\frac{3}{10}$ (v) $\frac{3}{100}$
 (7) یہ رادھا رونا سے 100 میٹر زائد چلتی ہے۔ (8) 5.625 kg

Exercise -6

- (1) (i) 1.8 (ii) 18.9 (iii) 13.55 (iv) 78.8 (v) 0.35
 (vi) 1050.05 (vii) 1.72 (2) 24.8 cm²
- (3) (i) 213 (ii) 368 (iii) 537 (iv) 1680.7 (v) 13110
 (vi) 15610 (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8
 (xi) 90 (xii) 30
- (4) 625 Km (5) (i) 0.45 (ii) 4.75 (iii) 42.16 (iv) 14.62 (v) 0.025
 (vi) 1.12 (vii) 0.0214 (viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 77.011
- (6) (i) 0.023 (ii) 0.09 (iii) 4.43 (iv) 0.1271 (v) 2 (vi) 590 (vii) 0.02
- (7) 5 (8) 0.128 cm

Exercise -7

- (2) (i) $-\frac{5}{12}$ (ii) $-\frac{75}{180}$
- (3) 
- (4) (i) false (ii) true (iii) false (iv) true

03 - Simple Equations**Exercise - 1**

- (1) (i) L.H.S = 2x R.H.S = 10 (ii) L.H.S = 2x-3 R.H.S = 9 (iii) L.H.S = 4z+1 R.H.S = 8 (iv) L.H.S = 5p+3 R.H.S = 2p+9
 (v) L.H.S = 14 R.H.S = 27-y (vi) L.H.S = 2a-3 R.H.S = 5 (vii) L.H.S = 7m R.H.S = 14 (viii) L.H.S = 8 R.H.S = q+5
- (2) (i) y = 5 (ii) a = 8 (iii) m = 3 (iv) n = 7

Exercise - 2

- (1) (i) x = 4 (ii) y = 7 (iii) x = 5 (iv) z = 9 (v) x = 3 (vi) y = -20
- (2) (i) y = 5 (ii) a = 4 (iii) q = 4 (iv) t = 4 (v) x = 13
 (vi) x = 3 (vii) x = -5 (viii) x = -1 (ix) y = 4 (x) x = -2

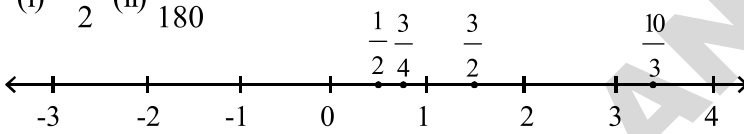
Exercise - 3

- (1) 4 cm (2) 5 cm (3) 21 (4) 30 (5) 8 (6) 46, 49 (7) 7, 8, 9
 (8) l = 34m, b = 2m (9) l = 23m, b = 19m (10) 5 years (11) 19, 44
 (12) 40; 25, 15 (13) 2 (14) 40 (15) 30°, 60°, 90° (16) 30

مشق-6

- (1) (i) 1.8 (ii) 18.9 (iii) 13.35 (iv) 78.8 (v) 0.35
 (vi) 1050.05 (vii) 1.72 (2) 24.8 مربع سسر
- (3) (i) 213 (ii) 368 (iii) 537 (iv) 1680.7 (v) 13110
 (vi) 15610 (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8
 (xi) 90 (xii) 30 (4) 625 کلومیٹر (5) (i) 0.45 (ii) 4.75
 (iii) 42.16 (iv) 14.62 (v) 0.025 (vi) 1.12 (vii) 0.0214
 (viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 77.011 (6) (i) 0.023 (ii) 0.09 (iii) 4.43
 (iv) 0.1271 (v) 2 (vi) 590 (vii) 0.02 (7) 5 (8) 0.128 سسر

مشق-7

- (2) (i) $-\frac{5}{2}$ (ii) $-\frac{75}{180}$
- (3) 
- (4) (i) کاذب (ii) صادق (iii) کاذب (iv) صادق

3- سادہ مساواتیں

مشق-1

- (1) (i) LHS = 2x RHS = 10 (ii) LHS = 2x-3 RHS = 9 (iii) LHS = 4z+1 RHS = 8 (iv) LHS = 5p+3 RHS = 2p+9
 (v) LHS = 14 RHS = 27-y (vi) LHS = 2a-3 RHS = 5 (vii) LHS = 7m RHS = 14 (viii) LHS = 8 RHS = q+5
- (2) (i) y = 5 (ii) a = 7 (iii) m = 3 (iv) n = 7

مشق-2

- (1) (i) x = 4 (ii) y = 7 (iii) x = 5 (iv) z = 9 (v) x = 3 (vi) y = -20
- (2) (i) y = 5 (ii) a = 4 (iii) q = 4 (iv) t = 4 (v) x = 13
 (vi) x = 3 (vii) x = -5 (viii) x = -1 (ix) x = 4 (x) x = -2

مشق-3

- (1) 4 سینٹی میٹر (2) 5 سینٹی میٹر (3) 21 (4) 30 (5) 8 (6) 49, 49 (7) 7, 8, 9
 (8) l = 34 میٹر, b = 2 میٹر (9) l = 23 میٹر, b = 19 میٹر (10) 5 سال (11) 19, 44 (12) -25, -15
 13) 2 (14) 40 (15) 30°, 60°, 90° (16) 30

04 - Lines and Angles

Exercise - 1

- (1) (i) Line segment AB (ii) Ray CD (iii) Line XY (iv) Point 'P'
- (2) (i) O P (ii) X (iii) R S (iv) C D
- (3) $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{CD}$
- (5) (i) acute (ii) obtuse (iii) Right (iv) acute (v) obtuse
- (6) $\angle FOA, \angle EOF, \angle DOE, \angle COD, \angle BOC, \angle DOF, \angle EOF, \angle BOD$ - Acute angles.
 $\angle AOE, \angle BOE, \angle COF$ - Right angles ; $\angle DOA, \angle COA, \angle BOF$ - Obtuse angles.
 $\angle BOA$ - Straight angle (7) (i) and (iv) are parallel ; (ii) and (iii) non parallel
- (8) (i), (ii) and (iv) are intersecting lines and (iii) non-intersecting lines.

Exercise - 2

- (1) iii (2) (i) 65° (ii) 50° (iii) 1° (iv) 35° (3) $45^\circ, 45^\circ$
- (4) Yes. Because the sum of the angles must be 90°

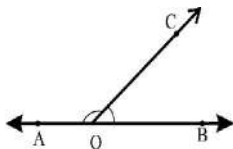
Exercise - 3

- (1) (i), (ii) (2) (i) 75° (ii) 85° (iii) 30° (iv) 160°
- (3) The sum of two acute angles is always less than 180° (4) $90^\circ, 90^\circ$

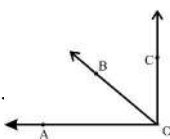
Exercise - 4

- (1) (i) a, b (ii) c, d (2) (i) $\angle AOD, \angle DOB$ (ii) $\angle DOB, \angle BOC$
 (iii) $\angle BOC, \angle COA$ (iv) $\angle COA, \angle AOD$

- (3) Yes. because $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$

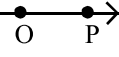

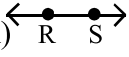
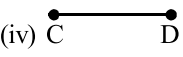


- (4) Yes. because $\angle BOA + \angle COB = 90^\circ$



4 - خطوط اور زاویے

مشق-1

- (1) (i) خطی قطعہ AB (ii) شعاع CD (iii) خط XY (iv) نقطہ 'P'
- (2) (i)  (ii)  (iii)  (iv) 
- (3) $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{CD}$
- (5) (i) منفرج زاویہ (ii) حادہ زاویہ (iii) قائم الزاویہ (iv) حادہ زاویہ (v) منفرج زاویہ
- (6) حادہ زاویے $\angle FOA, \angle EOF, \angle DOE, \angle COD, \angle BOC, \angle DOF, \angle EOF, \angle BOD$
منفرج زاویے $\angle AOE, \angle BOE, \angle COF$; قائم الزاویے $\angle DOA, \angle COA, \angle BOF$
(7) زاویہ مستقیم $\angle BOA$ (ii) اور (iii) غیر متوازی ہیں ; (i) اور (iv) متوازی ہیں
- (8) (i), (ii) اور (iv) متوازی خطوط ہیں اور (iii) غیر متوازی خطوط ہیں

مشق-2

- (1) iii (2) (i) 65° (ii) 50° (iii) 1° (iv) 35° (3) $45^\circ, 45^\circ$
- (4) ہاں کیونکہ زاویوں کا مجموعہ 90° ہوتا ہے

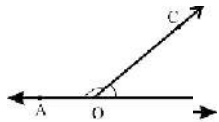
مشق-3

- (1) (i), (ii) (2) (i) 75° (ii) 85° (iii) 30° (iv) 160°
- (3) دو حادہ زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ 180° سے چھوٹا ہوتا ہے (4) $90^\circ, 90^\circ$

مشق-4

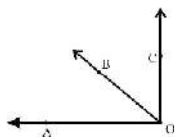
- (1) (i) a, b (ii) c, d (2) (i) $\angle AOD, \angle DOB$ (ii) $\angle DOB, \angle BOC$
(iii) $\angle BOC, \angle COA$ (iv) $\angle COA, \angle AOD$

(3) ہاں



$$\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ \text{ کیونکہ}$$

(4) ہاں



$$\angle BOA + \angle COB = 90^\circ \text{ کیونکہ}$$

Exercise - 5

- (1) i, ii (2) No. Because there is no common arm.

Exercise - 6

- (1) (i) $\angle AOD, \angle BOC$ (ii) $\angle AOD, \angle DOB$
 (2) $y = 160^\circ$ (Vertically opposite angles) $x + 160^\circ = 180^\circ \quad \therefore x = 20^\circ$
 $\angle x = \angle z$ Vertically opposite angles $\therefore z = 20^\circ$

Exercise - 7

- (1) (i) Transversal (ii) Parallel (iii) Parallel (iv) one

- (2) (i) 100° (ii) 45° (iii) 90° (iv) 100°

- (3) $\angle x = 180 - (75+45) = 60^\circ$; $\angle y = 75^\circ$; $z = 45^\circ$

- (4) $b + 50^\circ = 180^\circ \quad \therefore b = 130^\circ$

$$b + c = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + c = 180^\circ \Rightarrow c = 50^\circ$$

$$d + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow d = 130^\circ$$

- (5) $l \parallel m$

- (6) $\angle a = 50^\circ$ (Alternate angles)

$$\angle b = 50^\circ \text{ (Alternate angles)}$$

$$\angle c = \angle d = \angle e = 50^\circ$$

(all are Alternate angles)

05 - Triangle and its Properties**Exercise - 1**

- (1) (i) Possible (ii) Possible (iii) Not possible (iv) Possible

Exercise - 2

- (1) (i) Median (ii) Altitude (Height) (2) Right angle triangle (3) Yes

- (4) No, in some cases it lies in the exterior of the triangle (5) (i) XZ (ii) $\angle R$ (iii) B

مشق-5

- (1) i, ii (2) نہیں کیوں کہ کوئی بھی مشترک بازو نہیں ہے

مشق-6

- (1) (i) $\angle AOD, \angle BOC$ (ii) $\angle AOD, \angle DOB$
 (2) $y = 160^\circ$ عموداً متبادل کے زاویے $x + 160^\circ = 180^\circ \therefore x = 20^\circ$
 $\angle x = \angle z$ عموداً متبادل کے زاویے $\therefore z = 20^\circ$

مشق-7

- (1) (i) قطع خط (ii) متوازی (iii) متوازی (iv) ایک
- (2) (i) 100° (ii) 45° (iii) 90° (iv) 100° $d + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow d = 130^\circ$
- (3) $\angle x = 180 - (75 + 45) = 60^\circ$; $\angle y = 75$; $z = 45^\circ$
- (4) $b + 50^\circ = 180^\circ \therefore b = 130^\circ$ (5) $\angle APQ + \angle AQR = 180^\circ$
 $b + c = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + c = 180^\circ \Rightarrow c = 50^\circ$
 $\angle AQR = 80^\circ$
 $\angle AQR = \angle CRS = 80^\circ$ نظیری زاویے
 $\therefore l \parallel m$ لہذا l متوازی ہے m کے
- (6) $\angle a = 50^\circ$ (متبادل زاویے)
 $\angle b = 50^\circ$ (متبادل زاویے)
 $\angle c = \angle d = \angle e = 50^\circ$
 (تمام متبادل زاویے)

5 - مثلثات اور اُن کے خصوصیات

مشق-1

- (1) (i) ممکن ہے (ii) ممکن ہے (iii) ناممکن (iv) ممکن ہے

مشق-2

- (1) (i) (0) وسطانیہ (ii) ارتفاع (بلندی) (3) ہاں
 (2) مثلث قائم الزاویہ (2) ارتفاع (بلندی) (3) ہاں
 (4) نہیں بعض صورتوں میں یہ مثلث کے بیرونی جانب پایا جاتا ہے (5) (i) XZ (ii) $\angle R$ (iii) B

Exercise - 3

- (1) (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (2) (i) $x = 70^\circ$; $y = 60^\circ$ (ii) $x = 80^\circ$; $y = 50^\circ$
 (iii) $x = 110^\circ$; $y = 70^\circ$ (iv) $x = 60^\circ$; $y = 90^\circ$ (v) $x = 45^\circ$; $y = 90^\circ$ (iv) $x = 60^\circ$
- (3) (i) 40° (ii) 34° (iii) 60° (4) 60° (5) (i) False (ii) True (iii) False (iv) False
- (6) (i) 30° ; 60° ; 90° (7) $x = 100^\circ$; $y = 50^\circ$; $z = 100^\circ$ (8) 72°
- (9) $\angle P = 80^\circ$; $\angle Q = 40^\circ$; $\angle R = 60^\circ$ (10) 18° ; 72° ; 90° (11) 36° , 54°
- (12) $\angle LPM = 40^\circ$; $\angle LMP = 50^\circ$; $\angle QRP = 50^\circ$ (13) 540°

Exercise - 4

- (1) Interior angles : $\angle CBA$, $\angle ACB$, $\angle BAC$; Exterior angles : $\angle CBX$, $\angle ACZ$, $\angle BAY$
- (2) $\angle ACD = 111^\circ$ (3) $x = 115^\circ$; $y = 35^\circ$ (4) (i) $x = 50^\circ$ (ii) $x = 33^\circ$; $y = 82^\circ$
- (5) $\angle CDB = 76^\circ$; $\angle CBD = 39^\circ$; $\angle CBA = 58^\circ$
- (6) (i) $x=55^\circ$, $y=55^\circ$ (ii) $x=100^\circ$, $y=50^\circ$ (iii) $x=120^\circ$, $y=30^\circ$ (iv) $x=40^\circ$, $y=70^\circ$
 (v) $x = 60^\circ$; $y = 150^\circ$; (vi) $x = 50^\circ$; $y = 130^\circ$
- (7) 50° ; 75° ; 55° (8) $\angle P=35^\circ$, yes (9) 70°
- (10) 30° ; 75° ; 75° (11) $x = 135^\circ$; $y = 80^\circ$

06 - Ratio - Applications**Exercise - 1**

- (1) $100 : 10$, $10 : 1$
- (2) ₹ 15 (i) $15 : 5$ or $3 : 1$ (Radha : Sudha) (ii) $5 : 15$ or $1 : 3$ (Sudha : Radha)
- (3) $40 : 20$ or $2 : 1$ (4) $1 : 2400$
- (5) Raju's share = 40 ; Ravi's share = 56 (6) $\overline{AX} = 18$ cm ; $\overline{XB} = 20$ cm.
- (7) ₹ 60,000 (8) 8 liters
- (9) (i) Count no. of boys and girls in your class and write in the form of ratio. If boys or girls will be zero, can you write it in the form of ratio? We can not compare such ratios.
 (ii) Count of doors and number of windows of your classroom and number write in the form of ratios.
 (iii) Count all textbooks and note books with you and write in ratio form.

Exercise - 2

- (1) (i) 8, 8 (ii) 450, 450 (iii) 96, 96 (iv) 6, 30 (v) 24, 72
- (2) (i) False (ii) True (iii) True (iv) True (v) False
- (3) ₹.90 (4) 10 kg (5) a) 45 b) 26 (6) i) 540° ii) 21°

مشق-3

- (1) (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (2) (i) $x = 70^\circ$; $y = 60^\circ$ (ii) $x = 80^\circ$; $y = 50^\circ$
 (iii) $x = 110^\circ$; $y = 70^\circ$ (iv) $x = 60^\circ$; $y = 90^\circ$ (v) $x = 45^\circ$; $y = 90^\circ$ (iv) $x = 60^\circ$
 (3) (i) 40° (ii) 34° (iii) 60° (4) 60° (5) (i) کذب (ii) صادق (iii) کذب (iv) کذب
 (6) (i) 30° ; 60° ; 90° (7) $x = 100^\circ$; $y = 50^\circ$; $z = 100^\circ$
 (8) $\angle LPM = 40^\circ$; $\angle LMP = 50^\circ$; $\angle QRP = 50^\circ$ (9) 72°
 (10) $\angle P = 50^\circ$; $\angle Q = 30^\circ$; $\angle R = 90^\circ$ (11) 18° ; 72° ; 90° (12) 36° (13) 540°

مشق-4

- (1) $\angle CBA, \angle ACB, \angle BAC$: داخلی زاویے ; $\angle CBX, \angle ACZ, \angle BAY$: خارجی زاویے
 (2) $\angle ACD = 111^\circ$ (3) $x = 115^\circ$; $y = 35^\circ$ (4) (i) $x = 50^\circ$ (ii) $x = 33^\circ$; $y = 82^\circ$
 (5) $\angle CDB = 76^\circ$; $\angle CBD = 39^\circ$; $\angle CBA = 58^\circ$
 (6) (i) $x = 55^\circ$; $y = 55^\circ$ (ii) $x = 100^\circ$; $y = 50^\circ$ (iii) $x = 120^\circ$ (iv) $y = 40^\circ$; $y = 70^\circ$
 (vi) $x = 50^\circ$; $y = 130^\circ$ (v) $x = 60^\circ$; $y = 150^\circ$; (7) 50° ; 75° ; 55° (8) $\angle P = 35^\circ$ ہاں (9) 70°
 (10) 30° ; 75° ; 75° (11) $x = 135^\circ$; $y = 80^\circ$

6 - فیصد اور اس کا اطلاق

مشق-1

- (1) $100 : 10$, $10 : 1$ (2) ₹.15 (i) $15 : 5$ or $3 : 1$ (شنا : ساجد)
 (ii) $5 : 15$ or $1 : 3$ (ساجد : شنا) (5) رشید کا حصہ = 40 ; راشد کا حصہ = 56
 (6) $\overline{AX} = 18$ سمر ; $\overline{XB} = 20$ سمر (7) ₹.60,000 (8) لیٹرس 8
 (3) $40 : 20$ یا $2 : 1$ (4) $1 : 2400$

- (i) کمرہ جماعت میں موجود لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد کو گن کر اس کو نسبت کی شکل میں لکھئے، اگر لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد (0) صفر ہو تب کیا آپ اس کو نسبت کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں؟ ہم ایسی نسبتوں کا تقابل نہیں کر سکتے۔
 (ii) کمرہ جماعت میں موجود دروازے اور کھڑکیوں کی گنتی کر کے ان کو نسبت کی شکل میں لکھئے
 (iii) آپ کے پاس موجود تمام کتابوں اور نوٹ بکس کی گنتی کر کے اس کو نسبت کی شکل میں لکھئے

مشق 2

- (1) (i) 8, 8 (ii) 450, 450 (iii) 96, 96 (iv) 6, 30 (v) 24, 72
 (2) (i) کذب (ii) صادق (iii) صادق (iv) صادق (v) کذب
 (3) ₹.90 (4) 10 kg (5) a) 45 b) 26 (6) i) 540° ii) 21°

Exercise - 3

- (1) 0.0001 cm ; 2cm (2) (i) Yes (ii) No (iii) No. (3) 4 cm
 (4) • Draw 5 different squares, measure their lengths and fill the table.
 • 4 times of side will be perimeter of square find and fill the table.
 • Square the side of each and fill the table.
 (i) Yes, length of side is in direct proportion to perimeters of the squares.
 (ii) No, length of side is not indirect proportion to area of the square.

Exercise - 4

- (1) School Y (2) 20% decrease (3) Mangoes = 35% (4) 16%
 (5) Absent = $16\frac{2}{3}\%$ or 16.66% Present = $83\frac{1}{3}\%$ or 83.33% (6) 7200
 (7) 15 (8) gold 70% ; silver 25% ; Copper 5% (9) 2000

Exercise - 5

- (1) $12\frac{1}{2}\%$ or 12.5% (2) 6% (3) ₹ 2,00,000 (4) ₹ 875
 (5) loss = 1200 (2.44%) (6) 561 (7) 202.5 (8) 800 (9) 1100

Exercise - 6

- (1) 2 years 8 months or $\frac{8}{3}$ years or $2\frac{2}{3}$ years (2) 12%
 (3) ₹. 450 (4) ₹. 12958 (5) $1\frac{1}{2}$ years

07 - Data Handling**Exercise 1**

- (1) (i) 33 °C (ii) 30 °C (2) 15.9 kg
 (3) (i) Ground nuts ₹:7500 ; Jawar ₹:4000 ; Millets ₹:5250 (ii) Ground nuts
 (4) 42 (5) (i) 23 (ii) 21, by 3 (iii) 16.5, by 4 (iv) Lekhya
 (6) (i) ₹ 18 (ii) ₹ 54 (iii) ₹ 9 (iv) Proportional (7) 5.5 (8) 5.6 (9) 107

Exercise 2

- (1) 155 cm, 140cm (2) (i) Mean = 28, Mode = 27 (ii) 2 players of age 25 years each.
 (3) 25 (4) (i) Mode (ii) Mean (iii) Mean (iv) Mode

- (1) سسر 4 (3) نہیں (iii) نہیں (ii) ہاں (i) سسر 2; سسر 0.0001 (1)
 (4) ☆ 5 مربعوں کو اُتار کر ان کے طول کی پیمائش کیجئے اور جدول کو مکمل کیجئے۔
 ☆ مربع کے اطراف کا علاقہ (چاروں سمت) احاطہ کہلاتا ہے احاطہ معلوم کیجئے اور جدول کو مکمل کیجئے۔
 ☆ ہر ضلع کا مربع معلوم کر کے جدول کو مکمل کیجئے۔
 (i) مربع کے ضلع کا طول اس کے احاطہ کا راست قضیہ (Proposition) میں ہوتا ہے؟ ہاں!
 (ii) نہیں مربع کے ضلع کا طول اس کے رقبہ سے راست تناسب میں نہیں ہوتا ہے۔

مشق 4

- (1) 16% (4) 35% = آم (3) کمی 20% (2) Y اسکول (1)
 (5) 7200 (6) 83.33% یا 83.33% = حاضر 16.66% یا 16.66% = غیر حاضر (5)
 (7) 2000 (9) 5% تانبہ; 25% چاندی; 70% سونا (8) 15 (7)

مشق 5

- (1) 12.5% or 12.5% (2) 6% (3) 2,00,000 روپے (4) 875 روپے
 (5) 1200 (2.44%) = نقصان (5) 561 (6) 202.5 (7) 800 (8) 1100 (9)

مشق 6

- (1) 2 سال 8 مہینے یا 2 سال 8/3 یا 2 سال 2/3 (2) 12%
 (3) 450 روپے (4) 12958 روپے (5) 1 1/2 سال

7 - معطیات کا اظہار

مشق 1

- (1) (i) 33 °C (ii) 30 °C (2) 15.9 گرام
 (3) (i) موگ پھلی ₹ 5250 باجرہ = ₹ 4000 جوار = ₹ 7500 موگ پھلی (ii) 42
 (5) (i) 23 (ii) 21, by 3 (iii) 16.5, by 4 (iv) سفیان (6) (i) ₹ 18 (ii) ₹ 54 (iii) تناسب
 (7) 5.5 (8) 5.6 (9) 107

مشق 2

- (1) ہر کھلاڑی کی عمر 25 سال ہے (ii) = 27 بہتاتیہ = 28، اوسط (i) 140 سسر 155 سسر (1)
 (3) 25 (4) (i) بہتاتیہ (ii) اوسط (iii) اوسط (iv) بہتاتیہ

Exercise 3

- (1) (i) F (not mean, it is range) (ii) T (iii) F (not mode, it is mean)
 (iv) F (if the numbers are even it is not)
- (2) (i) ₹ 1400 (ii) ₹ 1450 (3) Mode is correct, but median is wrong.
- (4) three 1, 7, 10; 2, 7, 9; 3, 7, 8 (5) 11

Exercise 4

- (5) (i) Education (ii) Food (iii) ₹ 2250 (iv) ₹ 1500

08 - Congruency of Triangles**Exercise - 1**

- (1) (i) True (ii) False, $LS \neq AD$
- (2) (i) $\angle P = \angle R$
 $\angle TQP = \angle RQS$
 $\angle T = \angle S$
- (ii) $\angle ROS = \angle QOP$
 $\angle R = \angle Q$ or $\angle R = \angle P$
 $\angle S = \angle P$ or $\angle S = \angle Q$
- (3) (ii) Correct (4) Yes (S.S.S. Congruency)

Exercise - 2

- (1) It is to be given that $GH = TR$ and $HJ = TS$ (2) $AP = 4$ km ($\therefore AP = BQ$ c.p.c.t.)
- (3) (i) $\triangle ABC \cong \triangle STR$ (ii) $\triangle POQ \cong \triangle ROS$
 $AB = ST$ also $BC = TR$ $PO = RO$ also $PQ = RS$
 $\angle A = \angle S$ $\angle B = \angle T$ $OQ = OS$ $\angle P = \angle R$
 $AC = SR$ $\angle C = \angle R$ $\angle POQ = \angle ROS$ $\angle Q = \angle S$
- (iii) $\triangle DRO \cong \triangle OWD$, $DR = OW$ also $DO = OD$
 $RO = WD$ $\angle ODR = \angle DOW$
 $\angle R = \angle W$ $\angle ROD = \angle WOD$
- in the fig $\square WORD$
 $\angle R = 90^\circ$
 $WD = OR$ and $WO = DR$
 $\therefore \square WORD$ is a rectangle
 $\therefore \triangle WSD \cong \triangle RSO$
 $\triangle WSO \cong \triangle RSD$
 also $\triangle ORW \cong \triangle DWR$

- (1) (i) F (ii) T (iii) F (iv) F (2) (i) ₹1400 (ii) ₹1450
 (3) بہتاتہ صحیح ہے جبکہ وسطانیہ غلط ہے (4) 1,7,10 ; 2,7,9 ; 3,7,8 (5) 11

- (5) (i) تعلیم (ii) غذا (iii) 2250 (iv) ₹1500

8 - مثلثات کی مماثلت

- (1) (i) صادق (ii) کاذب
 (2) (i) $\angle P = \angle R$
 $\angle TQP = \angle SQR$
 $\angle T = \angle S$
 (ii) $\angle ROS = \angle POQ$
 $\angle R = \angle Q$ or $\angle R = \angle P$
 $\angle S = \angle P$ or $\angle S = \angle Q$
 (3) (ii) صحیح (4) ہاں (ضلع ضلع مماثلت)

- (1) $HJ=TS$ اور $GH=TR$ کہہ دینا چاہئے کہ
 (2) $AP = 4 \text{ km}$ ($\therefore AP = BQ$ c.p.c.t.)
 (3) (i) $\triangle ABC \cong \triangle STR$
 $AB = ST$ مزید $BC = TR$
 $\angle A = \angle S$ $\angle B = \angle T$
 $AC = SR$ $\angle C = \angle R$
 (ii) $\triangle POQ \cong \triangle ROS$
 $PO = RO$ مزید $PQ = RS$
 $OQ = OS$ $\angle P = \angle R$
 $\angle POQ = \angle ROS$ $\angle Q = \angle S$
 $DR = OW$ مزید $DO = OD$
 (iii) $\triangle DRO \cong \triangle OWD$
 $RO = WD$ $\angle ODR = \angle DOW$
 $\angle R = \angle W$ $\angle ROD = \angle WOD$
 شکل $\square WORD$ میں
 $\angle R = 90^\circ$
 $WD = OR$ اور $WO = DR$
 $\therefore \square WORD$ ایک مستطیل ہے
 $\therefore \triangle WSD \cong \triangle RSO$
 $\triangle WSO \cong \triangle RSD$
 مزید $\triangle ORW \cong \triangle DWR$

(iv) $\triangle ABC$ and $\triangle CDA$ not congruent

- (4) (i) In $\triangle ABC$ and $\triangle RQP$ we need to know that $AB = RQ$.
(ii) In $\triangle ABC$ and $\triangle ADC$ we need to know that $AB = AD$.

Exercise - 3

- (1) (i) By A.A.S. $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$ (ii) By A.A.S. or ASA $\triangle ABD \cong \triangle CDB$
(iii) By A.A.S. or A.S.A. $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ (iv) not congruent
- (2) (i) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (A.A.S.)
(ii) Because $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (A.A.S.), therefore $AB = CD$ (c.p.c.t.) (Corresponding Parts of Congruent Triangles)
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$
otherwise $\triangle AOB$ and $\triangle DOC$ are similar by A.A.A.
in congruent triangles corresponding parts are equal.

Exercise - 4

- (1) (i) S.S.S. (ii) S.A.S. (iii) A.S.A. (iv) R.H.S. (2) (i) a) $AR = PE$ b) $RT = EN$
c) $AT = PN$ (ii) a) $RT = EN$ b) $PN = AT$ (iii) a) $\angle A = \angle P$ b) $\angle T = \angle N$
- (3) (i) Side (ii) Angle (iii) Common side (iv) S.A.S.
- (4) We can't say $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ when the corresponding angles are equal, but can say that the triangles are similar.
- (5) $\triangle RAT \cong \triangle WON$ (6) $\triangle ABC \cong \triangle ABT$ and $\triangle QRS \cong \triangle TPQ$
- (7) (i) Draw two triangles with same measures. (ii) Draw two triangles of different measures.
- (8) $BC = QR$ (A.S.A.) or $AB = PQ$ (A.A.S.) or $AC = PR$ (A.A.S.)
- (9) $\angle B = \angle E$; $\angle A = \angle F$ by A.A.S. $\triangle ABC \cong \triangle FED$ are congruent; $BC = ED$

(iv) $\triangle ABC$ اور $\triangle CBA$ مماثل نہیں ہے

(4) (i) $AB=PQ$ اور $\triangle RQP$ میں ہم کو جاننا چاہئے کہ $AB=AD$ (ii)

$AB=AD$ اور $\triangle ADC$ میں ہم کو جاننا چاہئے کہ

مشق 3

(1) (i) $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$ S.A.A. کی رو سے (ii) $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ A.S.A. یا A.A.A. کی رو سے

(iii) $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ A.A.S. یا A.S.A. کی رو سے (iv) $\triangle ABC \cong \triangle FED$ A.A.A. کی رو سے

(2) (i) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (S.A.A.)

(ii) $AB=CD$ (c.p.c.t.) (Corresponding Parts of Congruent Triangles) کے نظیری حصے
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$

ورنہ AAA سے $\triangle AOB$ اور $\triangle DOC$ مشابہہ ہیں

مماثل مثلثات میں نظیری حصے مساوی ہوتے ہیں

مشق 4

(1) (i) S.S.S. (ii) S.A.S. (iii) A.S.A. (iv) R.H.S. (2) (i) a) $AR=PE$ b) $RT=EN$
 c) $AT=PN$ (ii) a) $RT=EN$ b) $PN=AT$ (iii) a) $\angle A = \angle P$ b) $\angle T = \angle N$

(3) (i) ضلع (ii) زاویہ (iii) مشترکہ ضلع (iv) S.A.S.

(4) ہم نہیں کہہ سکتے کہ $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ جب نظیری زاویے مساوی ہوتے ہیں، مگر کہہ سکتے ہیں کہ مثلثات مشابہہ ہیں

(5) $\triangle RAT \cong \triangle WON$ (6) $\triangle ABC \cong \triangle ABT$ and $\triangle QRS \cong \triangle TPQ$

(7) (i) مساوی پیمائش لے کر دو مثلثات بنائیے (ii) مختلف پیمائش لے کر دو مثلثات بنائیے

(8) $BC=QR$ (A.S.A.) یا $AB=PQ$ (A.A.S.) یا $AC=PR$ (A.A.S.)

(9) $\angle B = \angle E$; $\angle A = \angle F$ کی رو سے A.A.S. $\triangle ABC \cong \triangle FED$; $BC = ED$

INSTRUCTIONS TO TEACHERS

Dear Teachers!!

Greetings and a hearty welcome to the newly developed textbook Mathematics for class VII.

- The present textbook is developed as per the syllabus and Academic standards conceived by the mathematics position paper prepared based on SCF – 2011 and RTE – 2009 for Upper Primary stage of education.
- The new textbook constitutes 15 chapters with concepts from the main branches of mathematics like Arithmetics, Algebra, Geometry, Mensuration and Statistics.
- These chapters emphasize the prescribed academic standards in achieving the skills like Problem Solving, Reasoning-proof, Communication, Connectivity and representation. The strategies in building a chapter are observation of patterns, making generalization through deductive, inductive and logical thinking, exploring different methods for problem solving, questioning, interaction and the utilization of the same in daily life.
- The situations, examples and activities given in the textbook are based on the competencies acquired by the child at Primary Stage. So the child participates actively in all the classroom interactions and enjoys learning of Mathematics.
- Primary objective of a teacher is to achieve the “Academic standards” by involving students in the discussions and activities suggested in the textbook and making them to learn the concepts.
- Mere completion of a chapter by the teacher doesn't make any sense. The exhibition of prescribed academic standards by the student only ensures the completion of the chapter.
- Students are to be encouraged to answer the questions given in the chapters. These questions help to improve logical, inductive and deductive thinking of the child.
- Understanding and generalization of properties are essential. Student first finds the need and then proceeds to understand, followed by solving similar problems on his own and then generalises the facts. The strategy in the presentation of concepts followed.

اساتذہ کے لئے ہدایات

معزز اساتذہ صاحبین!

جماعت ساتویں کی نئی تشکیل شدہ ریاضی کی کتاب کے لئے آپ سب کا استقبال ہے۔

- اس نئی کتاب کا نصاب آندھرا پردیش کے درسیاتی خاکہ 2011ء (APSCF-2011) کے پوزیشن پیپر اور قانون حق تعلیم 2009 کے تحت وسطانوی سطح کے لئے مرتب کیا گیا ہے۔
- اس نئی درسی کتاب میں 15 ابواب دیئے گئے ہیں جس میں ریاضی کی مختلف شاخ کے تصورات کو لیا گیا ہے۔ جیسے کہ اعداد کا نظام، حساب، الجبر، جیومیٹری مساحت اور شماریات وغیرہ۔
- ان ابواب میں دیئے گئے اصولوں کو خصوصی طور پر نمایاں کیا گیا ہے۔ تاکہ تدریسی معیار جیسے سوالات کامل، استدلال، وثبوت، اظہار جوڑنا، اور پیش کرنا وغیرہ ہے، اس کا نصب العین یہ ہے کہ بچوں میں مشاہدہ کی مہارت پیدا کی جائے، استقرائی و استخراجی اور منطقی فکر و نظر کے ذریعہ عمومیت دینا، سوالات کو حل کرنے کے لئے مختلف طریقے معلوم کرنا، سوالات حل کرنا، بحث و مباحثہ کرنا، اور ان کو اپنی روزمرہ زندگی میں استعمال کرنا ہے۔
- تحتانوی سطح پر بچوں میں جو استعدادیں حاصل کی ہیں ان کی اساس پر اس درسی کتاب میں، مواقع، مثالیں اور مشاغل شامل کئے گئے ہیں تاکہ بچے مکمل توجہ کے ساتھ کمرہ جماعت میں فراہم کئے جانے والے ریاضی کے مشاغل کو خوشی خوشی سیکھ سکیں۔
- اس کتاب کے نصاب میں دیئے گئے مشاغل کے اصولوں کو بہتر طور پر سمجھانے اور ان پر بحث و مباحثہ کرنا، ان اصولوں کو ذہن نشین کروانا اور تدریسی معیار کو فروغ دینا، معلم کی اہم ذمہ داری ہے۔
- معلم کو اپنے طور پر نصاب کا مکمل کرنا کوئی معنی نہیں رکھتا۔ تدریسی معیار اور مخصوص مہارتوں کو جو نصاب میں مختص کیا گیا ہے۔ طلباء کے ذریعہ سے ہی پیش کرنے کی صلاحیت کو اجاگر کرنا ہی دراصل نصاب کو مکمل کرنا ہے۔
- بچوں کی ہمت افزائی اس طرح کریں کہ وہ ابواب میں دیئے گئے سوالات کے جوابات دے سکیں، حل کر سکیں، ان سوالات کو حل کرنا بچوں میں منطقی، استقرائی و استخراجی صلاحیتوں کو فروغ دیتے ہیں۔
- خصوصیات کی تفہیم اور عمومیت دینا بہت ہی ضروری ہے طلباء اپنی ضرورت کو جانیں گے اور پھر اس کی تفہیم کی طرف آگے بڑھیں گے۔ اس طرح کہ وہ اسی طرز کے والات کو اپنے طور پر حل کر سکیں گے اور حقائق کو عمومیت دے سکیں گے۔ پیشکش کی اس حکمت عملی کو اپنا سکیں گے۔

- Clear illustrations and suitable pictures are given wherever it was found connection and corrects the misconception necessary.
- Exercises of ‘Do This’ and ‘Try This’ are given extensively after completion of each concept. Exercises given under ‘Do This’ are based on the concept taught. After teaching of two or three concepts some exercises are given based on them. Questions given under ‘Try This’ are intended to test the skills of generalization of facts, ensuring correctness of statements, questioning etc., ‘Do This’ exercise and other exercises given are supposed to be done by students on their own. This process helps the teacher to know how far the students can fare with the concepts they have learnt. Teacher may assist in solving problem given in ‘Try This’ sections.
- Students should be made to digest the concepts given in “looking back” completely. The next chapter is to be taken up by the teacher only after satisfactory performance by the students in accordance with the academic standards designated for them (given at the end).
- Teacher may prepare his own problems related to the concepts besides solving the problems given in the exercises. Moreover students should be encouraged to identify problems from day- to-day life or create their own.
- Above all the teacher should first study the textbook completely thoroughly and critically. All the given problems should be solved by the teacher well before the classroom teaching.
- Teaching learning strategies and the expected learning outcomes, have been developed class wise and subject-wise based on the syllabus and compiled in the form of a Hand book to guide the teachers and were supplied to all the schools. With the help of this Hand book the teachers are expected to conduct effective teaching learning processes and ensure that all the students attain the expected learning outcomes.

Happy Teaching.

- تصورات کو واضح کرنے کے لئے جہاں کہیں تصاویر کی ضرورت ہوتی ہے ان تصورات کو تصاویر کی مدد سے عیاں کیا گیا ہے۔
- ہر عمومی تصور کے اختتام پر ”یہ کیجئے“ اور ”کوشش کیجئے“ کے عنوان سے مشق دیئے گئے ہیں۔ ”یہ کیجئے“ کے عنوان میں جو مشق دی گئی ہے وہ عمومی تصورات پر مبنی ہے دو یا تین عمومی تصورات کے سیکھنے کے بعد ان تصورات پر مشق دی گئی ہے۔ ”کوشش کیجئے“ کے عنوان میں جو مشق دی گئی ہے ان سے مہارت، حقائق کی عمومیت، جملوں کی صداقت، اور سوالات کو جانچا جا رہا ہے ”یہ کیجئے“ میں دی گئی مشق اور دوسرے عنوان کے تحت دی گئی مشق کے تمام سوالات کو بچے از خود حل کریں۔ ان مشقوں کو حل کرنے سے معلم کو یہ جاننے میں آسانی ہوگی کہ بچوں میں کونسے عمومی تصورات فروغ پا رہے ہیں اور وہ کیا سیکھ چکے ہیں ”کوشش کیجئے“ کے تحت دی گئی مشقی سوالات کو درپیش مشکلات کو حل کرنے میں معلم مدد کر سکتا ہے۔
- ایسے عمومی تصورات کو سبق کے اختتام پر بعنوان ”ہم نے کیا سیکھا“ کے تحت دیا گیا ہے ان تصورات کو بچے اچھی طرح ذہن نشین کر لیں نئے باب کو شروع کرنے سے قبل معلم یہ اطمینان کر لیں کہ پچھلے باب کے تمام عمومی تصورات سے طلباء اچھی طرح واقف ہو چکے ہیں یا نہیں، یہ معیاری درس و تدریس کا اصول ہے۔
- معلم متعلقہ باب میں دیئے گئے عمومی تصورات پر مبنی سوالات کو مد نظر رکھ کر بذات خود مزید سوالات کو ترتیب دیں اور ان کو بچوں سے حل کروائیں۔ اس کے علاوہ بچوں کو روزمرہ زندگی میں ان تصورات پر مبنی سوالات از خود تیار کرنے کے لئے کہیں اور کوشش کرنے پر ان کی ہمت افزائی کریں۔
- تمام معزز اساتذہ صاحبین سے ادباً گزارش ہے کہ وہ کمرہٴ جماعت میں درس و تدریس سے قبل اس کتاب پر مکمل مثبت اور تنقیدی نقطہ نظر سے جائزہ لیں اور تمام مشقی سوالات کو حل کر لیں تاکہ طلباء کو یہ آسانی سمجھا سکیں۔

Happy Teaching

Syllabus

| | |
|---|--|
| Number Systems (50 hrs) 1. Integers 2. Fractions, Decimals & Rational Numbers | (i) Integers <ul style="list-style-type: none"> • Multiplication and division of integers (through patterns). • Properties of integers (including identities for addition & multiplication, (closure, commutative, associative, inverse, distributive) (through patterns). (examples from whole numbers as well). Expressing properties in a general form. Construction of counter examples, (eg. subtraction is not commutative). • Word problems involving integers (all operations) |
| | (ii) Fractions, Decimals and rational numbers: <ul style="list-style-type: none"> • Multiplication of fractions • Fraction as an operator “of” • Reciprocal of a fraction and its use • Division of fractions • Word problems involving mixed fractions (related to daily life) • Introduction to rational numbers (with representation on number line) • Difference between fraction and rational numbers. • Representation of rational number as a decimal. • Word problems on rational numbers (all operations) • Multiplication and division of decimal fractions • Conversion of units (length & mass) • Word problems (including all operations) |
| Algebra (20 hrs) 11. Exponents 10. Algebraic Expressions 3. Simple Equations | Exponents and powers Introduction Meaning of x in a^x where $a \in \mathbb{Z}$ <ul style="list-style-type: none"> • Laws of exponents (through observing patterns to arrive at a generalization.) where $M, n \in \mathbb{N}$ (i) $a^m a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m/a^n = a^{m-n}$, where $(m-n) \in \mathbb{N}$ (iv) $a^m \cdot b^m = (ab)^m$ (v) number with exponent zero (vi) Decimal number in exponential notation (vii) Expressing large number in standard form (Scientific Notation) |
| | ALGEBRAIC EXPRESSIONS Introduction Generate algebraic expressions (simple) involving one or two variables <ul style="list-style-type: none"> • Identifying constants, coefficient, powers • Like and unlike terms, degree of expressions e.g., x^2y etc. (exponent of x, number of variables d) • Addition, subtraction of algebraic expressions (coefficients should be integers). |
| | Simple equations <ul style="list-style-type: none"> • Simple linear equations in one variable (in contextual problems) with two operations (integers as coefficients) |
| 6. Ratio - Applications (20 hrs) | <ul style="list-style-type: none"> • Ratio and proportion (revision) • Unitary method continued, consolidation, general expression. • Compound ratio : simple word problems • Percentage- an introduction • Understanding percentage as a fraction with denominator 100 • Converting fractions and decimals into percentage and vice-versa. • Application to profit and loss (single transaction only) • Application to simple interest (time period in complete years). |

نصاب

| | |
|---|--|
| <p>(i) صحیح اعداد</p> <ul style="list-style-type: none"> ☆ صحیح اعداد کی عمل ضرب و تقسیم (مختلف نمونے) ☆ صحیح اعداد کی خصوصیات (جمعی و ضربی تماثلی عناصر کے علاوہ (بندشی، تقلیبی، متلازمی، معکوس، انتشاری) (مختلف نمونے) (مکمل اعداد کی مثالیں)، عددی خصوصیات کو مکمل اعداد پر اطلاق متضاد و مثال بنانا (عمل تفریق، تقلیبی خاصیت نہیں رکھتا) ☆ عبارتی سوالات صحیح اعداد پر (جن میں ریاضی کے تمام بنیادی اعمال کی شمولیت) <p>(ii) کسور اعشاریہ اور ناطق اعداد</p> <ul style="list-style-type: none"> ☆ کسور کی عمل ضرب ☆ کسور کا عمل (کا) کے استعمال کے ذریعہ ☆ کسور کا معکوس اور اس کا استعمال ☆ کسور کی عمل تقسیم ☆ مرکب کسور پر عبارتی سوالات (روزمرہ زندگی پر منحصر) ☆ ناطق اعداد کا تعارف (عددی خط پر اظہار) ☆ کسور اور ناطق اعداد میں فرق ☆ ناطق اعداد کا اعشاری عدد میں ظاہر کرنا ☆ ناطق اعداد پر عبارتی سوالات (ریاضی کے بنیادی اعمال کا استعمال) ☆ اعشاری کسور کا عمل ضرب اور عمل تقسیم ☆ اکائیوں کی باہم تبدیلی (جیسے طول اور کمیت) ☆ عبارتی سوالات (ریاضی کے بنیادی اعمال پر) | <p>اعداد کا نظام (50 گھنٹے)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. صحیح اعداد 2. کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد |
| <p>(i) قوت نما اور اس کا تعارف</p> <p>x کا مقام a^x میں جہاں $a \in \mathbb{Z}$</p> <ul style="list-style-type: none"> ☆ قوت نماء کے قوانین (مشاہدہ کے ذریعہ مختلف نمونوں کو عام کرنا) ☆ جہاں $(i) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $(m, n \in \mathbb{N})$ $(ii) (a^m)^n = a^{mn}$ ☆ $(iii) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $((m-n) \in \mathbb{N})$ $(iv) a^m b^m = (ab)^m$ ☆ عدد جن کی قوت صفر ہو (vi) اعشاری اعداد کو قوت کے طور پر اظہار ☆ بڑے اعداد کو معیاری شکل (Scientific Notation) میں ظاہر کرنا۔ <p>(ii) الجبرائی عبارتیں</p> <ul style="list-style-type: none"> ☆ ایک اور دو متغیریات کی مدد سے آسان الجبرائی عبارتیں بنانا ☆ مستقل عدد، ضرب، اور قوت کی شناخت کرنا | <p>الجبراء (20 گھنٹے)</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. قوت نماء 4. الجبری عبارتیں 5. سادہ مساواتیں |
| <ul style="list-style-type: none"> ☆ یکساں اور غیر یکساں ارکان، عبارتوں کے درجے مثلاً $3x^2 + 2x - 5$ (درجہ 3 اور متغیرات 2 ہیں) ☆ الجبرائی عبارتوں کی جمع و تفریق (جہاں پر قوت صحیح اعداد ہوں) <p>(iii) سادہ مساواتیں</p> <ul style="list-style-type: none"> ☆ سادہ مساواتیں جن میں ایک متغیر ہو (مشقی سوالات) دو بنیادی اعمال کے ساتھ (صحیح اعداد ضرب کی شکل میں) | |
| <p>(i) نسبت اور تناسب اعادہ</p> <ul style="list-style-type: none"> ☆ اکائی کا قاعدہ، تناسب، اور اس کی عمومیت ☆ مرکب نسبت (سادہ عبارتی سوالات) ☆ فیصد (تمہید) ☆ ایسے کسور جن کا نسب نما 100 ہو فیصد کہلاتے ہیں۔ ان کی تقسیم ☆ کسور اور اعشاری اعداد کا فیصد میں اظہار (اور اس کا برعکس) ☆ نفع اور نقصان پر اطلاق (اکائی شے پر کاروباری معاملہ) ☆ سود مفرد پر اطلاق (مدت، وقت سال میں لی جائے) | <p>فیصد اور ان کا اطلاق (20 گھنٹے)</p> |

| | |
|---|--|
| <p>Understanding shapes / Geometry</p> <p>4. Lines and Angles</p> <p>5. Triangle and Its Properties</p> <p>8. Congruency of Triangles</p> <p>9. Construction of Triangles</p> <p>12. Quadrilaterals</p> <p>15. Symmetry</p> <p>14. Understanding 3D and 2D Shapes</p> | <p>(i) Lines and Angles:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pairs of angles (linear, supplementary, complementary, adjacent, vertically opposite)(verification and simple proof of vertically opposite angles) • Properties of parallel lines with transversal (alternate, corresponding, interior, exterior angles) |
| | <p>(ii) Triangles:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definition of triangle. • Types of triangles acc. To sides and angles • Properties of triangles • Sum of the sides, difference of two sides. • Angle sum property (with notion of proof and verification through paper folding, proofs, using property of parallel lines, difference between proof and verification) • Exterior angle property of triangle |
| | <p>(iii) Congruence:</p> <ul style="list-style-type: none"> • congruence through superposition ex. Blades, stamps etc.. • Extend congruence to simple geometrical shapes ex. Triangle, circles, • criteria of congruence (by verification only) • property of congruencies of triangles SAS, SSS, ASA, RHS <p>Properties with figures•</p> |
| | <p>(iv) Construction of triangles (all models)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Constructing a triangle when the lengths of its 3 sides are known (SSS criterion) • Constructing a triangle when the lengths of 2 sides and the measure of the angle between them are known (SAS criterion) • Constructing a triangle when the measures of 2 of its angles and length of the side included between them is given (ASA criterion) • Constructing a right angled triangle when the length of one leg and its hypotenuse are given (RHS criterion) |
| | <p>(v) Quadrilaterals Quadrilateral-definition.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Quadrilateral, sides, angles, diagonals. • Interior, exterior of quadrilateral • Convex, concave quadrilateral differences with diagrams • Sum angles property (By verification), problems • Types of quadrilaterals • Properties of parallelogram, trapezium, rhombus, rectangle, square and kite. |
| | <p>(vi) Symmetry</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recalling reflection symmetry • Idea of rotational symmetry, observations of rotational symmetry of 2-D objects. (90°, 120°, 180°) • Operation of rotation through 90° and 180° of simple figures. • Examples of figures with both rotation and reflection symmetry (both operations) • Examples of figures that have reflection and rotation symmetry and vice versa |

| | |
|--|---|
| | <p>(vii) Understanding 3-D and 2-D Shapes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Drawing 3-D figures in 2-D showing hidden faces. • Identification and counting of vertices, edges, faces, nets (for cubes, cuboids, and cylinders, cones). • Matching pictures with objects (Identifying names) |
| <p>Mensuration (15 hrs) 13. Area and Perimeter</p> | <p>Area and Perimeter</p> <ul style="list-style-type: none"> • Revision of perimeter and Area of Rectangle, Square. • Idea of Circumference of Circle. • Area of a triangle, parallelogram, rhombus and rectangular paths. |
| <p>7. Data Handling (15 hrs)</p> | <p>Data Handling</p> <ul style="list-style-type: none"> • Collection and organisation of data • Mean, median and mode of ungrouped data – understanding what they represent. Reading bar-graphs • Constructing double bar graphs • Simple pie charts with reasonable data numbers |

| | |
|--|---|
| <p>(vii) 2D اور 3D اشکال کی تفہیم:</p> <ul style="list-style-type: none"> ☆ 3D اشکال کو 2D کی وضع میں اظہار کرنا ☆ راس، کنارے (ضلعے)، سطح، جال (مکعب، مکعب نما، استوانہ اور مخروط) کی شناخت ☆ تصاویر کو دیئے گئے اجسام سے جوڑنا (اُن کے نام کی پہچان) <p>رقبہ اور احاطہ (Area and Perimeter)</p> <ul style="list-style-type: none"> ☆ مستطیل اور مربع کے رقبہ اور احاطہ کا اعادہ ☆ دائرے کے محیط کی پہچان ☆ رقبہ: - بنیادی اکائیوں کے استعمال کی پیمائش کا تصور ☆ مستطیل، مثلث اور متوازی الاضلاع، منحرف کے رقبہ اور مستطیل کے اطراف کے راستے کا رقبہ | <p>مساحت (15 گھنٹے)</p> <p>رقبہ اور احاطہ</p> |
| <p>معطیات کا اظہار</p> <ul style="list-style-type: none"> ☆ عام معطیات کو یکجا کرنا اور اُن کو منظم کرنا ☆ اوسط، اوسط حسابیہ، وسطانیہ اور بہتاتیہ، غیر جدول عناصر، ان کی تفہیم، بارگراف کے بارے میں پڑھنا اور اس کا اظہار | <p>معطیات کا اظہار (15 گھنٹے)</p> |

Academic Standards

| CONTENT | ACADEMIC STANDARDS |
|---|--|
| Number system 1. Integers | Problem Solving: <ul style="list-style-type: none"> Solves the problems involving four fundamental operations of integers Solves the word problems involving the integers. Used brackets for solving problems to simplify numerical statements. |
| | Reasoning Proof: <ul style="list-style-type: none"> Explains why the division by zero is meaning less. Differentiates and compares the set of Natural numbers with integers. Gives examples and counter examples to the number properties such as closure, Commutative, Associative etc. |
| | Communication: <ul style="list-style-type: none"> Expressing the number properties of integers in general form. Uses the negative symbol in different contexts. |
| | Connections: <ul style="list-style-type: none"> Finds the usage of integers from their daily life situations Understands the relation among N, W and Z. |
| | Representation: <ul style="list-style-type: none"> Represents the integers on number line. Performs the operations of integers on the number line. |
| 2. Fractions, Decimals and Rational numbers | Problem Solving: <ul style="list-style-type: none"> Solves the problems in all operation of fractions. Solves the word problems of all operations of rational numbers. Solves the problems of all operations of decimal fractions Converts the small units into large units and vice versa. |
| | Reasoning and Proof : <ul style="list-style-type: none"> Differentiates rational numbers with fractions. Justifies density property in rational numbers |
| | Communication: <ul style="list-style-type: none"> Expresses the need of set of rational numbers Expresses the properties of rational numbers in general form |
| | Connections: <ul style="list-style-type: none"> Finds the usage of / inter relation among fractions, rational numbers, and decimal numbers. |
| | Representation: <ul style="list-style-type: none"> Represents rational numbers on the number line. Represents the rational numbers in decimal form. |
| Algebra: 11. Exponents and powers | Problem Solving: <ul style="list-style-type: none"> Writes the large numbers in exponential form by using prime factorization |
| | Reasoning and Proof: <ul style="list-style-type: none"> Generalizes the exponential laws through the observation of patterns |
| | Communication: <ul style="list-style-type: none"> Understands the meaning of x in a^x where $a \in \mathbb{Z}$. Uses of exponential form when using large numbers |

تدریسی معیارات Academic Standards

| | |
|---|---|
| <p>☆ مسئلہ کا حل:- صحیح اعداد پر (ریاضی کے چار بنیادی اعمال) سوالات کا حل</p> <p>☆ صحیح اعداد پر مبنی عبارتی سوالات کا حل</p> <p>☆ تشریح کیجئے کہ صفر سے تقسیم کیوں غیر تعریف شدہ ہے</p> <p>☆ استدلالی ثبوت:-</p> <p>☆ طبعی اعداد کا تقابل اور تفرق صحیح اعداد سے</p> <p>☆ اعداد کی خصوصیات (جیسے بندش، نقلی اور تلازمی) جیسے اعداد سے موافق اور مخالف مثالیں پیش کرنا</p> <p>☆ اظہار:-</p> <p>☆ عام اعدادی خصوصیات کو صحیح اعداد پر اطلاق و اظہار</p> <p>☆ مختلف تدریسی اغراض پر منفی علامتوں کا استعمال</p> <p>☆ روزمرہ زندگی میں صحیح اعداد کے استعمال کا مشاہدہ کرنا</p> <p>☆ ربط/تعلق:-</p> <p>☆ نمائندگی:-</p> <p>☆ عددی خط پر صحیح اعداد کا اظہار</p> <p>☆ صحیح اعداد کے سوالات کا حل عددی خط کی مدد سے کرنا</p> | <p>عددی نظام:</p> <p>1. صحیح اعداد:- اعداد</p> <p>شناسی</p> |
| <p>☆ کسور کے سوالات جو چار بنیادی اعمال پر منحصر ہوں حل کرنا</p> <p>☆ ناطق اعداد کے سوالات جو چار بنیادی اعمال پر منحصر ہوں حل کرنا</p> <p>☆ چھوٹی اکائیوں کو بڑی اکائیوں میں تبدیل کرنا اور اس کا مقلوب عمل</p> <p>☆ استدلالی ثبوت:-</p> <p>☆ ناطق اعداد اور کسور میں تفرق کرنا</p> <p>☆ ناطق اعداد کی تلخیصی خاصیت کی جانچ</p> <p>☆ اظہار:-</p> <p>☆ ناطق اعداد کے سیٹ کی ضرورت محسوس کرنا اور اظہار کرنا</p> <p>☆ ربط/تعلق:-</p> <p>☆ نمائندگی:-</p> <p>☆ ناطق اعداد کا عددی خط پر اظہار</p> <p>☆ ناطق اعداد کو اعشاری شکل میں ظاہر کرنا</p> | <p>2. کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد:-</p> |
| <p>☆ مفرد اجزائے ضربی کے ذریعہ بڑے اعداد کو قوت نما میں ظاہر کرنا</p> <p>☆ قوت نما کے قوانین کو مشاہداتی نمونوں کے ذریعہ عام کرنا</p> <p>☆ اظہار:-</p> <p>☆ a^x میں 'x' کی تفہیم جہاں $a \in Z$</p> <p>☆ بڑے اعداد کو قوت نما میں ظاہر کرنے کے طریقہ کا استعمال</p> | <p>الجراء:</p> <p>11. قوت نما:-</p> |

| | | |
|---|----------------------------|--|
| Algebra: 10. Algebraic Expression 3. Simple Equations | Connections: | <ul style="list-style-type: none"> • Uses prime factorization in expression of large numbers in exponential form |
| | Representation: | • Expresses the large numbers in standard form |
| | Problem Solving | <ul style="list-style-type: none"> • Finds the degree of algebraic expressions • Doing addition, subtraction of algebraic expressions (Co-efficient should be integers) • Solves the word problems involving two operations (Which can be expressed as simple equation and single variable) |
| | Reasoning and Proof | • Generates algebraic expressions involving one or two variables by using the patters |
| | Communication: | <ul style="list-style-type: none"> • Writes the standard form of first, second, third order expressions in one or two variables • Converts the daily life problems into simple equations. (Contains one variable only) |
| | Connections: | <ul style="list-style-type: none"> • Uses closure, commutative etc. properties in addition and subtraction of algebraic expressions. • Uses solving simple equations in daily life situations. |
| 6. Ratio - Applications | Representation: | • Represents algebraic expressions in standard forms |
| | Problem Solving | <ul style="list-style-type: none"> • Finds the compound, inverse ratio of 2 ratios • Solves word problems involving unitary methods • Solves word problems involving percentage concept • Solves word problems to find simple interest (Time period in complete years) |
| | Reasoning and Proof | <ul style="list-style-type: none"> • Compares the decimals, converting into percentages and vice versa. • Formulates the general principles of ratios and proportions |
| | Communication: | • Expresses the fractions into percentages and decimal forms and their usage. |
| | Connections: | <ul style="list-style-type: none"> • Uses profit and loss concepts in daily life situations (Single transactions only) • Understands and uses the solutions for percentage problems in daily life. |
| | Representation: | • Converts fractions and decimals into percentage form and vice versa. |

| | |
|--|--|
| <p>☆ مفرد اجزائے ضربی کا استعمال کے ذریعہ بڑے اعداد کو قوت نما کی شکل میں ظاہر کرنا</p> <p>☆ بہت بڑے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کرنا</p> | <p>رابطہ/تعلق:-</p> <p>نمائندگی:-</p> |
| <p>☆ الجبری عبارتوں کے درجے معلوم کرنا</p> <p>☆ الجبری عبارتوں کی جمع و تفریق (قوت صحیح اعداد میں ہوں)</p> <p>☆ عبارتی سوالات (جو دو بنیادی اعمال پر مبنی ہوں)</p> <p>☆ (جس میں ایک متغیر کی سادہ مساوات ہوں)</p> <p>☆ استدلالی ثبوت:- ☆ ایک اور دو متغیرات کا استعمال کرتے ہوئے عبارتوں کی تشکیل</p> <p>☆ اظہار:- ☆ ایک یا دو متغیرات پر، ایک درجی، دو درجی اور تین درجی معیاری الجبرائی مساوات لکھنا</p> <p>☆ روزمرہ زندگی میں پیش آنے والے مسائل کو سادہ مساوات میں ظاہر کرنا</p> <p>(ایک متغیر والی مساوات)</p> <p>☆ بندشی و تقابلی خاصیتوں کا عمل جمع اور ضرب کے اعمال کی الجبرائی عبارتوں کے ذریعہ استعمال</p> <p>☆ روزمرہ زندگی میں سادہ مساوات کا استعمال</p> <p>☆ سادہ مساواتوں کا معیاری شکل میں اظہار</p> | <p>10. الجبری عبارتیں:</p> <p>3. سادہ مساواتیں</p> <p>رابطہ/تعلق:-</p> <p>نمائندگی:-</p> |
| <p>☆ دو نسبتوں کا مرکب و معکوس نسبت معلوم کرنا</p> <p>☆ اکائی طریقہ پر عبارتی سوالات اور اُس کا حل</p> <p>☆ فیصدی طریقہ پر عبارتی سوالات کا حل</p> <p>☆ سود مفرد کے عبارتی سوالات کو حل کرنا (مدت مکمل سال میں)</p> <p>☆ استدلالی ثبوت:- ☆ اعشاری اعداد کا تقابل اور ان کا فیصد میں اظہار اور ان کا برعکس</p> <p>☆ نسبت اور تناسب کے عام اصول کی تشکیل</p> <p>☆ اظہار:- ☆ کسور کو اعشاری اعداد اور فیصد میں ظاہر کرنا اور ان کا استعمال</p> <p>☆ نفع اور نقصان کے تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑنا</p> <p>☆ روزمرہ زندگی فیصدی کا حل اور ان کا استعمال</p> <p>☆ کسور کو اعشاری اعداد اور فیصد میں ظاہر کرنا اور اس کا برعکس</p> | <p>6. فیصد اور اس کا اطلاق</p> <p>☆ رابطہ/تعلق:-</p> <p>☆ فیصدی کا حل:-</p> <p>☆ نسبت اور تناسب کے عام اصول کی تشکیل</p> <p>☆ اظہار:-</p> <p>☆ نفع اور نقصان کے تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑنا</p> <p>☆ روزمرہ زندگی فیصدی کا حل اور ان کا استعمال</p> <p>☆ کسور کو اعشاری اعداد اور فیصد میں ظاہر کرنا اور اس کا برعکس</p> |

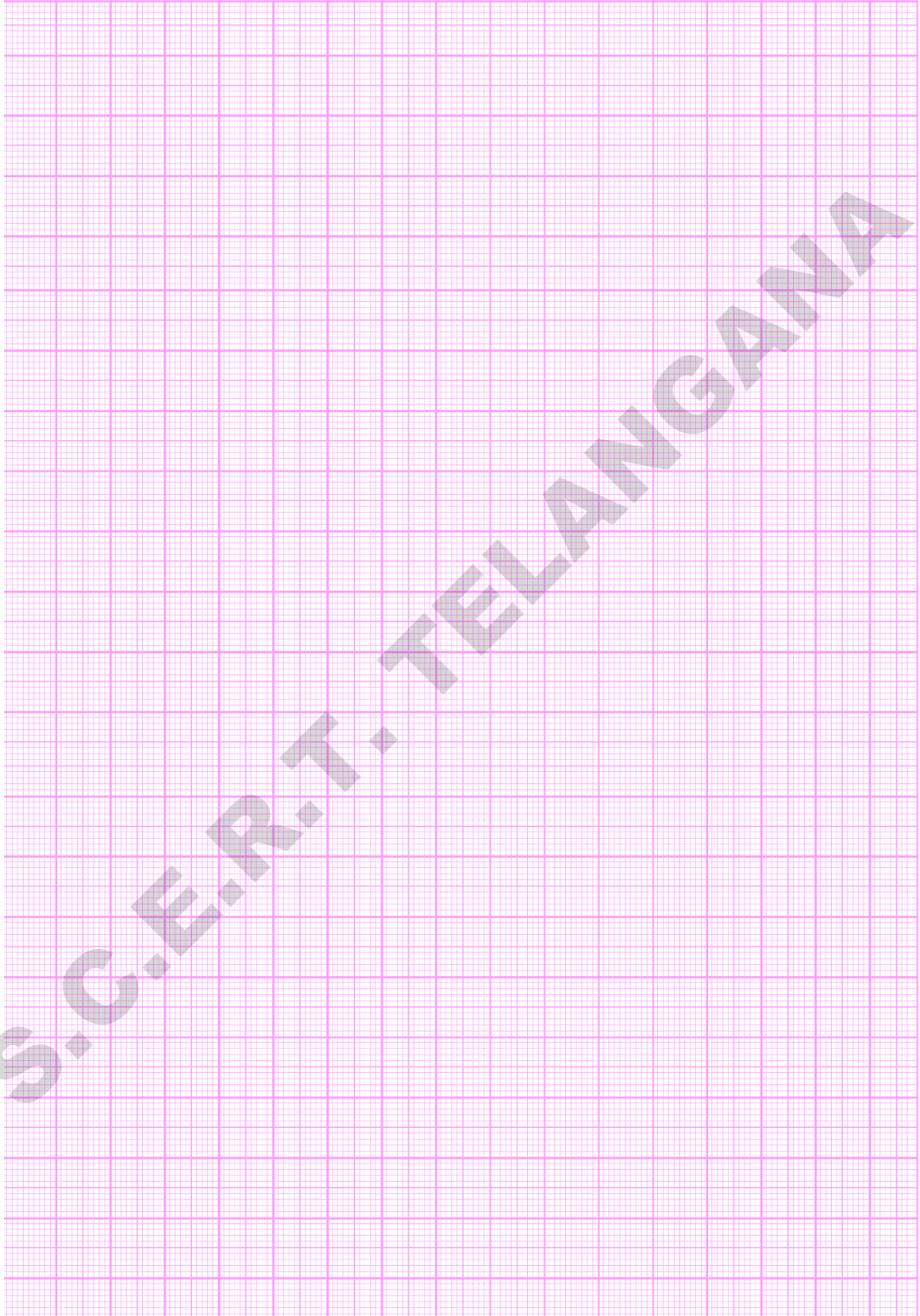
| | | |
|------------------------------|----------------------------|---|
| 9. Construction of Triangles | Problem Solving | <ul style="list-style-type: none"> Construct triangles using given measurements. |
| | Reasoning and proof | <ul style="list-style-type: none"> _____ |
| | Communication: | <ul style="list-style-type: none"> _____ |
| | Connections: | <ul style="list-style-type: none"> _____ |
| | Representation: | <ul style="list-style-type: none"> _____ |
| 12. Quadrilateral | Problem Solving | <ul style="list-style-type: none"> _____ |
| | Reasoning and proof | <ul style="list-style-type: none"> Differentiates the convex, concave quadrilaterals. Verifies and justifies the sum angle property of quadrilaterals. |
| | Communication: | <ul style="list-style-type: none"> Explains the inter relationship between triangle and quadrilateral. Explains the different types quadrilaterals based on their properties. |
| | Connections: | <ul style="list-style-type: none"> Tries to define the quadrilateral. Classifies the given quadrilaterals using their properties and their inter relationship. |
| | Representation: | <ul style="list-style-type: none"> _____ |
| 15. Symmetry | Problem Solving | <ul style="list-style-type: none"> Rotate the figure and find its angular symmetry. |
| | Reasoning and proof | <ul style="list-style-type: none"> Can differentiate linear and reflection symmetry using objectives or figures. |
| | Communication: | <ul style="list-style-type: none"> Gives examples that have reflection symmetry. |
| | Connections: | <ul style="list-style-type: none"> _____ |
| | Representation: | <ul style="list-style-type: none"> _____ |

| | |
|--|---|
| <p>☆ دیئے گئے پیمائش کی مدد سے مثلثات بنانا</p> <p>☆ مسئلہ کا حل:-</p> <p>☆ استدلالی ثبوت:-</p> <p>☆ اظہار:-</p> <p>☆ ربط/تعلق:-</p> <p>☆ نمائندگی:-</p> | <p>9. مثلثات کی بناوٹ</p> <p>Construction of</p> <p>Triangles</p> |
| <p>☆ محب و مقعر چار ضلعی اشکال میں فرق</p> <p>☆ چار ضلعی کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت کی جانچ و تصدیق</p> <p>☆ مثلث اور چار ضلعی کے درمیان باہم رشتہ</p> <p>☆ چار ضلعی کے اقسام کو ان کی خصوصیات کی بناء پر تشریح کرنا</p> <p>☆ چار ضلعی کو سمجھائیے</p> <p>☆ دیئے گئے چار ضلعی کے خواص کے لحاظ سے ان کی درجہ بندی کرنا اور آپس میں رشتہ</p> <p>☆ محسوب کرنا</p> <p>☆ نمائندگی:-</p> | <p>12. چار ضلعی</p> <p>Quadrilateral</p> |
| <p>☆ اشکال کو گھمائیے اور ان کے زاویئے تشاکل معلوم کیجئے</p> <p>☆ کیا آپ خطی و منعکسی تشاکل کا استعمال اشیاء، اشکال میں کر سکتے ہیں</p> <p>☆ منعکس تشاکل کی مثالیں دیجئے</p> <p>☆ ربط/تعلق:-</p> <p>☆ نمائندگی:-</p> | <p>15. تشاکل</p> <p>Symmetry</p> |

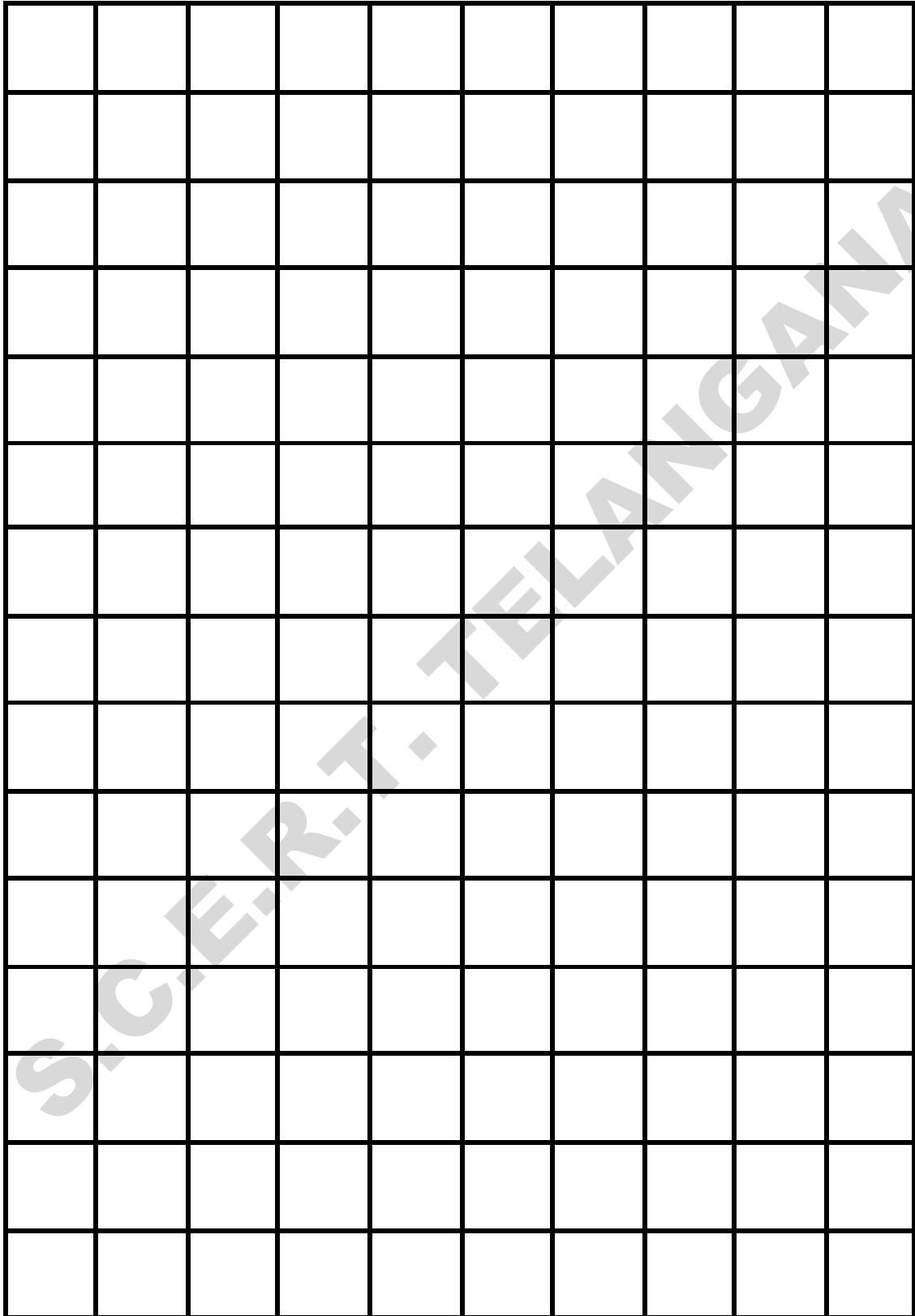
| | | |
|--------------------------------------|----------------------------|---|
| 14. Understanding 3-D and 2-D shapes | Problem Solving | <ul style="list-style-type: none"> Identifying and counting of faces, Edges, Vertices, nets for 3D Fig (Cube, Cuboid, Cone, Cylinder). |
| | Reasoning and proof | <ul style="list-style-type: none"> Matches picture with 3-D objects and visualize faces, Edges, Vertices etc. |
| | Communication: | • _____ |
| | Connections: | • _____ |
| | Representation: | • Can draw simple 3-D shapes in to 2-D figures. |
| 13. Area and Perimeter | Problem Solving | <ul style="list-style-type: none"> Solves the problem of Area and perimeter for square, rectangle, parallelogram, triangle and Rhombus shapes of things. |
| | Reasoning and Proof | <ul style="list-style-type: none"> Understands the relationship between square, Rectangle, Parallelogram with triangle shapes for finding the area of triangle. Understands the Area of Rhombus by using area of triangles. |
| | Communication: | • Explains the concept of Measurement using a basic unit. |
| | Connections: | <ul style="list-style-type: none"> Applies the concept of Area perimeter to find the daily life situation problems (Square, Rectangle, Parallelogram, Triangle, Rhombus and Circle) Applies the concept of area of Rectangle, Circle. Finds the area of the rectangular paths, Circular paths. |
| | Representation: | • Represent word problems as figures. |
| 7. Data Handling | Problem Solving | <ul style="list-style-type: none"> Organization of raw data into classified data. Solves the problems for finding the Mean, Medium, Mode of ungrouped data |
| | Reasoning | <ul style="list-style-type: none"> Understands the Mean, Mode and Medium of ungrouped data and what they represent. |
| | Communication: | • Explains the Mean, Mode and Medium for ungrouped data. |
| | Connections: | <ul style="list-style-type: none"> Understands the usage of Mean, Mode and Medium in daily life situation problems. Understands the usage of double graphs and pie graphs in daily life situation (Year wise population, Budget, Production of crops etc.) |
| | Representation: | <ul style="list-style-type: none"> Representation of Mean, Medium and Mode for ungrouped data. Representation of the data in to double bar graphs and pie graphs. |

| | | |
|---|---|---|
| <p>☆ دی گئی 3D اشکال جیسے مکعب، مکعب نما، مخروط، استوانہ کے ضلعے، زاویے، راس، کی شناخت کرنا اور ان کی گنتی کرنا</p> <p>☆ 3D اشکال کو اشیاء سے منسلک کرنا ان کا مشاہدہ کرنا خاص کر سطح، کنارے اور راس</p> <p>☆ روزمرہ زندگی میں 3D-2D اشکال کی شناخت اور اطلاق</p> <p>☆ 2D اور 3D اشکال کا روزمرہ زندگی کے اشیاء سے ربط کرنا</p> <p>☆ 3D اشکال 2 ابعادی سطحوں پر کیا ہم بنا سکتے ہیں</p> | <p>مسئلہ کا حل:- سطحوں، جال</p> <p>استدلالی ثبوت:- وغیرہ</p> <p>اظہار:- ربط/تعلق:- نمائندگی:-</p> | <p>14. 2D اور 3D اشکال کی تفہیم اور ان کے اشکال:-</p> |
| <p>☆ مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، مثلث اور معین کے رقبے اور احاطہ پر منحصر حل کیجئے۔</p> <p>☆ مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع اور مثلث میں رشتہ محسوب کرنا اور ان کا رقبہ معلوم کرنا</p> <p>☆ مثلث کے رقبے کی مدد سے معین کے رقبے کی تفہیم</p> <p>☆ بنیادی اکائی کے استعمال سے پیمائشی تصورات کی وضاحت</p> <p>☆ روزمرہ زندگی میں احاطہ اور رقبہ کے تصورات کو اطلاق کرتے ہوئے سوالات حل کرنا</p> <p>☆ عبارتیں سوالات کا اشکال میں اظہار</p> <p>☆ مستطیل، متوازی الاضلاع، مثلث، معین اور دائرہ (دائری اور مستطیل کے رقبوں کے تصورات کا استعمال)</p> <p>☆ دائری راستے اور مستطیلی راستے کے رقبے معلوم کرنا</p> | <p>مسئلہ کا حل:- سوالات</p> <p>استدلالی ثبوت:-</p> <p>اظہار:- ربط/تعلق:- (مربع)</p> <p>نمائندگی:-</p> | <p>13. مساحت (Mensuration): رقبہ اور احاطہ:-</p> |
| <p>☆ خام معطیات کی منتظم معطیات میں تشکیل</p> <p>☆ خام معطیات کی مدد سے اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ معلوم کرنا۔</p> <p>☆ خام اشیاء کا اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ کیا پیش کرتے ہیں۔</p> <p>☆ خام معطیات کے ذریعہ اوسط، وسطانیہ، بہتاتیہ کو سمجھائیے</p> <p>☆ روزمرہ زندگی اوسط، بہتاتیہ و وسطانیہ کا استعمال اور تفہیم</p> <p>☆ روزمرہ زندگی میں معطیات کا، ڈھری مستطیلی گراف، پی گراف کی مدد سے اظہار</p> <p>☆ شماری، بجٹ، فصل کی پیداوار</p> <p>☆ خام معطیات کے ذریعہ، اوسط، وسطانیہ، بہتاتیہ، کو پیش کرنا</p> <p>☆ معطیات کو ڈھری مستطیلی گراف، اور پائی گراف سے ظاہر کرنا</p> | <p>مسئلہ کا حل:-</p> <p>استدلالی ثبوت:-</p> <p>اظہار:- ربط/تعلق:- (مردم)</p> <p>نمائندگی:-</p> | <p>7. معطیات کا اظہار Data :-Handling</p> |

Graph paper



Grid paper



LEARNING OUTCOMES

MATHEMATICS

CLASS 7

The learner....

- Solves problems involving four fundamental operations on integers.
- Solves problems related to daily life situations involving fractions, rational numbers and decimals.
- Uses exponential form of the numbers to simplify problems involving multiplication and division of large numbers.
- Solves problems in daily life related to profit-loss, interest by using percentage and ratio.
- Solves problems in daily life involving linear equations in one variable.
- Demonstrates the types of angles formed by intersections of any two lines.
- Explains the properties of angles formed in and outside of a triangle.
- Explains congruency of triangles on the basis of the information given about them (like SSS, SAS, ASA, RHS).
- Using ruler and a pair of compasses constructs triangles with given measurements.
- Finds the areas of parallelogram, triangle, and rhombus.
- Estimates the value of pi.
- Calculates mean, median and mode of the ungrouped data of daily life.
- Identifies 3D shapes like sphere, cube, cuboids, cylinder and cone in real life situations and prepares net shapes to them.
- Explains line symmetry, rotational symmetry and point symmetry.



పాఠశాల విద్యా శాఖ,
తెలంగాణ ప్రభుత్వం



एन सी ई आर टी
NCERT